自动化与智能化技术

基于相对雅可比法的双臂协同避障运动控制

梁国祥,姜喜胜,吴剑雄,李思敏,杨芳艳*

(上海理工大学,上海 200093)

摘要:目的 针对双机械臂系统在包装作业环境中的控制,提出1种具有实时避障功能的双臂协作算法。 方法 根据双臂相对位置关系求得相对雅可比矩阵,从而控制双臂末端的相对位姿,以达到双臂协作的 效果。同时,该算法利用了双机械臂形成的冗余度特性对其进行自主运动规划,双臂构型根据障碍物位置 与双臂相对位置进行实时调整,实现零空间避障的效果。之后建立双机械臂仿真对算法进行验证。结果 双 臂在执行协作任务的过程中,机械臂与障碍物的距离>0.18 m,双臂之间距离>0.25 m。该方法不仅确保 了双臂协作时的无碰撞运动,还充分利用了每个机械臂的冗余自由度,从而提高了机械臂运动的灵活性, 且运行速度平稳、无较大突变。结论 采用所提出的双臂协同避障算法,可实现双臂协作时的无碰撞功 能,对于包装作业等复杂环境下有一定应用价值。

关键词:双臂协作;冗余自由度;相对雅可比;零空间避障 中图分类号:TP241;TB486 文献标志码:A 文章编号:1001-3563(2024)19-0247-09 DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2024.19.024

Motion Control of Dual-arm Collaborative Obstacle Avoidance Based on Relative Jacobian Method

LIANG Guoxiang, JIANG Xisheng, WU Jianxiong, LI Simin, YANG Fangyan^{*}

(University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

ABSTRACT: The work aims to propose a dual-arm collaboration algorithm with real-time obstacle avoidance function to ensure the safe operation of dual robotic arm system in packaging operation environment. Firstly, the relative Jacobian matrix was obtained according to the relative position relationship of the dual arms, so as to control the relative position of the end of the dual arms to achieve the effect of dual-arm collaboration. At the same time, the algorithm utilized the redundancy characteristic formed by the dual robotic arms to carry out autonomous motion planning, and the dual-arm configuration was adjusted in real time according to the position of the obstacle and the relative position of the dual arms to achieve the effect of zero-space obstacle avoidance. The algorithm was then verified by establishing a dual robotic arm simulation. When dual arms were performing collaborative tasks, the distance between the robotic arms and obstacles was greater than 0.18 m, and the distance between the dual arms was greater than 0.25 m. This method not only realized collision-free motion of the dual arms, but also maximized the use of redundant degrees of freedom of each mechanical arm, improving the flexibility of motion and optimization space, and achieving operation at a smooth speed without large sudden changes. The dual-arm collaboration obstacle avoidance algorithm proposed can realize the collision-free function of dual-arm collaboration; redundant degree of freedom; relative Jacobian; zero-space obstacle avoidance

收稿日期: 2024-05-23

基金项目:国家自然科学基金(92048205)

双机械臂系统因其在协作能力、运动控制及作业 环境等多方面展现出的优势而备受关注^[1]。这类系统 已广泛应用于工业生产^[2-3]、医疗护理^[4]和太空探索^[5] 等领域,确保系统的安全可靠性对于保障设备完整性 和人员安全至关重要。

在双臂协同问题中,1对机械臂通过协作形成闭 合运动链,这要求机械臂保持高精度的运动同步以防 止潜在损坏^[6]。现有研究采用了多种方法来应对这一 挑战。文献[7]提出了通过约束末端执行器的相对速度 和绝对速度来实现协同控制的方法,引入高维增广雅 可比矩阵对关节角度进行求解。文献[8]则聚焦于在双 臂协同过程中避免关节极限,确保各关节在安全范围 内运动。文献[9]建立了动力学和阻抗特性的模型,用 于双臂协作任务的系统建模和控制。

为保障机械臂的安全运行,控制系统通常集成自碰撞检测和障碍物避碰算法。这些算法在识别潜在碰撞风险时,会触发相应的规避措施,从而预防可能发生的碰撞事故。文献[10]基于二次计算和双插补的关节轨迹控制对障碍物进行规避;文献[11]基于伪距离对双臂与障碍物和双臂之间的距离进行判断,通过不同伪距离数值来判断两者之间的位置关系,判断是否需要产生躲避速度规避障碍物;文献[12]基于主从任务切换原理,利用冗余机器人机械臂的自运动来解决冗余双臂机器人协调运行时可能出现的自碰撞问题; 文献[13]使用二次规划的方法将障碍物位置和关节极限作为约束条件,使用 RNN 求解器求解出相应的关节速度,从而达到避障效果。

目前,国内外学者在研究冗余机械臂避障方法 时,主要以单臂为研究对象^[14-17]。在双臂协同作业控 制研究中,大多仅考虑自碰撞问题^[18],而同时考虑自 碰撞和障碍物避障的研究相对较少。因此,本文提出 了1种基于相对雅可比法的双臂协同避障算法,该算 法可在双臂末端执行相对运动的同时,实时进行避障 碍物和避自碰撞,从而确保系统在无碰撞的情况下完 成指定任务。

1 基于相对雅可比法的双臂运动学

本文提出的方法基于相对雅可比法,根据文献[19] 中提出的紧凑矩阵形式。相对于传统的单机械臂运动 学分析方法,采用相对雅可比法对双臂机器人系统建 模和求解有着如下优势:紧凑的雅可比矩阵提高了计 算效率、直接控制末端执行器相对位置便于协调控 制、在系统变更机械臂构型或基座位置时具有更高的灵 活性^[20],这些特性使得相对雅可比法成为双臂机器人和 人型机器人研究中的一种高效建模与求解范式。

1.1 相对雅可比法

为了避免双臂机器人执行搬运任务时双臂速度 不一致造成刚体损伤的问题,双臂末端速度需要满足 绝对速度约束和相对速度约束,以在末端带负载时实现稳定运动^[21]。

图 1 展示了双机械臂的参考系与各部位的位置 关系, L_b 、 R_b 分别为双机械臂的基础坐标系, L_e 、 R_e 分别为双机械臂末端执行器,^{L_e} R_{L_b} 为机械臂 L 的基坐 标系相对于机械臂 L 末端坐标系的旋转矩阵,^{$L_e} <math>R_{R_b}$ 为机械臂 R 的基坐标系相对于机械臂 L 末端坐标系 的旋转矩阵,向量 \dot{x} , 表示 2 末端执行器的相对速度 信息,其算式见式(1)。</sup>



图 1 双臂基座与末端坐标关系图 Fig.1 Diagram of the coordinate relationship between the base and the end of dual arms

在双臂协同约束的条件下,特别是双臂系统夹持同一个物体时,通过双臂之间的运动学关系,可以等效成一个机械臂,其关节数量 $n_{LR} = n_L + n_R$ 。双臂末端执行器的相对雅可比矩阵可由式(2)表示^[19]。

$$\boldsymbol{J}_{r} = \begin{bmatrix} -L_{e} \, \boldsymbol{\Omega}_{L_{b}} \, \boldsymbol{J}_{L} & L_{e} \, \boldsymbol{\Omega}_{R_{b}} \, \boldsymbol{J}_{R} \end{bmatrix}$$
(2)

其中, $J_r \in \mathbb{R}^{6\times(m+n)}$ 为双臂末端执行器之间相对 雅可比矩阵, J_L 、 J_R 分别为各机械臂的雅可比矩阵, m = n表示各双臂的关节数量, $L_{\Omega_{L_s}}$ 和 $L_{\Omega_{R_s}}$ 为将单 臂的雅克比矩阵从每个机械臂的基坐标系变换到左 臂末端坐标系,其可用旋转矩阵表示为式(3)。

$${}^{n}\boldsymbol{\Omega}_{m} = \begin{bmatrix} {}^{n}\boldsymbol{R}_{m} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & {}^{n}\boldsymbol{R}_{m} \end{bmatrix}$$
(3)

1.2 双臂系统中的微分运动学

末端相对矢量运动速度 \dot{x}_{r} 与双臂各关节速度 \dot{q}_{LR} 有如下关系,见式(4)。

$$\dot{\boldsymbol{x}}_r = \boldsymbol{J}_r \dot{\boldsymbol{q}}_{LR} \tag{4}$$

当 *J*, 不满秩时, 通过伪逆法求解双臂的关节速度, 见式(5)。

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{LR} = \boldsymbol{J}_r^{\dagger} \dot{\boldsymbol{x}}_r \tag{5}$$

其中 J_r^{\dagger} 为相对雅可比矩阵的摩尔-彭罗斯伪逆,

 $\dot{q}_{LR} = [\dot{q}_L \ \dot{q}_R]^T$ 为双臂关节空间的速度向量,且 $\dot{q}_{LR} \in \mathbb{R}^{(m+n) \times I}$ 。 第45卷 第19期

2 距离判断

本文的实验选用七自由度空间冗余机械臂。机械 臂连杆通常呈长方体或圆柱体形状,使得其与不规则 障碍物之间的碰撞检测过程十分复杂。为简化计算和 保证算法实时性,可对障碍物和机械臂的空间位置关 系进行近似描述。

2.1 机械臂对障碍物的距离判断

图 2 描述了机械臂某连杆与障碍物的位置关系, A 点与 B 点是三维空间中机械臂某连杆的关节连接 点,点 P 为障碍物质心,向量 α 、 δ 、 σ 关系如图 2 所示。





首先,求得障碍物质心 P 在连杆 AB 上的投影向量,见式(6)。

$$\boldsymbol{p}_{AB} = (\frac{\boldsymbol{\delta} \cdot \boldsymbol{\alpha}}{\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\alpha}})\boldsymbol{\alpha} \tag{6}$$

之后,通过几何关系判断 P点相对于 AB 连杆的 位置,如果 $\delta \cdot \alpha \ge 0 \pm \sigma \cdot \alpha \le 0$,障碍物点的投影在 线段 AB之间,否则投影点在 AB 的延长线上。若 $\delta \cdot \alpha < 0$,则最小距离是 $|\delta|$ 。反之 $\sigma \cdot \alpha > 0$,则最小 距离是 $|\sigma|$ 。此外,如果点 P 在线段 AB 投影之间,则 最小距离的计算见式(7)。

$$\mathbf{d}_{Omin} = \|\boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{p}_{AB}\|$$
(7)
计算其所在的单位向量,见式(8)。

$$\boldsymbol{\mu}_{O} = \frac{\boldsymbol{p}_{AB} - \boldsymbol{\delta}}{\boldsymbol{d}_{O\min}} \tag{8}$$

2.2 双臂之间的距离判断

由于双臂运动空间有重合,如果不能实时监控和 判断臂体之间的距离与方向,就可能发生碰撞,导致 设备损坏或人员伤害。

如图 3 所示, *AB* 为一机械臂某个连杆上的首尾 端点, *CD* 为另一机械臂某个连杆的首尾端点, 向量 $\alpha 、 \beta 、 \gamma$ 分别代表向量 *AB*、*CD*、*AC*。首先, 计算 如下参数, 见式(9)。

$$\begin{cases} g_1 = \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\alpha} \\ g_2 = \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\beta} \\ g_3 = \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\beta} \\ g_4 = \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\gamma} \\ g_5 = \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\gamma} \end{cases}$$
(9)



图 3 双臂连杆位置关系 Fig.3 Position relationship between dual-arm connecting rods

将两线段分别表示为参数方程,见式(10)。

$$\begin{cases}
p_1(t) = A + t(B - A) \\
p_2(s) = C + s(D - C) \\
之后计算参数t、s,见式(11)。
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
t = \frac{g_2 \cdot g_5 - g_3 \cdot g_4}{g_1 \cdot g_3 - g_2 \cdot g_2} \\
s = \frac{g_1 \cdot g_5 - g_2 \cdot g_4}{g_1 \cdot g_3 - g_2 \cdot g_2}
\end{cases}$$
(11)

其中, $t \, s \in [0,1]$, 对于任何小于 0 的值, 应 被赋予边界值 0; 而对于任何大于 1 的值, 应被赋予 边界值 1。之后求得最短距离向量, 见式 (12)。

$$\boldsymbol{d}_{A\min} = \boldsymbol{p}_1(t) - \boldsymbol{p}_2(s) \tag{12}$$

最后,可获得最短距离向量所在的单位向量,见 式(13)。

$$\boldsymbol{\mu}_{A} = \frac{\boldsymbol{d}_{A\min}}{\|\boldsymbol{d}_{A\min}\|} \tag{13}$$

3 双臂系统的实时避障算法

3.1 障碍物躲避速度生成

图 4 展示了 1 个 7 自由度空间机械臂与周围环境 中的障碍物之间的关系示意图。当机械臂第 *i* 个连杆 与障碍物之间的最短距离 *d*_{0i} 大于预设的安全阈值 时,表明没有发生碰撞的风险。一旦机械臂与障碍物的 最短距离小于预设的安全阈值 *d*_{0s},为了避免发生碰 撞,机械臂将通过调整自身的构型来主动避让障碍物。

避障算法的核心在于获取机械臂连杆接近障碍物的距离与方向,为其分配适当的运动分量,以使其远离障碍物。通过式(7)和式(8),可以计算障碍物与第*i*个连杆之间的最小距离及其对应的方向向量。基



图 4 障碍物与机械臂位置关系 Fig.4 Position relationship between obstacle and robotic arm

于这些信息,构建 Sigmoid 函数来计算机械臂第 *i* 连 杆的避障速度向量,见式(14)。

$$\mathbf{v}_{oi}^{j} = \begin{cases} \mathbf{v}_{i\max}^{j} (\frac{1}{1 + e^{k(d_{oi}^{j}/d_{Ois} - 0.5)}}) \mu_{O} , \ d_{oi}^{j} \leq d_{Ots} \\ 0 , \ d_{oi}^{j} > d_{Ots} \end{cases}$$
(14)

其中, j = L, R分别代表 2 个机械臂, $v_{i_{max}}^{j}$ 为第 *i* 个连杆最大躲避速度。参数 *k* 控制了函数曲线的陡 峭程度,可根据系统实际情况进行调整, v_{a}^{j} 为连杆*i* 相对于障碍物产生的躲避速度。式(14)表明,躲避 速度的大小与距离呈反比关系:随着距离减小,避障 速度逐渐增加,直至达到预定速度最大值。 \dot{q}_{a}^{j} 为障 碍物产生的躲避速度映射至关节空间的速度向量,计 算见式(15), J_{i}^{\dagger} 为连杆*i*上对应的雅可比矩阵伪逆。

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{s}^{j} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{J}_{i}^{j\dagger} \boldsymbol{v}_{oi} \tag{15}$$

3.2 双臂之间躲避速度生成

本文设定当双臂机器人的两臂进行自我避障时, 两臂分别被视为对方运行空间中的障碍物。设定双 臂间的最小距离小于自避障阈值*d*_{Ats},构建 Sigmoid 函 数来计算机械臂 *L* 第*i* 连杆的躲避速度 *v*^L_{Ai},见式(16)。

$$\boldsymbol{v}_{Ai}^{L} = \begin{cases} \boldsymbol{v}_{i\max}^{L} \left(\frac{1}{1 + e^{k(d_{Ai}^{L}/d_{Ats} - 0.5)}} \right) (-\boldsymbol{\mu}_{A}) , \ d_{Ai}^{L} \leq d_{Ats} \\ 0 , \ d_{Ai}^{L} > d_{Ats} \end{cases}$$
(16)

机械臂 R 由于躲避速度沿 μ_A 的反方向, i 连杆的 躲避速度 ν_{Ai}^R 如式(17)所示。

$$\boldsymbol{v}_{Ai}^{R} = \begin{cases} \boldsymbol{v}_{i\,\text{max}}^{R} \left(\frac{1}{1 + e^{k(d_{Ai}^{R}/d_{Ais} - 0.5)}}\right) \boldsymbol{\mu}_{A} , \ d_{Ai}^{R} \leq d_{Ats} \\ 0 , \ d_{Ai}^{R} > d_{Ats} \end{cases}$$
(17)

通过式(16)、式(17)计算各机械臂在双臂自 避障任务中的关节速度,见式(18)。

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{A}^{j} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{J}_{i}^{j\dagger} \boldsymbol{v}_{Ai}^{j}$$
(18)

3.3 双臂协作下的零空间避障

当双臂机器人的关节运动空间内有障碍物时,为了确 保在正常执行末端轨迹的同时进行机械臂避障,双臂机器 人需要执行零空间避障任务。通过将式(15)所得出的障 碍物躲避速度 \dot{q}_{o}^{i} 与式(18)得出的机械臂之间的躲避速 度 \dot{q}^{j} 求和,可得到各机械臂的最终避障速度,见式(19)。

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{c}^{j} = \dot{\boldsymbol{q}}_{A}^{j} + \dot{\boldsymbol{q}}_{o}^{j} \tag{19}$$

本文将机械臂 R 的末端 R_e 与机械臂 L 的末端 L_e 的相对运动作为 1 级任务,将机械臂 L 末端的运动作 为 2 级任务,利用其冗余自由度产生的零空间特性, 式(5)可改写为如下形式,见式(20)。

$$\boldsymbol{U}_{LR} = \boldsymbol{J}_{r}^{\dagger} \dot{\boldsymbol{x}}_{r} + \boldsymbol{N}_{r} \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_{L} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^{\dagger} \dot{\boldsymbol{x}}_{L}$$
(20)

其中, $N_r = I - J_r^{\dagger} J_r$ 为1级任务的零空间投影矩阵, 它将机械臂 L 的末端绝对速度投影至 J_r 的零空间中。为了实现双臂协同模式下的避障效果, 继续添加避障任务为3级任务, 式(20)可改写为式(21)。

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{\scriptscriptstyle LR} = \boldsymbol{J}_{r}^{\dagger} \dot{\boldsymbol{x}}_{r} + \boldsymbol{N}_{r} (\begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_{L} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^{\dagger} \dot{\boldsymbol{x}}_{L} + \boldsymbol{N}_{LR} \dot{\boldsymbol{q}}_{h})$$
(21)

其中, $\dot{q}_h = \left[\dot{q}_c^L \quad \dot{q}_c^R\right]^{\mathrm{T}}$, 表示双臂避障速度的增广 矩阵, N_{LR} 表示机械臂 *L* 与机械臂 *R* 的零空间投影矩阵, 见式 (22)。

$$N_{LR} = \begin{bmatrix} N_L & 0\\ 0 & N_R \end{bmatrix}$$
(22)

其中, $N_L = I - J_L^{\dagger} J_L \eta N_R = I - J_R^{\dagger} J_R$ 。基于上述 步骤的分析,本研究提出的算法流程如图 5 所示。

4 仿真结果与分析

为了验证本文提出的基于相对雅可比矩阵的避障方法进行了避障仿真。使用 Python 3.9 环境, Mujoco 仿真平台进行仿真。设定双臂初始关节角度 均为如下参数,见式(23)。

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} -0.31 & -0.87 & 0.24 \end{bmatrix}$$
(23)

$$-2.63 \ 0.19 \ 1.77 \ 0]^{\mathrm{T}}$$
 (23)

下述2实验的主任务设定为2机械臂末端相对静止,以此来模拟双臂机器人在包装作业时搬运时的状态,见式(24)。

4.1 双臂协作时的避障效果

本实验设定机械臂 R 基坐标相对于机械臂 L 基 坐标的齐次变换矩阵为式(26)。

$${}^{L_b}\boldsymbol{T}_{R_b} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0.8 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(26)



图 5 基于相对雅可比法的双臂协同避障运动控制算法流程 Fig.5 Flowchart of dual-arm collaborative obstacle avoidance motion control algorithm based on relative Jacobi method

首先,不采取避障算法,仿真结果如图 6 所示, 空间中有一红色球体障碍物,规定下方的机械臂为 *L*,规定顶部的机械臂为 *R*。当 *t*=0 s,双臂按规定 速度方向运动,*t*=12 s,机械臂的第 4 连杆与障碍物 相撞,因此须设计并应用适当的避障方法,使得机械 臂在完成指定任务的同时,能够规避障碍物,确保安 全可靠的运行。



图 6 存在障碍物时未使用避障算法仿真结果 Fig.6 Simulation results of obstacle avoidance algorithm not used for obstacles

其次,采取本文提出的避障算法,其他初始条件 不变,障碍物位置信息可通过 Mujoco 内置接口读取, 现实场景中,可通过加装深度相机等位置传感器获得 障碍物空间位置。设定机械臂与障碍物最小阈值 $d_{ts} = 0.2 \text{ m}$ 。仿真结果如图 7 所示,当 $t = 0 \sim 30 \text{ s}$, 机械臂通过避障算法产生的躲避速度来调整其构型, 从而达到规避障碍物的效果。



图 7 存在障碍物时使用避障算法仿真结果 Fig.7 Simulation results of obstacle avoidance algorithm used for obstacles

实验结果如图 8 所示。由于障碍物仅影响机械 臂L的部分关节,本研究仅分析第 4 至第 6 关节的 数据。图 8a 为实时监测的机械臂第 4 至第 6 关节对 应连杆与周围障碍物之间的最小距离。当该距离小 于预设安全阈值时,本算法通过零空间运动规划生 成适当的避障速度。机械臂据此在其可达工作空间 内调整运动,主动避免潜在碰撞,维持与障碍物之 间的安全距离。

图 8b 和 8c 分别展示了机械臂 L 的末端跟踪误差 和相对矢量误差。在空间各方向上,末端跟踪误差小 于±0.04 mm,相对矢量误差小于±0.13 mm,均保持 在较低水平。图 8d 呈现了避障过程中机械臂 L 的关 节速度数据,关节速度曲线呈现平稳、光滑的特征, 反映了系统运行的稳定性。

4.2 双臂之间避障

下述实验设定机械臂 R 基座相对于机械臂 L 基

座的齐次变换矩阵为式(27)。

$${}^{L_{b}}\boldsymbol{T}_{R_{b}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0.4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(27)

图 9 展示了未采用避障算法时 2 个机械臂的状态。左侧机械臂定义为L,右侧机械臂定义为R。 当t=0s,双臂按预设速度方向运动;当t=21s,机 械臂L的第4连杆与机械臂R的第5连杆发生碰撞。 应用本文提出的避障算法后,设定 2 个机械臂最小 距离阈值为d_s=0.3m,如图 10 所示。在任务执行 过程中,双臂通过算法生成的避障速度调整构型。 当机械臂某连杆间距小于阈值时,则产生相反方向 的逃避速度。

图 11 呈现了双臂自避障的实验结果。图 11a 显示, L 机械臂第5关节与 R 机械臂之间的最小距离在



图 8 存在障碍物时使用避障算法仿真数据 Fig.8 Simulation date of obstacle avoidance algorithm used for obstacles



图 9 双臂未使用自避障算法仿真结果 Fig.9 Simulation results of dual arms without self-obstacle avoidance algorithm



图 10 双臂使用自避障算法仿真结果 Fig.10 Simulation results of dual arms with self-obstacle avoidance algorithm





运行过程中逐渐减小,但在接近预设阈值时趋于稳 定。这一现象验证了避障算法的有效性,确保2个机 械臂在工作中保持安全距离。

图 11b 和 11c 分别展示了 L 机械臂的末端跟踪误差和相对矢量误差,结果表明算法具有良好的跟踪性能。图 11d 和 11e 呈现了机械臂 L 和机械臂 R 的关节 速度数据,分析结果证实 2 个机械臂均保持稳定运行,且速度维持在合理范围内。

最后,将本文所提出的算法与绝对速度相对速度 约束的协作避障算法^[7,22]进行了算法运行周期的对比 分析。测试场景包括双臂协作、双臂自避障以及同时 避障碍物与自避障 3 种情况。如图 11f 所示, 3 种场 景下相对雅可比法有着更短的运算周期。这主要归因 于其相对雅可比矩阵结构更为紧凑、维度较低,从而 凸显了该算法的计算效率和实时性能。

5 结语

本文提出了 1 种基于相对雅可比法的实时避障

算法,通过构建相对雅可比矩阵,有效控制双臂末端 执行器的相对位置,实现双臂协作同时降低了系统计 算复杂度。之后通过判断障碍物与机械臂、双臂之间 的距离和方向来产生相应的躲避速度,完成避障任 务。利用 Mujoco 仿真软件进行实验验证,结果表明 该算法能够满足协作和避障要求,且速度变化平稳, 同时运算效率较高。本算法在包装作业环境中具有实 时控制机械臂避障的能力,对双机械臂包装作业中的 搬运、捆扎等任务具有潜在的应用价值。

参考文献:

 王东,邱超超,贺威,等.双臂系统协同控制研究综述:从经典到基于学习的算法[J]. 控制理论与应用, 2024,24(1):1-14.
 WANG D, QIU C C, HE W, et al. From Classic to Learning-based Algorithms: A Survey of Cooperative Control for Dual-arm Systems[J]. Control Theory & Applications, 2024, 24(1): 1-14.

- [2] 王天瑞,陶平. 双机械臂协作最优装配位置及多目标 轨迹优化[J]. 机械传动, 2024, 48(1): 39-45.
 WANG T R, TAO P. Optimal Assembly Position and Multi-Objective Trajectory Optimization for Dual Robotic Arms Collaboration[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2024, 48(1): 39-45.
- [3] 朱清华, 潘泓廷. 双臂机械手组合设备在清洁情况下的调度优化[J]. 控制理论与应用, 2024, 5(13): 1-9.
 ZHU Q H, PAN H T. Scheduling a Dual-arm Cluster Tool with a Cleaning Operation[J]. Control Theory & Applications, 2024, 5(13): 1-9.
- [4] 陈梦倩, 李顺达, 杨志强, 等. 双臂移乘护理机器人 起抱位置与移乘姿态规划[J]. 传感器与微系统, 2024, 43(2): 148-152.

CHEN M Q, LI S D, YANG Z Q, et al. Holding Point and Transfer Posture Plan for a Dual-Arm Transfer Nursing Robot[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2024, 43(2): 148-152.

[5] 李新宇, 邹纫秋, 董悫, 等. 受限空间下双冗余臂机
 器人最优轨迹规划方法[J]. 航天器环境工程, 2023, 40(2): 134-140.

LI X Y, ZOU R Q, DONG Q, et al. Optimal Trajectory Planning Method for Dual-Arm Robot in Constrained Space[J]. Spacecraft Environment Engineering, 2023, 40(2): 134-140.

- [6] YAN L, XU W F, HU Z H, et al. Multi-Objective Configuration Optimization for Coordinated Capture of Dual-Arm Space Robot[J]. Acta Astronautica, 2020, 167: 189-200.
- [7] 刘力源. 冗余度双臂机器人协作策略下行为安全研究
 [D]. 天津: 河北工业大学, 2022: 31-35.
 LIU L Y. Research on Behavior Security under Cooperative Strategy of Redundant Dual Arm Robot[D].
 Tianjin: Hebei University of Technology, 2022: 31-35.
- [8] YU Y L, CANG N M, XUE S, et al. Synchronous Motion Planning of Dual-Arm Robot System with Joint Constraint[C]//2023 International Annual Conference on Complex Systems and Intelligent Science (CSIS-IAC). Shenzhen, China. IEEE, 2023: 904-908.
- [9] 朱安,陈力.空间机器人在轨双臂辅助航天器对接力/位 置嵌套双层滑模阻抗控制[J].光学精密工程,2023, 31(22): 3266-3278.

ZHU A, CHEN L. Double Layer Sliding Mode Force/Position Impedance Control for Dual-Arm Space Robot on Orbit Auxiliary Docking Spacecraft Operation[J]. Optics and Precision Engineering, 2023, 31(22): 3266-3278.

- [10] 常凤筠,李佳昌,王平江.具有双插补避障功能的七 关节机械臂控制系统研究[J].控制工程,2023,30(10): 1834-1845.
 CHANG F J, LI J C, WANG P J. Research on Control System of Seven-Joint Manipulator with Double Interpolation Obstacle Avoidance Function[J]. Control Engineering of China, 2023, 30(10): 1834-1845.
- [11] PU Q C, XU X R, ZHANG H, et al. The Algorithm of Multiple Obstacle Avoidance Tasks for Dual-Arm Robots[J]. IEEE Access, 2023, 11: 79190-79202.
- [12] ZHANG Y, JIA Y M. Coordinated Motion Planning of Redundant Dual-Arm Robots with Self-Collision Avoidance[M]//Lecture Notes in Electrical Engineering. Singapore: Springer Nature Singapore, 2022: 684-696.
- [13] ZHANG Z J, CHEN S Y, ZHU X P, et al. Two Hybrid End-Effector Posture-Maintaining and Obstacle-Limits Avoidance Schemes for Redundant Robot Manipulators[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(2): 754-763.
- [14] 刘暾东,张馨月,林晨滢,等.基于分段动态运动基元的机械臂轨迹学习与避障方法[J]. 机器人, 2024, 46(3): 275-283.
 LIU T, ZHANG X Y, LIN C Y, et al. Robotic Arm Trajectory Learning and Obstacle Avoidance Method Based on Segmented Dynamic Movement Primitive[J]. Robot, 2024, 46(3): 275-283.
- [15] 李林峻,李坤全,王旭辉,等.工业机器人六自由度装配序列规划下避障研究[J].机械设计与制造,2024(1):353-358.
 LILJ,LIKQ, WANGXH, et al. Research on Obstacle Avoidance of Industrial Robot Six Degrees of Freedom

Avoidance of industrial Robot Six Degrees of Freedom Assembly Sequence Planning[J]. Machinery Design & Manufacture, 2024(1): 353-358.

[16] 姚亚峰,姚宁平,彭涛,等. 矿用钻孔机器人加卸钻 杆的避障轨迹规划研究[J]. 煤田地质与勘探, 2023, 51(11): 149-158.

YAO Y F, YAO N P, PENG T, et al. Obstacle-Avoidance Trajectory Planning of Mine Drilling Robot during Drill Pipe Loading and Unloading[J]. Coal Geology & Exploration, 2023, 51(11): 149-158.

[17] CAO H R, GU X Q, YU C H. Obstacle Avoidance Algorithm for Redundant Manipulators Based on Weighted Generalized Inverse[J]. Applied Mechanics and Materials, 2017, 872: 303-309.

- [18] ABDELWAHID M, YAN D, LI T J, et al. Real-Time Collision Avoidance of a Redundant Dual-Arm Robot Based on Distance Function Method[C]//2018 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). Changchun. IEEE, 2018: 2400-2405.
- [19] ORTENZI D, MUTHUSAMY R, FREDDI A, et al. Dual-Arm Cooperative Manipulation under Joint Limit Constraints[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2018, 99: 110-120.
- [20] JAMISOLA R S Jr, ROBERTS R G. An Approach to Drastically Reduce the Required Legs DOFs for Bipedal Robots and Lower-Limb Exoskeletons[J]. Robotica, 2022, 40(4): 1207-1221.
- [21] 江亦涵, 王挺, 李亚伟, 等. 双七自由度臂防碰撞协

同控制算法研究[J]. 高技术通讯, 2023, 33(7): 750-761.

JIANG Y H, WANG T, LI Y W, et al. Research on the Control System of Cooperative Work of Double Seven Degrees of Freedom Arm Robot[J]. Chinese High Technology Letters, 2023, 33(7): 750-761.

[22] 李铁军,刘力源,刘今越,等. 冗余度双臂机器人协 作策略下实时避障算法[J]. 机械科学与技术, 2023, 42(11): 1821-1828.

LI T J, LIU L Y, LIU J Y, et al. Real-Time Obstacle Avoidance Algorithm for Coordinated Strategy of Redundant Dual-Arm Robots[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2023, 42(11): 1821-1828.