

绿色包装与循环经济

三维装载优化模型与算法研究综述

刘永¹, 岳志城^{1,2}, 王勇^{1*}, 徐光灿¹

(1. 重庆交通大学 a. 经济与管理学院 b. 绿色物流智能技术重庆市重点实验室 重庆 400074;

2. 西安交通大学 管理学院, 西安 710049)

摘要: **目的** 随着电子商务和物流技术的快速发展, 货物三维装载问题 (Three dimension packing problem, 3DPP) 引起了学术界的广泛关注, 实施货物的三维装载与配送已成为物流行业降本增效的重要途径之一。**方法** 利用文献分析法对 3DPP 模型和算法进行综述, 首先对 3DPP 进行量化图谱分析; 其次阐明 3DPP 基础模型, 阐述承重、支撑面、货物旋转、货物重心等 4 种约束条件, 总结层级、块生成、空间划分、建堆法等 4 种不同三维装载方式; 然后, 阐述 3DPP 模型的各类优化求解算法, 并利用 BR 数据集和 LN 实例对比分析部分经典算法的性能。**结论** 未来物流 3DPP 可以从标准化包装、两阶段三维装载、配送路径成本等方面进行研究。

关键词: 三维装载; 启发式算法; 集装箱; 现代化物流

中图分类号: TB48; U169

文献标志码: A

文章编号: 1001-3563(2024)17-0216-10

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2024.17.026

Review of 3D Packing Optimization Model and Algorithm

LIU Yong¹, YUE Zhicheng^{1,2}, WANG Yong^{1*}, XU Guangcan¹

(1. a. School of Economics and Management, b. Chongqing Key Laboratory of Green Logistics Intelligent,

Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China; 2. School of Management,

Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

ABSTRACT: With the rapid development of e-commerce and logistics technology, the three dimension packing problem (3DPP) has attracted extensive attention from the academic community. The implementation of three dimension packing and distribution of goods has become one of the important ways to achieve cost reduction and efficiency increase in the logistics industry. The literature analysis method was used to review the 3DPP model and algorithm. Firstly, the quantitative graph analysis of 3DPP was carried out. Secondly, the basic model of 3DPP was clarified, the four constraints such as load bearing, supporting surface, rotation of goods and center of gravity of goods were expounded, and the four different three dimension packing methods such as hierarchy, block generation, space division and stack building method were summarized. Then, the various optimization algorithms of 3DPP model were described, and the performance of some classical algorithms was compared and analyzed by BR dataset and LN example. The future logistics 3DPP can be studied from the aspects of standardized packaging, two-stage three dimension packing, and distribution path cost.

KEY WORDS: three dimension packing; heuristic algorithm; containers; modern logistics

收稿日期: 2024-04-07

基金项目: 重庆市教委人文社会科学研究项目 (22SKJD093, 22SKGH174); 重庆市教委科学技术研究项目 (KJQN202100702); 国家自然科学基金 (72371044); 绿色物流智能技术重庆市重点实验室开放基金 (KLILN2023YB006, KLILN2023YB005)

*通信作者

货物在配送运输过程中普遍存在运力浪费、货损量高等问题,这是物流配送环节降本增效亟待解决的重要问题。实施货物三维装载作为一种提高空间利用率、减少运力浪费的有效方法,已引起学术界的关注。图 1 展示了中国知网 (CNKI) 从 1983—2023 年关键词“装箱问题”的相关文献发表情况,可见针对“装箱问题”的研究已受到广泛关注,呈现增长趋势。本文筛选了“三维装载”典型文献,并从定义、装载模型、约束条件、装载方式、求解算法等角度对相关研究进行了梳理,重点讨论了三维装载模型的优化算法和求解性能,最后总结了其发展趋势和改进方向,旨在从理论与实践的角度为物流配送货物三维装载方案的改进和优化提供决策参考。

1 相关研究的量化分析

分别对 CNKI 和 Web of Science 数据库的相关文献进行检索, 以相关度进行排序筛选每个数据库前 300

篇期刊文章,并用 CiteSpace 软件进行可视化图谱分析。

以“装箱”为关键词在CNKI数据库中检索并得到分析图谱,如图2所示。图2中关键词的字体大小表示该关键词在数据库中出现的频次高低。

由图 2 可以看出, 高频词汇包括三维装箱、装箱问题、装箱、遗传算法、自动装箱等。低频词汇包括分组思想、塔、机械手等。高频词汇一般表示该研究方向中普遍存在的待解决问题或方法, 低频词汇表示各研究方向中所采用的不同解决措施或应用场景。由此可见, 国内装箱问题的研究热点是在装箱与配送相关问题的基础之上, 通过算法产生不同的应用效果。

在 Web of Science 数据库检索关键词“container loading”，得到的分析图谱如图 3 所示。由图 3 可以看出，关键词出现的高频词汇包括 algorithm、genetic algorithm、container loading problem 等。低频词汇包括 ship、static stability、gantry cranes 等。由此可见，国外相关研究聚焦于求解算法，并具体到各类运作设备的配合协作中。

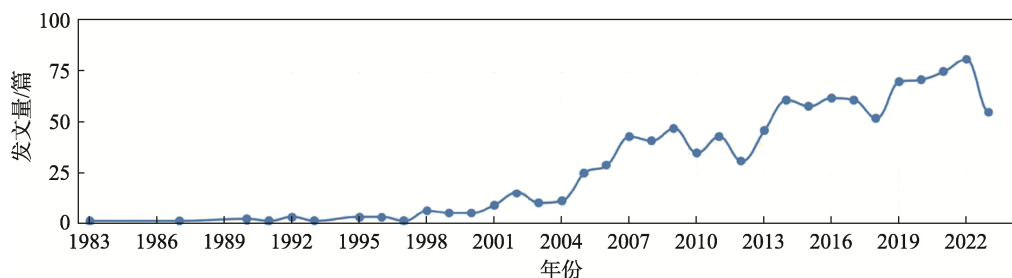


图 1 “装箱问题”研究文献统计趋势
Fig.1 Statistical trend of literature on "packing" problem

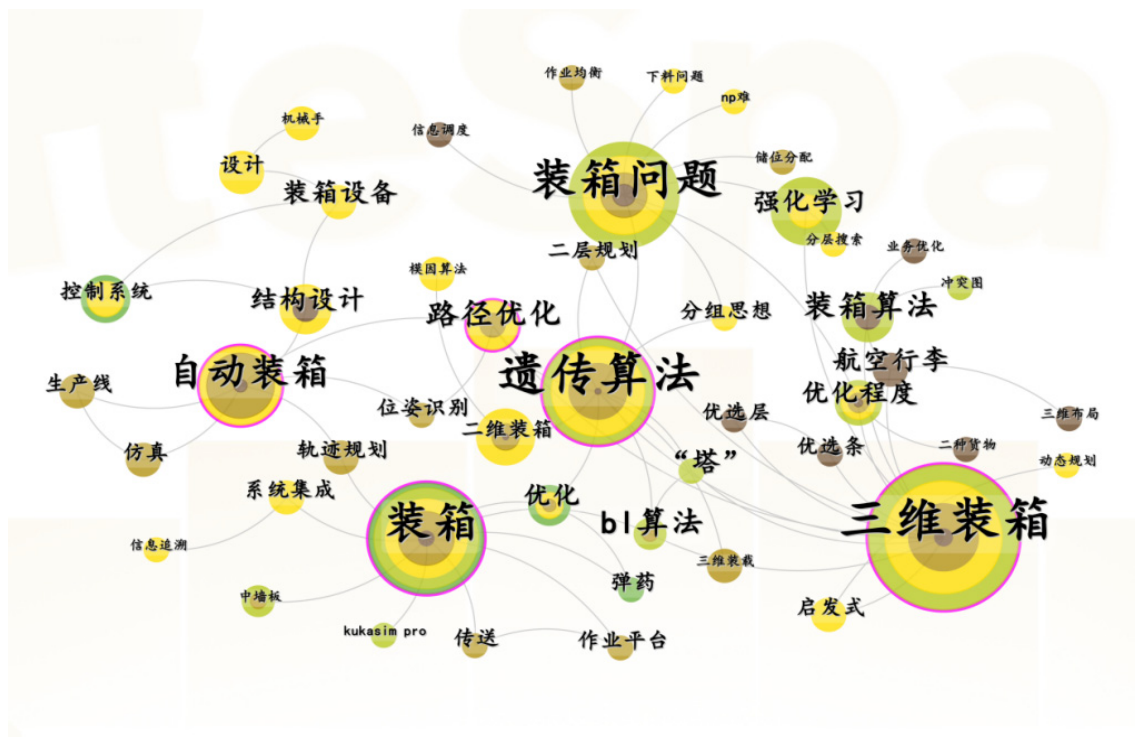


图 2 “装箱”相关研究的关键词图谱
Fig.2 Key word map of research related to "packing"

装载和配送的多目标优化, 需要综合考虑货物到达客户点后从车厢中卸载的过程, 适合于多客户点配送运输。考虑配送顺序的三维装载往往遵循“先入后出”的原则, 以及先卸载货物不得在后卸载货物的下方, 因此这种装载应用于零担、快递、多客户分批配送的运输。2006 年, Gendreau 等^[13]在 3DPP 问题的基础上, 考虑了配送路径优化过程, 提出了 3LCVRP (3D loading container-VRP) 模型。随后, 三维装载的研究开始结合 VRP 配送路径优化。Chen 等^[14]综合考虑了客户对服务时间的要求, 满足了不同的客户需求。Bortfeldt、Yi^[15]考虑了三维装箱约束和车辆的分配使用, 并改进了遗传算法, 该研究对解决三维装载的车辆调度问题具有推动作用。王勇等^[16]针对三维装载约束下的 4 种货物类型, 提出了求解车辆路径优化方案, 并与经典的启发式算法的结果进行了对比。随着新能源汽车、无人配送等新兴技术的发展, 与 3LCVRP 相关问题的研究将会延伸出更多方向, 如低碳运输、联合配送、共同配送等。3LCVRP 的流程示意图如图 4 所示。

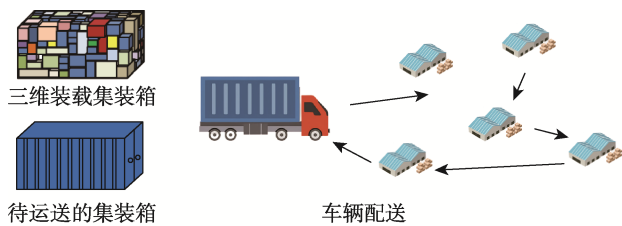


图 4 3LCVRP 问题流程
Fig.4 3LCVRP problem flow chart

针对三维装载的方案流程, 相关学者仍在探索, 对于不同的适用场景, 需要设计与场景相适应的装载方案。例如, 在远距离水运中, 大型集装箱无须频繁进行装卸工作, 无须考虑货物的配送顺序; 在短距离配送中, 不仅要尽可能多地将货物装入车厢, 还要考虑货物的出入箱顺序和装卸便捷性, 因此需要在两者之间寻找平衡。

2.2.2 货物到达方式的角度

从货物到达的方式来看, 或从货物信息的完整度来看, 又将装载问题分为离线装箱问题、在线装箱问题和半在线装箱问题。

1) 离线装箱问题^[17-18]。若已知所有货物的信息, 且对货物的装载顺序无特定要求, 则称为离线装箱问题。相较于在线装箱问题和半在线装箱问题, 离线装箱问题的效果更好, 国内外学者也较多地研究离线装箱问题。

2) 在线装箱问题^[19]。无法获知所有货物的信息、无法得知下一货物情况的问题被称为在线装箱问题。在线装箱问题更多应用于流程生产、及时配送等无库存问题中。

3) 半在线装箱问题^[20]。半在线装箱问题类似于离线装箱问题, 可以获得所有货物的装载信息, 但又类似于在线装箱问题, 需要按照规定顺序对货物进行装载。目前针对半在线装箱问题的研究较少, 它与考虑“先入后出”配送顺序的问题^[16, 21]具有相似性。

通常离线装箱的装载灵活性最大, 半在线装箱因可提前获知装箱顺序, 其灵活性较好, 在线装箱的灵活程度最低。

3 3DPP 的基础模型与约束条件

3.1 基础模型

3DPP 通过对内部货物的堆叠码放, 实现空间利用率的最大化。建立模型的基本假设: 车辆空间为标准的长方体密闭空间, 且内部货物无正反方向; 每位顾客的需求量均小于车辆的承载量; 货物形状均为标准长方体, 且内部密度均匀。其基础模型见式 (1)~(6)。式 (1) 表示以车辆装载率最大化为目标函数。式 (2) 表示所有被装载货物的体积之和不超过车厢最大容积。式 (3)~(5) 表示第 i 个货物放入车内后, 其长度、宽度、高度的坐标均不超过车厢的坐标。式 (6) 表示决策变量。

$$F = \sum_{i=1}^n \frac{u_i \cdot v_i}{V} \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^n u_i \cdot v_i \leq V \quad (2)$$

$$0 \leq x_i + l_i \leq L \quad (3)$$

$$0 \leq y_i + w_i \leq W \quad (4)$$

$$0 \leq z_i + h_i \leq H \quad (5)$$

$$u_i \in \{0, 1\} \quad (6)$$

式中: u_i 为决策变量, 当货物 i 被装入容器时为 1, 否则为 0; v_i 为第 i 件货物的体积; V 为车厢体积; x_i 、 y_i 、 z_i 为辅助变量, 表示放入第 i 件货物时, 货物左下内侧点在 x 、 y 、 z 轴上的坐标; l_i 、 w_i 、 h_i 为第 i 件货物的长度、宽度、高度; L 、 W 、 H 为车厢的长度、宽度、高度。

3.2 约束条件

在前述构建 3DPP 模型的基础上, 考虑不同货物装载过程中的实际需要, 加入更多的约束条件。随着装载模型构建过程中加入的约束条件的增多, 其适用性越强。考虑到基础模型的扩展, 常见的约束条件如下。

1) 考虑装载承重的约束。装载承重的约束, 即增加整车载重量的约束, 所有装入车厢内货物的重量之和不超过车厢最大载重量。该模型类似于车厢体积约束, 属于最常见的装载要求, 见式 (7)。

$$\sum_{i=1}^n u_i \cdot g_i \leq G \quad (7)$$

式中： g_i 为车厢内第*i*件货物的重量； G 为车辆的最大载重量。

2) 考虑支撑面的约束。为了保证货物能够平稳地置于下层货物上而不发生坍塌，在码放过程中还需要注意上下货物之间的支撑面，因此从第2层开始码放，需要考虑支撑面问题。该模型由 Junqueira 等^[22]提出，上层货物*i*与下层诸多货物之间的接触面积必须满足一定值。2件在*x-y*平面发生重叠货物的俯视图如图5所示。

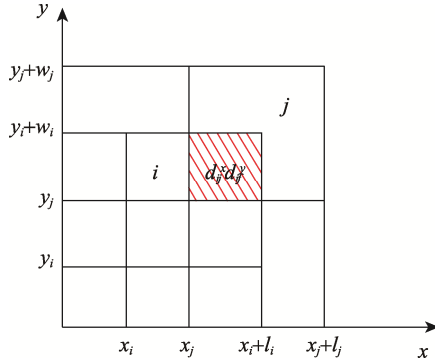


图5 2件在*x*、*y*轴发生重叠货物的俯视图
Fig.5 Top view of two overlapping goods on *x* and *y* axes

如图5所示，采用式(8)描述2件货物的重叠区域。

$$\begin{cases} d_{ij}^x = \max\{0, \min\{x_i + l_i, x_j + l_j\} - \max\{x_i, x_j\}\} \\ d_{ij}^y = \max\{0, \min\{y_i + w_i, y_j + w_j\} - \max\{y_i, y_j\}\} \end{cases} \quad (8)$$

式中： d_{ij}^x 、 d_{ij}^y 分别为上下两件货物*i*、*j*从俯视图观看时重复部分的*x*轴边长和*y*轴边长。若要求下层货物与上层货物的支撑面积不低于70%^[23]，那么可得式(9)。式(9)表示上层货物*i*与下层诸多货物之间的接触面积不少于*i*货物本身面积的70%，即下层货物俯视面积的70%。

$$\sum_{j \in \gamma_b} d_{ij}^x d_{ij}^y \geq 0.7 l_i w_i \quad i \in \gamma_t \quad (9)$$

式中： γ_b 、 γ_t 分别为上下两层有重叠货物的集合。

3) 考虑货物旋转的约束。货物在容器内的堆叠过程并不完全相同，总会产生一些不完全契合货物本身形态的空间。当空间内的矩形至少能够找到3条边长大于货物3条边长时，其表达式见式(10)。在满足条件后，货物在空间内进行旋转才能顺利装入容器中。常见6种旋转方式^[11-12]如图6所示。上述6种方式涵盖了货物在装载过程中产生的所有摆放方向，其旋转方式的变化能够更好地利用车厢内的剩余空间。

$$\begin{cases} 0 \leq x_i \leq L_{i-1}^n - l_i \\ 0 \leq y_i \leq W_{i-1}^n - w_i \\ 0 \leq z_i \leq H_{i-1}^n - h_i \end{cases} \quad (10)$$

式中： L_{i-1}^n 、 W_{i-1}^n 、 H_{i-1}^n 分别为在码放第*i-1*个货物后，以空间内某条边长作为待装载空间的长度、宽度、高度。

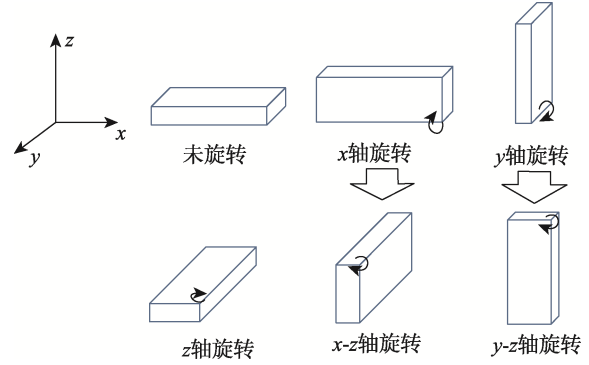


图6 装箱的6种旋转方式
Fig.6 Six kinds of rotation methods for packing

4) 考虑货物重心的约束。在货物摆放过程中可能存在某些复杂空间，不能保证上下货物之间存在较高接触率，同时又不影响货物之间的稳定性，因此需要考虑货物重心的约束。式(11)为重心约束，其中 x_a 、 x_b 、 y_a 、 y_b 、 z_a 、 z_b 为重心的区间范围，货物重心在这个范围内可以稳定码放，不会产生倾斜。假设货物在箱子内部均匀分布、密度均匀。

$$\begin{cases} x_a \leq \sum_{i=1}^n (x_i + \frac{l_i}{2}) / n \leq x_b \\ y_a \leq \sum_{i=1}^n (y_i + \frac{w_i}{2}) / n \leq y_b \\ z_a \leq \sum_{i=1}^n (z_i + \frac{h_i}{2}) / n \leq z_b \end{cases} \quad (11)$$

4 3DPP模型的装载方式

在研究3DPP模型的装载方式时，常常通过建立“层”级、“块”生成、空间划分、建堆法等装载逻辑得到有效方案。下面分析了几种典型的装载方式。

1) “层”级装载方式。基于“层”级概念的装载方式适用于单货型的货物装载。该方法是将每个*z*坐标下，新的装载货物高度作为新的一层，对该层的货物优先判断该层下这一排空间是否满足长度、宽度、高度装载约束，是一种逐级判断的装载方法^[24]。例如，首先，对未超出容器约束的货物进行检测， $z_{i-1} + h_i \leq H$ ，若超出则检测下一个货物；其次，若未超出容器高度，则检测 $y_{i-1} + w_i \leq W$ ，若超出则更新*y*坐标，即向上一层进行装载；然后，若未超出容器宽度，便继续检测货物的长度是否能放入当前*x*

轴, 即 $x_{i-1} + l_i \leq L$, 若超出则更新 x 坐标, 向后一层进行装载; 最后, 若不超出容器长度, 便在当前位置放入货物, 并更新 x, y, z 轴坐标。“层”的概念如图 7 所示。由于该方法过于明确地划分层的概念, 使得该方法在处理多规格货物时, 会产生大量因高度不统一造成的层之间难以利用的空隙。

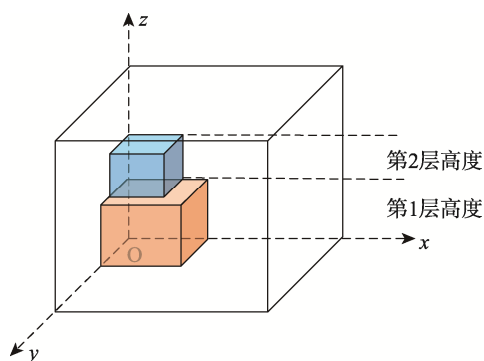


图 7 “层”的展示
Fig.7 Display of "layers"

2) “块”生成方式。“块”生成方式的特征是装载方案由若干个长方体“块”构成, 每个块由尺寸相近的物品组成, 箱子与箱子之间无空隙, 堆叠的结果必须正好形成一个长方体^[25]。如图 8 所示, 展示了 4 个简单块进行堆叠的例子, 其中 n_x, n_y, n_z 表示每个维度上的箱子数量。将相同类型的货物组成的规则“块”与其他“块”进行堆叠, 产生的新“块”称为“复合块”。一般情况下, 复合块的体积大于其内部所有简单块体积之和, 如图 9 所示。复合块的概念可以简化不规则的剩余空间问题, 避免因复杂的货物码放导致算力增加的情况, 缺点就是随着装载货物的增加, “块”内部产生的不可利用的空隙也越来越多, 因此得不到更优的装载率。

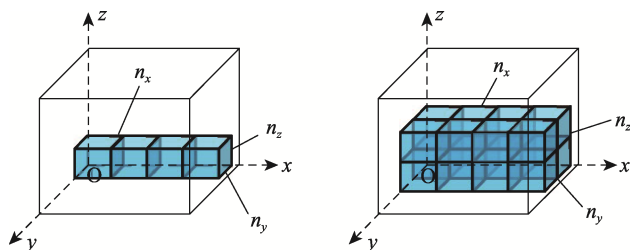


图 8 简单块的堆叠
Fig.8 Stack of simple blocks

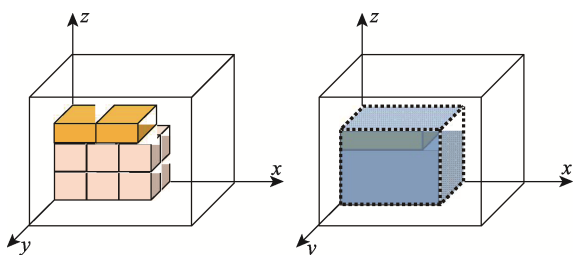


图 9 复合块的合并
Fig.9 Merging of composite blocks

3) 空间划分方法。空间划分方法属于完全切割, 此模型在推导过程中需要加入不断更新的最大剩余立方体空间的大小。最大剩余空间(Allowable packing area, APA)指容器装载前的最大未装载立方体空间。在装载过程中每个箱子的上、右、前等 3 个方向会同时产生 3 个 APA。容器的装载是在箱子的最大剩余空间中按照一定规则进行, APA 的刻画程度关系到容器的放置和空间容纳能力, 对于容器的装载至关重要。某空间在放入第 1 个货物时, 其 3 种可能的最大剩余空间的划分示意图如图 10 所示。剩余空间划分可以通过不断地为剩余空间匹配合适的货物进行装载, 但意味着每装载 1 个货物, 就需要对新的空间进行计算, 并搜索合适的货物, 这必然会对某些货物进行多次搜索, 使得该方法随着货物量的增多变得越来越复杂。

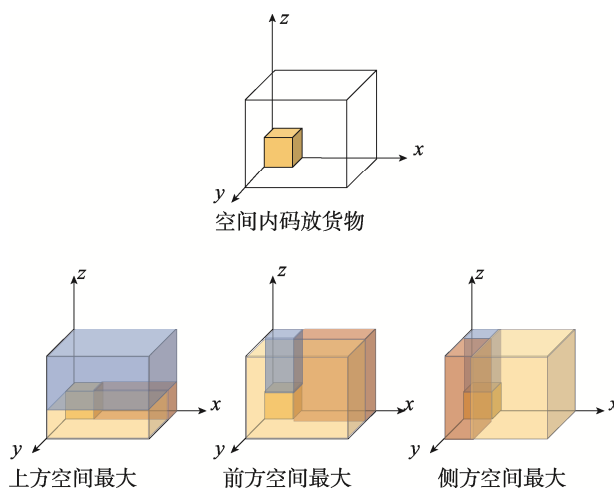


图 10 剩余空间划分
Fig.10 Residual space division

4) 建堆法。建堆法^[18, 26]是先将物品组合成若干个与车厢高度近似的长条, 再将这些长条置于车厢中。与砌墙法相比, 采用建堆法时长条的 4 个竖直面不必与容器的四面重合。

上述装载方式在对应场景应用过程中可得到较好的装载效果。随着货物量的增加及货物类型的增多, 在装载率、支撑面、计算效率等指标方面会出现三维装载效果下降的可能, 如何针对应用场景设计与之相适应的装载方式、平衡优缺点是未来三维装载方式研究的重点。

5 3DPP 模型的求解算法

5.1 相关算法

求解三维装载问题不仅依托装载方式, 还要设计合适的求解算法。常见的算法包括数学规划^[27]、数值优化法^[28]和启发式算法。前 2 种为精确算法, 在处理

多种货物的强异质问题上，采用精确算法的难度较大。绝大多数研究采用启发式算法进行求解，它在迭代寻优过程中可对货物装载顺序进行重新排布，以获得近似最优解。根据解的组成规模，可分为单点元启发式算法、多点元启发式算法及混合式启发式算法。

1) 单点元启发式算法。单点元启发式算法是在求解过程中持续地寻找某解，禁忌搜索、搜索树算法、模拟退火等都是典型的单点元启发式算法。张德富等^[17]和 Wang 等^[29]采用模拟退火算法进行三维装载求解。Bortfeldt、Gehring 等^[30-31]提出了一种禁忌搜索算法，以处理少量箱型的三维装载问题，在此基础上他们又改进了块的概念，并提出并行禁忌搜索算法。

2) 多点元启发式算法。多点元启发式算法可对整组解向量并行求解计算，包括遗传算法、粒子群算法等经典算法^[32]。Gehring、Bortfeldt^[33]提出了并行遗传算法，先对箱子进行预处理，再用遗传算法对箱子进行优化组合，以获得装载方案。吴蓓等^[34]采用改进粒子群算法，获得了更好的算法自适应能力和稳定性。尽管多点元启发式算法实现了同时对多箱型的求解计算，但在局部解处理上增加了无用计算过程。

3) 混合式启发式算法。混合式启发式算法是融合使用多种启发式算法求解三维装载问题的方法。江宝钊、熊伟清^[35]设计了混合遗传算法，以求解三维集装箱装箱问题，较好地解决了多目标、多约束的空间三维分布问题。混合式启发式算法同时具备单点元启

发式算法的局部最优搜索能力和多点元启发式算法的全局最优搜索能力^[36]。

5.2 算法求解性能分析

以往常用的经典算例主要包括 Loh、Nee 的经典算例^[37]（下文简称 LN，共 15 个案例），Bischoff 和 Ratcliff 的标准数据集^[30]（下文简称 BR，共 15 个案例）。其中，BR1—BR7 为弱异质案例，BR8—BR15 为强异质案例，下载网址：<http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/orlib/thpackinfo.html>。由于三维装载的约束不同，程序运行时间不同，且目标函数的侧重点也存在差异，这里仅选择容积装载率作为算法对比效果的参考指标。表 1 给出了部分三维装载问题研究中采用不同求解算法对上述经典算例进行分析的结果。

表 1 数据结果显示，对于 BR 数据集，求解效果最好的是 Fanslau、Bortfeldt^[25]设计的搜索树算法，其装载率高达 93.87%；在 LN 数据集中，求解效果最好的是 Su 等^[38]设计的混合遗传算法，其装载率为 71.71%。需要说明的是，在表 1 中尽管有些研究采用的算法名称相似，但由于算法设计中考虑了其他具体约束或机制，导致得到的结果不尽相同。

求解算法的性能也与三维装载方式的逻辑相关。在 LN 数据集中，求解效果最好的混合遗传算法与仅次于其求解效果的禁忌搜索算法的差距较小。对于 BR 数据集，各类求解算法的性能差异明显，其主要原因是装载方式逻辑不同。由此可见，良好的求解性能效果来源于所设计的求解算法与三维装载方式逻辑的良好适应程度。目前，Fanslau、Bortfeldt^[25]使用的整套方案是较为高效的装载方案。

表 1 不同算法针对 2 个数据集的容积装载率对比
Tab.1 Comparison of volumetric loading rate of two datasets by different algorithms

序号	算法	主要作者	实验数据集	装载率/%
1	多层搜索树算法	刘胜等 ^[18]	BR1—BR15	93.75
2	基于整数拆分的搜索树算法	Fanslau、Bortfeldt ^[25]	BR1—BR15	93.87
3	混合局域搜索算法	Zhu、Lei ^[2]	BR1—BR15	86.45
4	混合遗传算法	Su 等 ^[38]	BR1—BR15	88.61
5	拟合读算法	He、Huang ^[39]	BR1—BR15	92.72
6	贪婪算法	Moura、Oliveira ^[40]	BR1—BR15	90.17
7	混合模拟退火算法	张德富等 ^[17]	BR1—BR15	90.46
8	混合启发式算法	Gehring、Bortfeldt ^[33]	LN1—LN15	69.90
9	搜索树算法	Bischoff、Ratcliff ^[26]	LN1—LN15	68.60
10	混合遗传算法	Bortfeldt、Gehring ^[6]	LN1—LN15	70.10
11	禁忌搜索算法	Bortfeldt、Gehring ^[30]	LN1—LN15	70.90
12	混合遗传算法	Su 等 ^[38]	LN1—LN8	71.71

6 结语

展望物流行业的发展前景,物流技术的标准化、自动化、智慧化已成为发展趋势,针对三维装载技术的研究受到广泛关注。本文利用文献分析法对3DPP模型与算法进行了梳理,首先对3DPP研究与应用领域进行了量化图谱分析;其次介绍了3DPP基础模型与几种常见的约束条件及装载方式;随后,对3DPP模型各类优化求解算法进行了对比分析。本文从问题、模型、方法等方面较为系统地对3DPP进行了综合分析,结合现有研究的不足及待改进的内容,未来可从以下几个方面拓展研究。

1) 包装规格标准化。随着货物规格的复杂化,各种装载方式处理强异质货物时均会出现性能下降的问题,如何把强异质转化为弱异质是解决此问题的关键。标准化可以实现将强异质三维装载转化为弱异质三维装载,从而提高装载效能。

2) 二阶段三维装载规划。二阶段三维装载规划是完成2个阶段的装载,第1阶段是将货物装入第1个箱体中,第2阶段是将装载后的每个箱体重新看作一个货物,进行第2阶段的车厢装载。相关研究可以针对两阶段不同装载特征的需要,采用不同的装载方式和算法设计,并探讨两者之间的协同关系。

3) 结合整个物流运作环节,综合提升运输装载率。提高装载率是实施三维装载的主要目标。一方面,可在运输中考虑增加单位运输批次下车辆的运力,减少相同货物的运输批次,节约运输过程中的油耗、车辆使用成本等;另一方面,三维装载考虑货物支撑等约束,可以很大程度地避免货物挤压造成的货物损失。如外包装破损、货物遗失等。

参考文献:

- [1] ERBAYRAK S, ÖZKIR V, MAHIR YILDIRIM U. Multi-Objective 3D Bin Packing Problem with Load Balance and Product Family Concerns[J]. Computers & Industrial Engineering, 2021, 159: 107518.
- [2] ZHU X, LEI D Y. Bi-Level Hybrid Local Search Approach for Three-Dimensional Loading Problem with Balancing Constraints[J]. Journal of Central South University, 2018, 25(4): 903-918.
- [3] EILON S, CHRISTOFIDES N. The Loading Problem[J]. Management Science, 1971, 17(5): 259-268.
- [4] PISINGER D. Heuristics for the Container Loading Problem[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 141(2): 382-392.
- [5] GEORGE J A, ROBINSON D F. A Heuristic for Packing Boxes into a Container[J]. Computers & Operations Research, 1980, 7(3): 147-156.
- [6] BORTFELDT A, GEHRING H. A Hybrid Genetic Algorithm for the Container Loading Problem[J]. European Journal of Operational Research, 2001, 131(1): 143-161.
- [7] LIU Y, YUE Z C, WANG Y, et al. Logistics Distribution Vehicle Routing Problem with Time Window under Pallet 3D Loading Constraint[J]. Sustainability, 2023, 15(4): 3594.
- [8] 许光泞, 俞金寿. 改进遗传算法求解三维集装箱装载问题[J]. 华东理工大学学报(自然科学版), 2007, 33(3): 425-428.
XU G N, YU J S. An Improved Genetic Algorithm for Three-Dimension Container Loading Problem[J]. Journal of East China University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2007, 33(3): 425-428.
- [9] EL-ASHMAWI W H, ELMINAAM D S A. A Modified Squirrel Search Algorithm Based on Improved Best Fit Heuristic and Operator Strategy for Bin Packing Problem[J]. Applied Soft Computing, 2019, 82: 105565.
- [10] SANTOS L F O M, IWAYAMA R S, CAVALCANTI L B, et al. A Variable Neighborhood Search Algorithm for the Bin Packing Problem with Compatible Categories[J]. Expert Systems with Applications, 2019, 124: 209-225.
- [11] KANG K, MOON I, WANG H F. A Hybrid Genetic Algorithm with a New Packing Strategy for the Three-Dimensional Bin Packing Problem[J]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 219(3): 1287-1299.
- [12] 刘永, 岳志城, 王勇. 托盘装载约束下带时间窗的配送车辆路径优化研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2023, 23(6): 262-273.
LIU Y, YUE Z C, WANG Y. Distribution Routing Problem with Time Window under Constraint of Pallet Loading[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2023, 23(6): 262-273.
- [13] GENDREAU M, IORI M, LAPORTE G, et al. A Tabu Search Algorithm for a Routing and Container Loading Problem[J]. Transportation Science, 2006, 40(3): 342-350.
- [14] CHEN Z Y, YANG M K, GUO Y J, et al. The Split Delivery Vehicle Routing Problem with Three-Dimensional

- Loading and Time Windows Constraints[J]. Sustainability, 2020, 12(17): 6987.
- [15] BORTFELDT A, YI J M. The Split Delivery Vehicle Routing Problem with Three-Dimensional Loading Constraints[J]. European Journal of Operational Research, 2020, 282(2): 545-558.
- [16] 王勇, 魏远哈, 蒋琼, 等. 三维装载约束下基于运输资源共享的车辆路径问题[J]. 计算机集成制造系统, 2023, 29(9): 3153-3170.
WANG Y, WEI Y H, JIANG Q, et al. Vehicle Routing Problem Based on Transportation Resource Sharing under Three-Dimensional Loading Constraints[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2023, 29(9): 3153-3170.
- [17] 张德富, 彭煜, 朱文兴, 等. 求解三维装箱问题的混合模拟退火算法[J]. 计算机学报, 2009, 32(11): 2147-2156.
ZHANG D F, PENG Y, ZHU W X, et al. A Hybrid Simulated Annealing Algorithm for the Three-Dimensional Packing Problem[J]. Chinese Journal of Computers, 2009, 32(11): 2147-2156.
- [18] 刘胜, 沈大勇, 商秀芹, 等. 求解三维装箱问题的多层树搜索算法[J]. 自动化学报, 2020, 46(6): 1178-1187.
LIU S, SHEN D Y, SHANG X Q, et al. A Multi-Level Tree Search Algorithm for Three Dimensional Container Loading Problem[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(6): 1178-1187.
- [19] LIN B C, LI J W, CUI T X, et al. A Pattern-Based Algorithm with Fuzzy Logic Bin Selector for Online Bin Packing Problem[J]. Expert Systems with Applications, 2024, 249: 123515.
- [20] ALI S, RAMOS A G, CARRAVILLA M A, et al. Heuristics for Online Three-Dimensional Packing Problems and Algorithm Selection Framework for Semi-Online with Full Look-Ahead[J]. Applied Soft Computing, 2024, 151: 111168.
- [21] WANG Y, WEI Y H, WANG X W, et al. A Clustering-Based Extended Genetic Algorithm for the Multi-depot Vehicle Routing Problem with Time Windows and Three-Dimensional Loading Constraints[J]. Applied Soft Computing, 2023, 133: 109922.
- [22] JUNQUEIRA L, MORABITO R, YAMASHITA D S. Three-Dimensional Container Loading Models with Cargo Stability and Load Bearing Constraints[J]. Computers & Operations Research, 2012, 39(1): 74-85.
- [23] GZARA F, ELHEDHLI S, YILDIZ B C. The Pallet Loading Problem: Three-Dimensional Bin Packing with Practical Constraints[J]. European Journal of Operational Research, 2020, 287(3): 1062-1074.
- [24] TERNO J, SCHEITHAUER G, SOMMERWEIß U, et al. An Efficient Approach for the Multi-Pallet Loading Problem[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 123(2): 372-381.
- [25] FANSLAU T, BORTFELDT A. A Tree Search Algorithm for Solving the Container Loading Problem[J]. Inform Journal on Computing, 2010, 22(2): 222-235.
- [26] BISCHOFF E E, RATCLIFF M S W. Issues in the Development of Approaches to Container Loading[J]. Omega, 1995, 23(4): 377-390.
- [27] CHRISTOFIDES N, WHITLOCK C. An Algorithm for Two-Dimensional Cutting Problems[J]. Operations Research, 1977, 25(1): 30-44.
- [28] GALIEV S I, LISAFINA M S. Numerical optimization method for packing regular convex polygons[J]. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2016, 56(8): 1402-1413.
- [29] WANG H T, WANG Z J, LUO J. A Simulated Annealing Algorithm for Single Container Loading Problem[C]// International Conference on Service Systems and Service Management. Shanghai: IEEE, 2012: 551-556.
- [30] BORTFELDT A, GEHRING H. A Tabu Search Algorithm for Weakly Heterogeneous Container Loading Problems[J]. OR Spectrum, 1998, 20: 237-250.
- [31] BORTFELDT A, GEHRING H, MACK D. A Parallel Tabu Search Algorithm for Solving the Container Loading Problem[J]. Parallel Computing, 2003, 29(5): 641-662.
- [32] 陈元文. 基于优先保持策略遗传算法的三维装箱问题[J]. 包装工程, 2021, 42(15): 211-218.
CHEN Y W. Three-Dimensional Container Loading Problem Based on Genetic Algorithm with Priority Retention Strategy[J]. Packaging Engineering, 2021, 42(15): 211-218.
- [33] GEHRING H, BORTFELDT A. A Genetic Algorithm for Solving the Container Loading Problem[J]. International Transactions in Operational Research, 1997,

- 4(5/6): 401-418.
- [34] 吴蓓, 丁文英, 杜彦华, 等. 基于重力装载的自适应随机算法求解多箱型三维装箱问题[J]. 计算机集成制造系统, 2020, 26(11): 3084-3093.
- WU B, DING W Y, DU Y H, et al. Adaptive Random Algorithm Based on Gravity Loading to Solve 3D-MBSBPP[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2020, 26(11): 3084-3093.
- [35] 江宝钊, 熊伟清. 一种求解三维集装箱装箱问题的混合遗传算法[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(26): 200-202.
- JIANG B C, XIONG W Q. Hybrid Genetic Algorithm Solving for Three-Dimensional Container Loading Problem[J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(26): 200-202.
- [36] BORGULYA I. A Hybrid Evolutionary Algorithm for the Offline Bin Packing Problem[J]. Central European Journal of Operations Research, 2021, 29(2): 425-445.
- [37] LOH T H, NEE A Y C. A Packing Algorithm for Hexahedral Boxes[C]// Proceedings of the Conference of Industrial Automation. Singapore, 1992, 115-126.
- [38] SU Y R, YE Y M, CHEN S H, et al. A Hybrid Chemical Reaction Optimisation Algorithm for Solving 3D Packing Problem[J]. International Journal of Autonomous and Adaptive Communications Systems, 2021, 14(1/2): 117.
- [39] HE K, HUANG W Q. An Efficient Placement Heuristic for Three-Dimensional Rectangular Packing[J]. Computers & Operations Research, 2011, 38(1): 227-233.
- [40] MOURA A, OLIVEIRA J F. A GRASP Approach to the Container-Loading Problem[J]. IEEE Intelligent Systems, 2005, 20(4): 50-57.