机械与过程控制

3-CUR 并联分拣机器人的运动学分析与仿真

刘荣帅[1]，李清[1,2]，杜昱东[1]，丰玉玺[1]，张鹏[1]，赵立婷[1]
（1.中北大学 机械工程学院，太原 030051；2.宁波财经学院，浙江 宁波 315175）

摘要：目的 我国传统的食品生产行业，以人工分拣为主，自动化程度低，需耗费大量的劳动力，设计一种 3-CUR 并联机器人，用于食品生产的快速分拣。**方法** 运用螺旋理论分析了该机构的自由度数目和类型，并且用修正的 Grubler-Kutzbach 公式对该机构的自由度进行了验证。接着使用 D-H 运动链参数表示法和欧拉角表示法，求解该机构的位置反解，采用三维动态法和 Matlab 软件对该并联分拣机器人的工作空间进行了分析与仿真，最后利用 ADAMS 软件对该机器人的运动性能进行了仿真分析。**结果** 该机构可以实现一平(沿 z 轴的平动)两转(绕 x 轴 y 轴的转动) 的运动，工作空间大，可达范围广，没有出现奇异点，末端执行器各参数的运动曲线呈有规律的周期性变化，可满足分拣机器人所需的运动和工作范围。**结论** 该机构运动性能优越，稳定性好，具有良好的工作空间，可实现食品生产过程中的高速自动扫描和分拣，在包装自动化领域具有潜在的应用价值。

关键词：3-CUR；并联机构；螺旋理论：位置反解；工作空间；分拣机器人
中图分类号：TH112；TB486　　**文献标识码：**A　　**文章编号：**1001-3563(2019)21-0179-08
DOI：10.19554/j.cnki.1001-3563.2019.21.026

Kinematics Analysis and Simulation of 3-CUR Parallel Sorting Robot

LIU Rong-shuai[1], *LI Qing*[1,2], *DU Yu-dong*[1], *FENG Yu-xi*[1], *ZHANG Peng*[1], *ZHAO Li-ting*[1]
(1.School of Mechanical Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China;
2.Ningbo Institute of Finance and Economics, Ningbo 315175, China)

ABSTRACT: In the traditional food production industry of China, manual sorting is the main method with low automation and a large amount of labor is needed. The paper aims to design a 3-CUR parallel robot for fast sorting in food production. The number and type of the freedom degree of the mechanism were analyzed with the screw theory, and the freedom degree of the mechanism was verified by the modified Grubler-Kutzbach formula. Then the inverse position solution of the mechanism was solved by D-H kinematic chain parameter representation and Euler angle representation; and the workspace of the parallel sorting robot was analyzed and simulated with the three-dimensional dynamic method and the Matlab software. Finally, the motion performance of the robot was simulated with the ADAMS software. The mechanism can realize the movement of one level (along z axis) and two revolutions (around x axis and y axis). It had large workspace and can reach a wide range without singularities. The motion curves of the end-effector parameters changed regularly and periodically, which could satisfy the motion and working range of the sorting robot. The mechanism has excellent motion performance, good stability and good workspace. It can realize high-speed automatic scanning and sorting in food production. It has potential application value in packaging automation.

收稿日期：2019-05-13
基金项目：浙江省公益基金（2016C31130）；宁波自然科学基金（2015A610143）
作者简介：刘荣帅（1992—），男，中北大学硕士研究生，主攻并联机构。
通信作者：李清（1966—），男，中北大学副教授、硕士生导师，主要研究方向为并联机构学与移动机器人。

KEY WORDS: 3-CUR; parallel mechanism; screw theory; inverse kinematics; workspace; sorting robot

传统的食品加工过程，以扫描仪录入和人工分拣为主，具有生产效率低、劳动强度大等缺点。近年来，随着计算机视觉识别技术的蓬勃发展，人们将机器人技术和视觉识别技术结合起来，将其应用在产品包装自动分拣中，已逐渐成为产品加工行业的热门发展领域之一[1—2]。并联机构具有精度大、响应速度快、运动性能好等优点[3—4]，运用在食品加工包装行业，可实现产品包装的自动化识别从而进行快速分拣。张伟中等[5]对 2-PUR-PSR 并联机构的自由度、位置逆解和尺度综合进行了细致的研究。张树刚等[6]等通过对堆垛机器人的轨迹进行规划，使包装堆垛机器人的工作效率得到了明显的改善。雷静桃等[7]通过使用边界搜索的方法，深入研究了 4-UPS-UPU 并联机构在固定姿态时的工作空间。马世豪等[8]运用 D-H 法和三维动态法，对一种新型的 2-SPR/PUPR 并联机构分别进行了逆运动学和工作空间的分析，验证了其具有运动性能良好、工作空间范围广的特点。

文中提出一种新型 3-CUR 并联机器人，对该机构的运动学特性进行了分析，并且列举了应用实例，将该 3-CUR 并联机器人与视觉识别技术结合，形成食品高速自动分拣系统，可实现小范围、高精度、快响应地分拣产品。

1 自由度分析

1.1 机构描述

设计的 3-CUR 并联机构的初始位形见图 1，由动、静平台和完全相同的 3 条 CUR 支链组成，其在空间中均匀分布，完全对称。每条分支从下至上依次由一个圆柱副（C）、一个虎克铰（U）和一个转动副（R）组成。CUR 分支中，C 副与静平台的 3 个顶点相连接，其轴线垂直于静平台，相互平行。U 铰与 C 副固结在一起，U 铰的第一转轴与 C 副轴线垂直，R 副与动平台相连接，U 铰中的第一转轴与 R 副轴线平行。

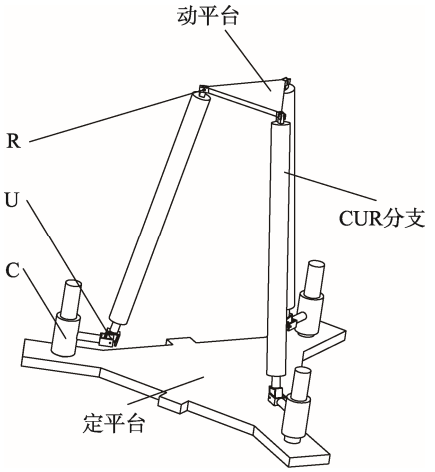


图 1 3-CUR 并联机器人模型

Fig.1 Model of 3-CUR parallel robot

A_i 为第 i 分支上与静平台相连接的圆柱副轴线点，B_i 为第 i 分支上与动平台相连接的转动副轴线的中心点。以静、动平台几何中心 O 和 O_1 为原点，按照右手定则建立定坐标系 O-xyz 和动坐标系 O'-uvw。各坐标轴定义见图 2。

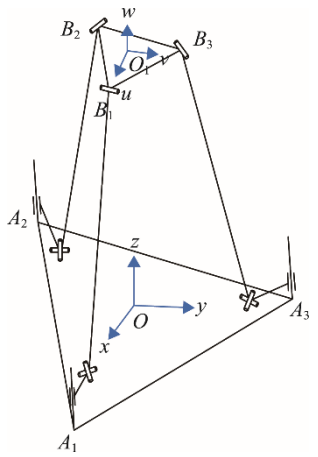


图 2 3-CUR 坐标系

Fig.2 Coordinate system of 3-CUR parallel mechanism

1.2 自由度分析

运用螺旋理论[10—11]对 3-CUR 机构的其中一条支链的自由度进行分析，对该支链建立支链螺旋系，见图 3。

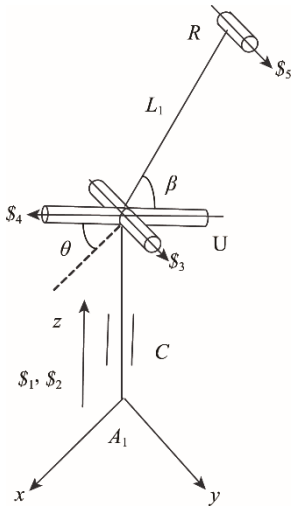


图 3 3-CUR 并联机器人支链螺旋系

Fig.3 Branch helix System of 3-CUR Parallel mechanism

CUR 支链的运动螺旋系表示如下：

$$\begin{cases} \$_1 = (0 \quad 0 \quad 1; \quad 0 \quad 0 \quad 0) \\ \$_2 = (0 \quad 0 \quad 1; \quad 0 \quad 0 \quad h) \\ \$_3 = (1 \quad 0 \quad 1; \quad 0 \quad -h \quad 0) \\ \$_4 = (0 \quad \cos\theta \quad \sin\theta; \quad h\cos\theta \quad 0 \quad 0) \\ \$_5 = (1 \quad 0 \quad 0; \quad 0 \quad -h-L\sin\beta \quad L\cos\beta) \end{cases} \tag{1}$$

式（1）为 CUR 支链的运动螺旋系方程，θ 为 U 副第一转轴与 x 轴的夹角，β 为杆 L_1 与 U 铰第 1 转轴的夹角，h 为 A_1 到 U 铰中心的高度。

对式（1）求反螺旋，可得该分支的约束螺旋为：

$$\$^r = (1 \ 0 \ 0; \ 0 \ -h \ 0) \tag{2}$$

式（2）中，$\$^r$ 为经过 A_1 点且沿着 x 轴的约束力。

由于 3-CUR 并联分拣机器人具有完全相同的 3 条分支，所以动平台共承受 3 个完全相同的约束力线矢，并且在同一个平面内，根据三线矢共面不共点原理，这 3 个约束力线矢限制了动平台沿着平行于水平面的移动和绕竖直方向的转动。

使用修正的 Kutzbach-Grubler（K-G）公式[12]对 3-CUR 并联机构分析可得：

$$M = d(n-g-1) + \sum_{i=1}^{g} f_i + \nu - \xi = 3 \tag{3}$$

综上所述，该机构可实现 3 个自由度方向的运动，分别为绕 x 轴、y 轴的转动和沿着 z 轴移动，可以满足分拣机器人所需的自由度。

2　3-CUR 并联分拣机器人的运动学分析

2.1　3-CUR 并联分拣机器人的位置反解

对并联机构的位置进行逆解分析，是研究其运动学特性的基本任务之一，其目的是为了构建运动输入和运动输出之间的关系，因为只有明确了输入和输出的关系，才能使机构按照所需的运动方式运动。这里使用 D-H 运动链参数表示法[13]建立 CUR 支链的连杆坐标系，见图 4。

根据图 4 建立的 3-CUR 支链坐标系，得到了 3-CUR 并联机构的 D-H 参数，见表 1，根据表 1 构建了各个连杆变换矩阵。

定坐标系 $\{A\}$ 到坐标系 $O_0 - x_0y_0z_0$ 的转换矩阵为：

$$ {}^{A}_{0}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -R \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

坐标系 $O_0 - x_0y_0z_0$ 到坐标系 $O_1 - x_1y_1z_1$ 的转换矩阵为：

$$ {}^{0}_{1}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

坐标系 $O_1 - x_1y_1z_1$ 到坐标系 $O_2 - x_2y_2z_2$ 的转换矩阵为：

$$ {}^{1}_{2}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

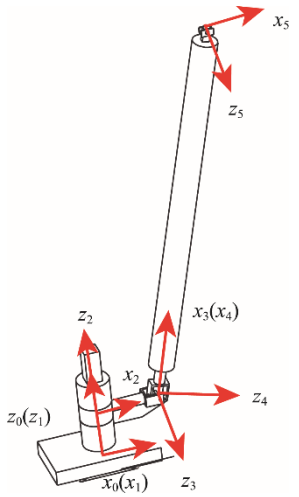


图 4　3-CUR 支链坐标系

Fig.4 Coordinate system of 3-CUR limb

表 1　3-CUR 并联机构的 D-H 参数

Tab.1 D-H parameters of 3-CUR parallel mechanism

i	α_{i-1}/(°)	a_{i-1}	θ_i	d_i
1	0	0	0	h
2	0	0	θ_2	d_1
3	90	d_2	θ_3	0
4	90	0	0	0
5	−90	L	θ_5	0

式中：c 表示余弦，s 表示正弦，全文同。

坐标系 $O_2-x_2y_2z_2$ 到坐标系 $O_3-x_3y_3z_3$ 的转换矩阵为：

$$ {}^{2}_{3}\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} \mathrm{c}\theta_3 & -\mathrm{s}\theta_3 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \mathrm{s}\theta_3 & \mathrm{c}\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7} $$

坐标系 $O_3-x_3y_3z_3$ 到坐标系 $O_4-x_4y_4z_4$ 的转换矩阵为：

$$ {}^{3}_{4}\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8} $$

坐标系 $O_4-x_4y_4z_4$ 到坐标系 $O_5-x_5y_5z_5$ 的转换矩阵为：

$$ {}^{4}_{5}\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} \mathrm{c}\theta_5 & -\mathrm{s}\theta_5 & 0 & L \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{s}\theta_5 & -\mathrm{c}\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9} $$

坐标系 $O_5-x_5y_5z_5$ 到动坐标系 $\{B\}$ 的转换矩阵为：

$$ {}^{5}_{B}\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{10} $$

通过上述各连杆的变换矩阵，能够得到该分支动坐标系相对于定坐标系的变换矩阵为：

$$ {}^{A}_{B}\boldsymbol{T}={}^{A}_{0}\boldsymbol{T}\,{}^{0}_{1}\boldsymbol{T}\,{}^{1}_{2}\boldsymbol{T}\,{}^{2}_{3}\boldsymbol{T}\,{}^{3}_{4}\boldsymbol{T}\,{}^{4}_{5}\boldsymbol{T}\,{}^{5}_{B}\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} \mathrm{c}\theta_2\mathrm{c}(\theta_3+\theta_5) & -\mathrm{c}\theta_2 & -\mathrm{c}\theta_2\mathrm{c}(\theta_3+\theta_5) & r\mathrm{c}\theta_2\mathrm{c}(\theta_3+\theta_5)+\mathrm{L}\,\mathrm{c}\theta_2\mathrm{c}\theta_3+d\mathrm{c}\theta_2-R \\ \mathrm{s}\theta_2\mathrm{c}(\theta_3+\theta_5) & \mathrm{c}\theta_2 & -\mathrm{s}\theta_2 s(\theta_3+\theta_5) & r\mathrm{s}\theta_2\mathrm{s}(\theta_3+\theta_5)+\mathrm{L}\,\mathrm{s}\theta_2\mathrm{c}\theta_3+d_2\mathrm{s}\theta_2 \\ \mathrm{s}(\theta_3+\theta_5) & 0 & \mathrm{c}(\theta_3+\theta_5) & r\mathrm{s}(\theta_3+\theta_5)+\mathrm{L}\,\mathrm{s}\theta_3+d_1+h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{11} $$

采用 *Z-Y-X* 角的方式来描述动平台的的姿态，其旋转变换矩阵的欧拉角可表示为：

$$ {}^{A}_{B}\boldsymbol{R}_{ZYX}(\alpha,\beta,\gamma)=\boldsymbol{R}(Z,\alpha)\boldsymbol{R}(Y,\beta)\boldsymbol{R}(X,\gamma)= \begin{pmatrix} \mathrm{c}\alpha\mathrm{c}\beta & \mathrm{c}\alpha\mathrm{s}\beta\mathrm{s}\gamma-\mathrm{s}\alpha\mathrm{c}\gamma & \mathrm{c}\alpha\mathrm{s}\beta\mathrm{c}\gamma+\mathrm{s}\alpha\mathrm{s}\gamma \\ \mathrm{s}\alpha\mathrm{c}\beta & \mathrm{s}\alpha\mathrm{s}\beta\mathrm{s}\gamma+\mathrm{c}\alpha\mathrm{c}\gamma & \mathrm{s}\alpha\mathrm{s}\beta\mathrm{c}\gamma-\mathrm{c}\alpha\mathrm{s}\gamma \\ -\mathrm{s}\beta & \mathrm{c}\beta\mathrm{s}\gamma & \mathrm{c}\beta\mathrm{c}\gamma \end{pmatrix} \tag{12} $$

则该支链的变换矩阵的欧拉角表现形式可表示为：

$$ {}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{B}}\boldsymbol{R}_{ZYX}(\alpha,\beta,\gamma)= \begin{bmatrix} \mathrm{c}\alpha\mathrm{c}\beta & \mathrm{c}\alpha\mathrm{s}\beta\mathrm{s}\gamma-\mathrm{s}\alpha\mathrm{c}\gamma & \mathrm{c}\alpha\mathrm{s}\beta\mathrm{c}\gamma+\mathrm{s}\alpha\mathrm{s}\gamma & {}^{A}X_{BO} \\ \mathrm{s}\alpha\mathrm{c}\beta & \mathrm{s}\alpha\mathrm{s}\beta\mathrm{s}\gamma+\mathrm{c}\alpha\mathrm{c}\gamma & \mathrm{s}\alpha s\beta\mathrm{c}\gamma-\mathrm{c}\alpha\mathrm{s}\gamma & {}^{A}Y_{BO} \\ -\mathrm{s}\beta & \mathrm{c}\beta\mathrm{s}\gamma & \mathrm{c}\beta\mathrm{c}\gamma & {}^{A}Z_{BO} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{13} $$

其中：${}^{A}P_{BO}=\begin{bmatrix} {}^{A}X_{BO} & {}^{A}Y_{BO} & {}^{A}Z_{BO} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 为动坐标系 $\{B\}$ 原点在定坐标系 $\{A\}$ 的位置坐标；(α,β,γ) 为动坐标系 $\{B\}$ 在定坐标系 $\{A\}$ 的姿态欧拉角。

由于式（12）与（13）都是由动坐标系 $\{B\}$ 到定坐标系 $\{A\}$ 的坐标变换矩阵，可以建立如下方程组：

$$ \begin{cases} {}^{A}X_{BO}=r\mathrm{c}\theta_2\mathrm{c}(\theta_3+\theta_5)+L\mathrm{c}\theta_2\mathrm{c}\theta_3+d\mathrm{c}\theta_2-R \\ {}^{A}Y_{BO}=r\mathrm{s}\theta_2\mathrm{s}(\theta_3+\theta_5)+L\mathrm{s}\theta_2\mathrm{c}\theta_3+d_2\mathrm{s}\theta_2 \\ {}^{A}Z_{BO}=r\mathrm{s}(\theta_3+\theta_5)+L\mathrm{s}\theta_3+d_1+h \\ \partial=\theta_2 \\ \beta=-(\theta_3+\theta_5) \\ \gamma=0^{\circ} \end{cases} \tag{14} $$

由式（14）可知，动平台的位姿参数中绕 X_B 的参数为 $\gamma=90°$，γ 在这里是一个常数，因此动平台不会绕自身法线转动。

当动平台的位姿参数 $\left({}^{A}X_{BO},{}^{A}Y_{BO},{}^{A}Z_{BO},\alpha,\beta\right)$ 确定，约束分支参数 $(h,\theta_2,\theta_3,\theta_5)$ 可确定：

$$ \begin{cases} h={}^{A}Z_{BO}-r\mathrm{s}\beta-L\mathrm{s}\theta_3-d_1 \\ \theta_2=\alpha \\ \theta_3=\arccos\left(\dfrac{{}^{A}Y_{BO}-d_2\mathrm{s}\theta_2-r\mathrm{s}\alpha\mathrm{s}\beta}{L\mathrm{s}\alpha}\right) \\ \theta_5=-(\theta_3+\beta) \end{cases} \tag{15} $$

2.2 3-CUR 并联分拣机器人工作空间分析

机器人工作空间是指操作器输出末端所能达到的最大工作区域，是评价机器人性能的重要指标之一，它的范围和大小直接影响着机器人性能。采用三维动态法[14—15]求解 3-CUR 并联分拣机器人的可达工作空间。3-CUR 并联机构的结构参数和运动参数见表 2。

表 2 3-CUR 并联机构的结构参数和运动参数

Tab.2 Structure and movement parameters of 3-CUR parallel mechanism

i	α_{i-1}/(°)	a_{i-1}	θ_i	d_i
1	0	0	0	h
2	0	0	θ_2	d_1
3	90	d_2	θ_3	0
4	90	0	0	0
5	−90	L	θ_5	0

通过对机构的 3 个圆柱副添加驱动马达，以三维动态法绘制工作包络面。将搜索出的所有位置点导入到 Matlab 软件中，然后采用数值搜索法，通过 Matlab

编程绘制出机构的可达工作空间，见图 5。

从图 5 可以看出，3-CUR 并联分拣机器人的工作空间没有出现空洞的现象，这表示在已知的结构参数和限定条件下，工作空间没有出现奇异点，机器人在这个空间内可以达到所有的位置，说明其运动性能良好。

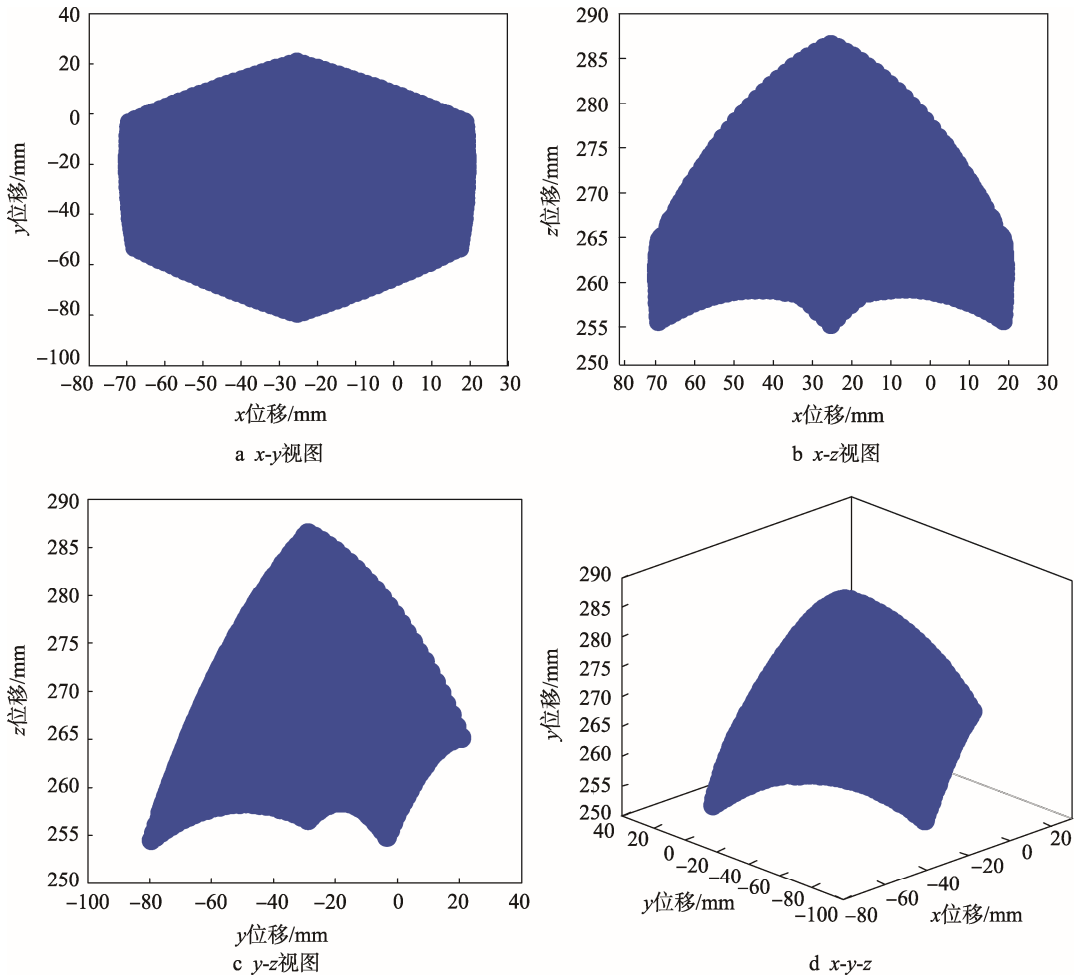


图 5　3-CUR 并联机构的可达工作空间

Fig.5 Reachable workspace of 3-CUR parallel mechanism

3　3-CUR 并联分拣机器人运动性能仿真与分析

为了保证 3-CUR 并联分拣机器人能够满足扫描和分拣时所需的功能，对其性能进行仿真与分析。首先将 3-CUR 并联分拣机器人在 SolidWorks 中进行三维建模，然后将模型保存成.parasolid（*.X_T）格式，导入到 ADAMS 中，通过对几何模型添加恰当的约束，得到虚拟样机模型，见图 6。

对该并联分拣机器人的 3 个支链的主动副添加如下的驱动函数：

$$\begin{cases} \text{Motion1}=10\times\cos\left(2\pi t+0.5\pi\right) \\ \text{Motion2}=10\times\sin(2\pi t) \\ \text{Motion3}=10\times\cos(2\pi t) \end{cases} \tag{16}$$

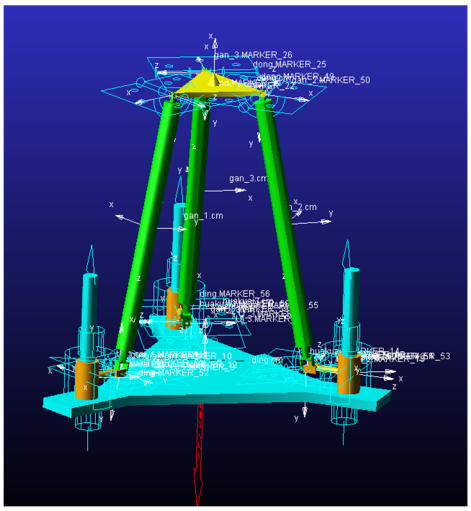
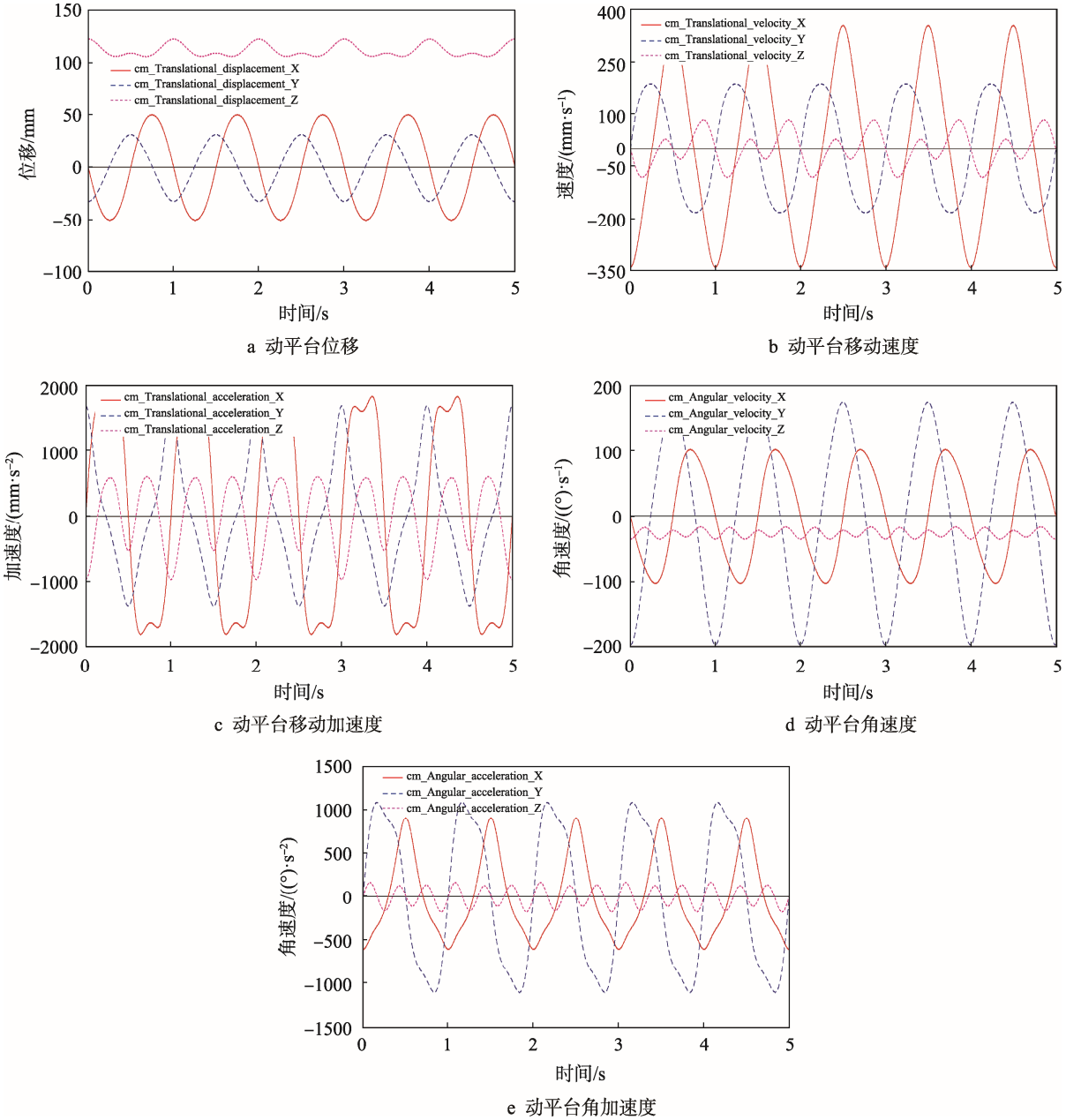


图 6　3-CUR 并联分拣机器人的虚拟样机模型

Fig.6 Virtual testing model of 3-CUR parallel sorting robot

仿真类型选择 default，仿真时间为 5 s，仿真步数为 5000 步，进行仿真运算。仿真结束后，在 Post Processor 模块中，选择动平台的质心点为研究对象，在 Measure 测量窗口中实时观察仿真结果，绘制出动平台末端各参数的变化曲线，见图 7。

通过对图 7 中动平台末端各参数的变化曲线分析可知，3-CUR 并联分拣机器人的运动曲线呈有规律的周期性变化。其中位移曲线变化比较平稳，在小范围内进行波动，这说明该并联机器人的稳定性好，安全性强；线速度和角速度曲线没有出现剧烈震荡现象或明显突兀现象，说明该机器人的驱动性能优越；动平台位移加速度和角加速度曲线波动也不是很大，没有出现断点或者突变点，说明该机器人的各个杆件受力均匀，可延续性强。总而言之，该并联分拣机器人可控性能良好，运动性能突出，安全性强。



a 动平台位移　　b 动平台移动速度

c 动平台移动加速度　　d 动平台角速度

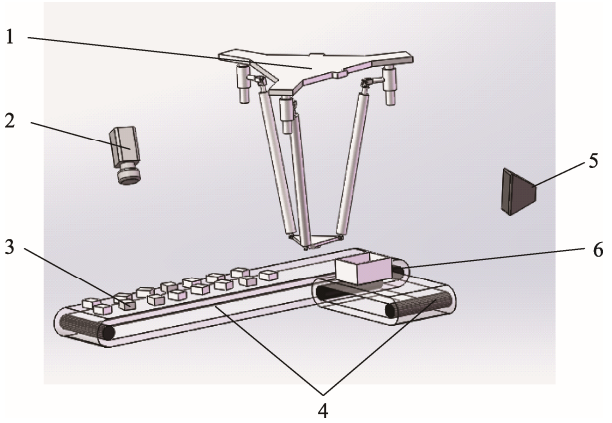
e 动平台角加速度

图 7　动平台末端各参数的变化曲线

Fig.7 Variation curves of parameters at the end of moving platform

4　分拣机器人实例介绍

设计了一种 3-CUR 并联机器人，将其与机器视觉技术结合，可建立食品高度自动分拣系统，可实现小范围、高精度、快响应的扫描和分拣产品，显著降低劳动者的劳动强度，提高食品的分拣效率。并联机器人自动分拣系统示意见图 8。



1.并联机器人 2.工业相机 3.食品 4.传送带
5.计算机 6.包装箱

图 8　并联机器人自动分拣系统
Fig.8 Automatic sorting system of parallel robot

5　结语

对 3-CUR 并联分拣机器人的运动学和工作空间进行分析，并给出了分拣实例，验证了该机构的性能。该机构的自由度为 3 个，可以实现 1T(Z 轴方向的移动)2R（X、Y 轴的转动）的运动。使用解析几何法和 D-H 运动链参数表示法分析了该机构运动学特性，求解出了该机构的运动学逆解；采用三维动态法和数值法对该机构的可达工作空间进行绘制，所得到的工作空间可达范围广，没有出现奇异点；利用 ADAMS 软件，对 3-CUR 并联分拣机器人的运动性能进行分析，得到了动平台末端各参数（位移、线速度、角速度、线加速度以及角加速度）的变化曲线，通过对其分析可知，3-CUR 并联分拣机器人可控性能良好，运动性能突出，安全性强。

3-CUR 并联分拣机器人运动性能良好，工作空间广，与机器视觉技术结合起来，可形成食品高度自动分拣系统，显著降低劳动者的劳动强度，提高食品的分拣效率，对相关分拣系统的设计与研究具有一定的参考价值。

参考文献：

[1] 曹中浩，刘剑，刘俊辰，等. 基于混联机构的新型物流分拣机器人机构研究[J]. 机械制造与自动化，2018, 254(1): 176－178.
CAO Zhong-hao, LIU Jian, LIU Jun-chen, et al. Research on a New Logistics Sorting Robot Mechanism Based on Hybrid Mechanism [J]. Machinery Manufacturing and Automation, 2018, 254(1): 176—178.

[2] 王耀庭，马雪梅，陈安军. 3-PPRR 平移分拣并联机器人的运动学分析[J]. 包装工程，2010, 31(19): 55—59.
WANG Yao-ting, MA Xue-mei, CHEN An-jun. Kinematics Analysis of 3-PPRR Translational Sorting Parallel Robot[J]. Packaging Engineering, 2010, 31(19): 55—59.

[3] KUMAR, SHIVESH, BERTOLD, et al. Design and Kinematic Analysis of the Novel Almost Spherical Parallel Mechanism Active Ankle[J]. Journal of Intelligent & Robitic Systems, 2019, 94(2): 303－325.

[4] 贺磊盈，涂叶凯，叶伟，等. 一种可整周回转的新型 3T1R 并联机构运动学分析[J]. 机械工程学报，2018, 54(11): 151—160.
HE Lei-ying, TU Ye-kai, YE Wei, et al. Kinematics Analysis of a New Type of 3T1R Parallel Mechanism with Full Circumferential Rotation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(11): 151—160.

[5] 张伟中，徐灵敏，童俊华，等. 2-PUR-PSR 并联机构的运动学分析及尺度综合[J]. 机械工程学报，2018, 54(7): 45—53.
ZHANG Wei-zhong, XU Ling-min, TONG Jun-hua, et al. Kinematics Analysis and Scale Synthesis of 2-PUR-PSR Parallel Mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(7): 45—53.

[6] 张树刚，赵佳. 基于S型曲线的包装堆垛机器人轨迹规划[J]. 包装工程, 2018, 39(1): 136—140.
ZHANG Shu-gang, ZHAO Jia. Trajectory Planning of Packaging Palletizing Robot Based on S-curve[J]. Packaging Engineering, 2018, 39(1): 136—140.

[7] 雷静桃，曹元龙，王峰. 基于边界搜索法的 4UPS-UPU 并联机构工作空间分析[J]. 机械设计与研究, 2013, 29(1): 5—9.
LEI Jing-tao, CAO Yuan-long, WANG Feng. Workspace Analysis of 4UPS-UPU Parallel Mechanism Based on Boundary Search Method[J]. Mechanical Design and Research, 2013, 29(1): 5—9.

[8] 马世豪，李瑞琴，宁峰平，等. 2-SPR/RUPR 并联机构的逆运动学与可达工作空间分析[J]. 包装工程, 2019, 40(9): 142—147.
MA Shi-hao, LI Rui-qin, NING Feng-ping, et al. Inverse Kinematics and Reachable Workspace Analysis of 2-SPR/RUPR Parallel Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2019, 40(9): 142—147.

[9] 沈惠平，赵迎春，许可，等. 一种可重构、部分运动解耦的空间 n 维平移 1 维转动并联机构的拓扑及其运动学设计[J]. 中国机械工程, 2019, 30(4): 39—48.
SHEN Hui-ping, ZHAO Ying-chun, XU Ke, et al. Topology and Kinematics Design of a Reconfigurable, Partially Motion Decoupled Spatial n-dimensional Translational 1-dimensional Rotational Parallel Mechanism[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(4):

39—48.

[10] 于靖军, 刘辛军, 丁希仑. 机器人机构学的数学基础（第 2 版）[M]. 北京: 机械工业出版社, 2016.
YU Jing-jun, LIU Xin-jun, DING Xi-lun. Mathematic Foundation of Mechanisms and Robotics[M]. Beijing: China Machine Press, 2016.

[11] LI S, MA N, YU C. Position and Singularity Analysis of a Novel 3-RPUR Parallel Platform Mechanism[C]// IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics IEEE, 2008.

[12] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 第 2 版. 北京：高等教育出版社, 2014: 114—152.
HUANG Zhen, ZHAO Yong-sheng, ZHAO Tie-shi. Higher Space Institutions[M]. Beijing: Higher Education Press, 2014.

[13] ZANG Wan-shun, ZANG Ke-jiang, SHEN Gang, et al Position, Jacobian, Decoupling and Workspace Analysis of a Novel Parallel Manipulator with Four Pneumatic[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2019, 41(3): 148.

[14] 梁世杰, 李瑞琴, 孟宏伟, 等. RPR/RRPR 球面并联机构的建模与工作空间分析[J]. 包装工程, 2017, 38(23): 128—132.
LIANG Shi-jie, LI Rui-qin, MENG Hong-wei, et al. Modeling and Workspace Analysis of RPR/RRPR Spherical Parallel Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2017, 38(23): 128—132.

[15] AKHBARI S, GHADIMZADEH ALAMDARI A, MAHBOUBKHAH M, et al. Circular Motion Analysis for a Novel 4-DOF Parallel Kinematic Machine[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2019, 41(5): 215.