

纸张在弹性胶辊夹持下接触区域的数值分析

王 冰, 王兆伍
(南京林业大学, 南京 210037)

摘要: 在准静态、无摩擦的条件下,应用级数形式的应力函数对复印机中纸张在弹性胶辊夹持下的接触问题进行了分析。模型源于复印机中的进纸单元,根据弹性理论,分别使用施密特正交化方法与无网格配点法对问题进行了求解,得到了接触区域的应力应变分布以及胶辊与纸张的表面速度比,为提高复印机胶辊的可靠性提供了参考。

关键词: 滚动接触; 纸张进给; 复印机

中图分类号: TS801.4; TB486 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2012)09-0013-05

Numerical Analysis of Paper Nipped in Rubber Rollers

WANG Bing, WANG Zhao-wu
(Nanjing Forest University, Nanjing 210037, China)

Abstract: A quasistatic and steady state contact problems of paper nipped in rubber rollers was analyzed by using a stress function in the form of series. The model was derived from paper feed unit of duplicating machine. The point interpolation meshfree method (PIM) and the Schmidt method were applied to obtain the solution of the dual series equations. Stress distribution and surface speed ratio of the rubber rollers and paper were obtained based on elasticity theory. The purpose was to provide reference for improving the reliability of rubber roller of duplicating machine.

Key words: rolling contact; paper feeding; duplicating machine

目前,纸张传送系统迅速并广泛地应用在日常生活中,如打印机、复印机、传真机、ATMs、冲印机。在复印机工作过程中,复印机纸张的进给和传送是否平稳并且位置准确,决定着扫描原稿和转印的成败,同时纸张传送系统都不同程度存在着“卡纸”现象。此前,各国学者对进纸系统进行了多方面的研究,Carlo Cloet对复印机纸路的控制系统进行了研究,他首次提出了闭环纸路控制策略,根据光电传感器的信号自动调节纸张在传送过程中的位置错误,避免了复印机由于纸张位置错误需要人工手动调整的不方便,大大提高了高速复印机的稳定性^[1]。许天河对纸张的传送过程进行了动态分析,他将纸张传送分为4个阶段,讨论不同阶段中一些重要机构参数对纸张稳定度的影响^[2]。黄素贞利用机构动态模拟分析软件ADAMS,对纸张的弯曲特性进行了模拟,并建立了打印机进纸导轨系统的

几何模型,分析进纸导轨角度对纸张正确到达辊轮对位置的影响^[3]。钱进等在双张检测方面引入了超声波技术,即在纸路的上下两侧分别安装超声波发射器和接收器,单页进纸不会使超声波信号减弱,当有2张或多张进纸一起通过时,2页之间的空气缝隙如同绝缘体,信号被减弱从而双张错误被发现,这种方法的反应速度大大高于以往的光电式双张检测方法,目前在许多产品中已经使用^[4]。王知行在其专利中提出了利用静电原理实现高速自动进纸,这种方法对纸张的种类和质量要求较高,在实际应用中具有局限性^[5]。

1 基本方程推导

1.1 应力、应变和位移

文中由复印机进纸单元建立纸张在胶辊夹持下

收稿日期: 2012-02-21
基金项目: EK1045 型数码复印机研究设计(021040034)
作者简介: 王冰(1982—),女,辽宁本溪人,南京林业大学博士研究生,主要从事机电一体化、复印机研究。

随着驱动辊轮的带动进行平稳进给的分析模型。纸张与胶辊的接触区域分析示意图1。

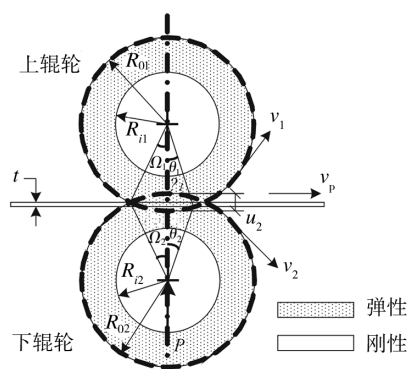


图1 纸张与胶辊接触区域分析示意图

Fig. 1 The schematic diagram of paper nipped in rubber rollers

纸张在辊轮夹持下运动,其中上下辊轮相似,只列出一个辊轮的推导公式,另一个辊轮可以在边界条件下组装。胶辊的应力、应变以及位移推导 Bing Wang 在文献[6]中已经详细给出,这里为了文章的连贯性简单列出。下面是在圆柱坐标系下的应力分布函数:

$$\Phi = a_0 \ln r + \frac{1}{2} b_0 r^2 + (b_1 r^3 + c_1 r^{-1} + d'_1 r \ln r) \cdot \cos \theta + \frac{1}{2} d_1 r \sin \theta + \sum_{n=2}^{\infty} (a_n r^n + b_n r^{n+2} + c_n r^{-n} + d_n r^{-n+2}) \cos n\theta \quad (1)$$

式中: \$r\$ 和 \$\theta\$ 为圆柱坐标系下的坐标; \$a_n, b_n, c_n, d_n\$ 为系数, \$n=0, 1, 2, \dots\$。

极坐标系下的物理方程为:

$$E \frac{\partial u}{\partial r} = \kappa \sigma_r - \beta \sigma_\theta \quad (2)$$

$$E \left(\frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) = \kappa \sigma_\theta - \beta \sigma_r \quad (3)$$

$$E \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) = 2(1 + \mu) \tau_{r\theta} \quad (4)$$

式中: \$E\$ 为胶辊弹性材料的弹性模量; \$\kappa\$ 和 \$\beta\$ 为与泊松比 \$\mu\$ 相关的系数, \$\beta = \mu(1 + \mu)\$, \$\kappa = 1 - \mu^2\$。假设胶辊在其轴线方向无限延伸,将模型视为平面应变问题,即 \$\kappa = 1, \beta = \mu\$。

根据弹性力学理论由式(1)–(4)可以推导得出应力分量 \$\sigma_r, \sigma_\theta\$ 和 \$\tau_{r\theta}\$, 应变分量 \$\epsilon_r, \epsilon_\theta\$ 以及位移分量 \$u, v\$。分析中对参数进行无因次化处理得到:

$$\bar{\sigma}_r = \sigma_r / E, \quad \bar{\sigma}_\theta = \sigma_\theta / E, \quad \bar{\tau}_{r\theta} = \tau_{r\theta} / E, \quad \bar{r} = r / R_0, \quad \bar{u} = u / R_0, \quad \bar{v} = v / R_0 \quad (5)$$

由式(1)–(5)可以得到应力、应变以及位移公式如下:

$$\bar{\sigma}_r = \bar{a}_0 \bar{r}^{-2} + \bar{b}_0 + [2\bar{b}_1 \bar{r} - 2\bar{c}_1 \bar{r}^{-3} + (\bar{d}'_1 + \bar{d}_1) \bar{r}^{-1}] \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} [(-n^2 + n) \bar{a}_n \bar{r}^{-n-2} + (-n^2 + n + 2) \bar{b}_n \bar{r}^{-n} + (-n^2 - n) \bar{c}_n \bar{r}^{-n-2} + (-n^2 - n + 2) \bar{d}_n \bar{r}^{-n}] \cdot \cos n\theta \quad (6)$$

$$\bar{\sigma}_\theta = -\bar{a}_0 \bar{r}^{-2} + \bar{b}_0 + (6\bar{b}_1 \bar{r} + 2\bar{c}_1 \bar{r}^{-3} + \bar{d}'_1 \bar{r}^{-1}) \cdot \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} [(-n^2 - n) \bar{a}_n \bar{r}^{-n-2} + (n^2 + 3n + 2) \bar{b}_n \bar{r}^{-n} + (n^2 + n) \bar{c}_n \bar{r}^{-n-2} + (n^2 - 3n + 2) \bar{d}_n \bar{r}^{-n}] \cos n\theta \quad (7)$$

$$\bar{\tau}_{r\theta} = (2\bar{b}_1 \bar{r} - 2\bar{c}_1 \bar{r}^{-3} + \bar{d}'_1 \bar{r}^{-1}) \sin \theta + \sum_{n=2}^{\infty} [(n^2 - n) \bar{a}_n \bar{r}^{-n-2} + (n^2 + n) \bar{b}_n \bar{r}^{-n} + (-n^2 - n) \bar{c}_n \bar{r}^{-n-2} + (-n^2 + n) \bar{d}_n \bar{r}^{-n}] \sin n\theta \quad (8)$$

$$\epsilon_r = (1 + \mu) \bar{a}_0 \bar{r}^{-2} + (1 - \mu) \bar{b}_0 + \{(2 - 6\mu) \bar{b}_1 \bar{r} - (2 + 2\mu) \bar{c}_1 \bar{r}^{-3} + [(1 - \mu) \bar{d}'_1 + \bar{d}_1] \bar{r}^{-1}\} \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} \{(-n^2 + n)(1 + \mu) \bar{a}_n \bar{r}^{-n-2} + [(-n^2 + n + 2) - \mu(n^2 + 3n + 2)] \bar{b}_n \bar{r}^{-n} + (-n^2 - n)(1 + \mu) \bar{c}_n \bar{r}^{-n-2} + [(-n^2 - n + 2) - \mu(n^2 - 3n + 2)] \bar{d}_n \bar{r}^{-n}\} \sin n\theta \quad (9)$$

$$\epsilon_\theta = -(1 + \mu) \bar{a}_0 \bar{r}^{-2} + (1 - \mu) \bar{b}_0 + [(6 - 2\mu) \bar{b}_1 \bar{r} + (2 + 2\mu) \bar{c}_1 \bar{r}^{-3} + (\bar{d}'_1 - \mu \bar{d}'_1 - \mu \bar{d}_1) \bar{r}^{-1}] \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} \{(n^2 - n)(1 + \mu) \bar{a}_n \bar{r}^{-n-2} + [(n^2 + 3n + 2) + \mu(n^2 - n - 2)] \bar{b}_n \bar{r}^{-n} + (n^2 + n)(1 + \mu) \bar{c}_n \bar{r}^{-n-2} + [(n^2 - 3n + 2) + \mu(n^2 + n - 2)] \bar{d}_n \bar{r}^{-n}\} \cos n\theta \quad (10)$$

当 \$\bar{r} = r / R_0 = 1\$ 时,即为接触表面,此时的切向应变为:

$$\epsilon_{\theta(\bar{r}=1)} = -(1 + \mu) \bar{a}_0 + (1 - \mu) \bar{b}_0 + [(6 - 2\mu) \bar{b}_1 + (2 + 2\mu) \bar{c}_1 + (\bar{d}'_1 - \mu \bar{d}'_1 - \mu \bar{d}_1)] \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} \{(n^2 - n)(1 + \mu) \bar{a}_n + [(n^2 + 3n + 2) + \mu(n^2 - n - 2)] \bar{b}_n + (n^2 + n)(1 + \mu) \bar{c}_n + [(n^2 - 3n + 2) + \mu(n^2 + n - 2)] \bar{d}_n\} \cdot \cos n\theta \quad (11)$$

通过对式(2)–(4)积分得到位移:

$$\bar{u}(\theta) = -(1 + \mu) \bar{a}_0 \bar{r}^{-1} + (1 - \mu) \bar{b}_0 \bar{r} + \bar{a}_1 \cos \theta + \{(1 - 3\mu) \bar{b}_1 \bar{r}^2 + (1 + \mu) \bar{c}_1 \bar{r}^{-2} + [(1 - \mu) \bar{d}'_1 + \bar{d}_1] \cdot \ln r\} \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} \{-(1 + \mu) n \bar{a}_n \bar{r}^{n-1} + [(2 - n) - \mu(n + 2)] \bar{b}_n \bar{r}^{n+1} + (1 + \mu) n \bar{c}_n \bar{r}^{n-1} + [(n + 2) + \mu(n - 2)] \bar{d}_n \bar{r}^{n+1}\} \cos n\theta \quad (12)$$

$$\bar{v}(\theta) = \{(5 + \mu) \bar{b}_1 \bar{r}^2 + (1 + \mu) \bar{c}_1 \bar{r}^{-2} + (1 - \mu) \bar{d}'_1 +$$

$$\bar{d}_1 - [(1-\mu)\bar{d}'_1 - \mu\bar{d}_1] \ln r \sin \theta - \bar{a}_1 \sin \theta + \sum_{n=2}^{\infty} \{ (1+\mu)n\bar{a}_n \bar{r}^{n-1} + [(n+4)+\mu n]\bar{b}_n \bar{r}^{n+1} + (1+\mu)n\bar{c}_n \bar{r}^{-n-1} + [(n-4)+\mu n]\bar{d}_n \bar{r}^{-n+1} \} \sin n\theta \quad (13)$$

1.2 边界条件

边界条件分为刚性内辊与弹性外层两部分,刚性内辊的边界条件为位移为0,弹性外层在外圆处的径向应力和切向应力边界条件用傅里叶级数形式表示,则边界条件为:

$$\begin{aligned} \bar{v} = \bar{u} = 0 \quad \bar{r} = R_i \\ \bar{\sigma}_r = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\theta \quad \bar{r} = 1 \\ \bar{\tau}_{r\theta} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin n\theta \quad \bar{r} = 1 \end{aligned} \quad (14)$$

将式(12),(13),(6)和(8)代入边界条件式(14)

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} (6-2\mu)R_i^2 & (2+2\mu)R_i^{-2} & -\mu-(1-\mu)^2/4 \\ 2 & -2 & -(1-\mu)/4 \\ 2 & -2 & (3+\mu)/4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}_n = \begin{bmatrix} -(1+\mu)n R_i^{-(n-1)} & [-(n-2)-\mu(n+2)]R_i^{-(n+1)} \\ (1+\mu)n R_i^{-(n-1)} & [(n+4)+\mu n]R_i^{-(n+1)} \\ n(n-1) & n(n+1) \\ -n(n-1) & -(n-2)(n+1) \end{bmatrix}$$

为了求解问题将边界条件区分为接触区域和非接触区域,在非接触区域应力为零,形式如下:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r = \begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} h_m \cos\left(m\pi \frac{\theta}{\Omega}\right) & (|\theta| < \Omega \text{ 且 } \bar{r} = 1) \\ 0 & (|\theta| > \Omega \text{ 且 } \bar{r} = 1) \end{cases} \\ \bar{\tau}_{r\theta} = \begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} h_m \cos\left(m\pi \frac{\theta}{\Omega}\right) & (|\theta| < \Omega \text{ 且 } \bar{r} = 1) \\ 0 & (|\theta| > \Omega \text{ 且 } \bar{r} = 1) \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

式中: Ω 为接触区域边界点 θ 的绝对值。

由公式(12)得到接触区域的径向位移为:

$$\begin{aligned} \bar{u}(\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} h_m [(-1)^{m+1} \alpha_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n f(m,n) n^{-1} \cos n\theta] + \\ \sum_{m=1}^{\infty} \bar{h}_m \left[\sum_{n=1}^{\infty} \bar{\alpha}_n \bar{f}(m,n) n^{-1} \cos n\theta \right] \end{aligned} \quad (17)$$

其中:

$$\alpha_0 = \frac{(1-\mu^2)(-\bar{R}_i + R_i^{-1})}{(1+\mu)R_i^{-1} + (1-\mu)R_i}$$

$$\alpha_1 = (1-3\mu)(1-\bar{R}_i^2)B_{13}^{-1} + (1+\mu)(1-$$

$$\bar{R}_i^{-2})B_{23}^{-1} + \left[1 - \frac{(1+\mu)^2}{4} \right] B_{33}^{-1} \ln R_i^{-1}$$

中得到系数关系如下:

$$\begin{aligned} \bar{a}_0 &= \frac{(1-\mu)R_i}{(1-\mu)R_i + (1+\mu)R_i^{-1}} A_0 \\ \bar{b}_0 &= \frac{(1+\mu)R_i^{-1}}{(1-\mu)R_i + (1+\mu)R_i^{-1}} A_0 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\bar{a}_1 = - (1-3\mu)\bar{b}_1 R_i^2 - (1+\mu)\bar{c}_1 R_i^{-2} - \left[-\frac{(1-\mu)^2}{4} + 1 \right] \bar{d}_1 \ln R_i$$

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_1 \\ \bar{c}_1 \\ \bar{d}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ B_1 \\ A_1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \bar{a}_n \\ \bar{b}_n \\ \bar{c}_n \\ \bar{d}_n \end{bmatrix} = \mathbf{N}_n^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_n \\ A_n \end{bmatrix}$$

式中: R_i 为单位化的内径, $R_i = R_i/R_0$,矩阵 $\mathbf{M}$ 和 $\mathbf{N}_n$ 为:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} (1+\mu)n R_i^{-(n+1)} & [(n+2)+\mu(n-2)R_i^{-(n-1)}] \\ (1+\mu)n R_i^{-(n+1)} & [(n-4)+\mu n]R_i^{-(n-1)} \\ -n(n+1) & -n(n-1) \\ -n(n+1) & -(n+2)(n-1) \end{bmatrix} \\ \alpha_n &= n \{ -(1+\mu)n C_{n14}^{-1} - [(n-2)+\mu(n+2)]C_{n24}^{-1} + \\ & (1+\mu)n C_{n34}^{-1} + [(n+2)+\mu(n-2)]C_{n44}^{-1} \} \quad (18) \\ \bar{\alpha}_1 &= (1-3\mu)(1-R_i^2)B_{12}^{-1} + (1+\mu)(1-R_i^2)B_{22}^{-1} + \\ & \left(1 - \frac{(1+\mu)^2}{4} \right) \ln R_i^{-1} B_{32}^{-1} \\ \bar{\alpha}_n &= n \{ -(1+\mu)n C_{n13}^{-1} - (1+\mu)n C_{n13}^{-1} - [(n-2)+ \\ & \mu(n+2)]C_{n23}^{-1} + (1+\mu)n C_{n33}^{-1} + [(n+2)+\mu(n-2)]C_{n43}^{-1} \} \quad (19) \end{aligned}$$

$$f(m,n) = (-1)^{m+1} \frac{2 \sin n\Omega}{n\Omega} + \frac{\sin(m\pi - n\Omega)}{m\pi - n\Omega} + \frac{\sin(m\pi + n\Omega)}{m\pi + n\Omega}$$

$$\bar{f}(m,n) = \frac{\sin(m\pi - n\Omega)}{m\pi - n\Omega} - \frac{\sin(m\pi + n\Omega)}{m\pi + n\Omega}$$

由公式(11)得到接触区域的切应变为:

$$\begin{aligned} \epsilon(\theta) &= \sum_{m=1}^{\infty} h_m [(-1)^{m+1} \beta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n f(m,n) n^{-1} \cos n\theta] + \\ & \sum_{m=1}^{\infty} \bar{h}_m \left[\sum_{n=1}^{\infty} \bar{\beta}_n \bar{f}(m,n) n^{-1} \cos n\theta \right] \end{aligned} \quad (20)$$

其中:

$$\beta_0 = \frac{(1-\mu^2)(-\bar{R}_i + R_i^{-1})}{(1+\mu)R_i^{-1} + (1-\mu)R_i}$$

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= (6 - 2\mu)B_{13}^{-1} + (2 + 2\mu)B_{23}^{-1} - \\
&\left[\mu + \frac{(\mu - 1)^2}{4} \right] B_{33}^{-1} \\
\beta_n &= n\{(n-1)(1+\mu)nC_{n13}^{-1} + [(n^2 + 3n + 2) - \\
&\mu(-n^2 + n + 2)]C_{n24}^{-1} + (1+\mu)(n+n^2)C_{n33}^{-1} + [(n^2 - \\
&3n + 2) + \mu(n^2 + n - 2)]C_{n43}^{-1}\} \\
\bar{\beta}_1 &= (6 - 2\mu)B_{12}^{-1} + (2 + 2\mu)B_{22}^{-1} - \\
&\left[\mu + \frac{(\mu - 1)^2}{4} \right] B_{32}^{-1} \\
\bar{\beta}_n &= n\{(n-1)(1+\mu)nC_{n13}^{-1} + (1+\mu)(n + \\
&n^2)C_{n33}^{-1} + [(n^2 - 3n + 2) + \mu(n^2 + n - 2)]C_{n43}^{-1}\}
\end{aligned} \quad (21)$$

2 模型分析

由边界条件得到傅里叶级数形式的弹性胶辊接触区域的应力、应变以及位移函数,为了便于模型分析,分别使用下标 1,2 代表上下辊轮的相应量。在接触区域沿纸张方向定义一维坐标系:

$$s = \frac{\theta_1}{R_{01}} = \frac{\theta_2}{R_{02}} \quad (22)$$

式中: $s=0$ 为接触区域的中点; L_0 为接触区域长度的 1/2。

上下辊轮在接触区域任意点满足如下 2 个条件方程:

$$\sigma_{r1} = \sigma_{r2} \quad (23)$$

$$u_1 + u_2 + t = u_0 + \frac{1}{2}s^2(R_{01}^{-1} + R_{02}^{-1}) \quad (24)$$

式中: t 为纸张厚度; u_0 为在 $s=0$ 处辊轮的渗入量。将式(24)对 θ 进行求导,进而消去 u_0 ,得到:

$$\frac{du_1}{d\theta} + \frac{du_2}{d\theta} = s(R_{01}^{-1} + R_{02}^{-1}) \quad (25)$$

分析中得到的另外 2 个条件方程与切应力相关。纸张在无外力作用的情况下,被辊轮夹持运动,这种情况引入纸张速度参数 v_p ,则被夹持段纸张的点速度为 $v_p(1 + \epsilon_p(s))$, ϵ_p 为纸张接触区域的局部应变。

$$\epsilon_p(s) = \frac{-1}{E_p} \int_s^{L_0} (E\bar{\tau}_{\theta 01} + E\bar{\tau}_{\theta 02}) ds \quad (26)$$

式中: E_p 为纸张的拉伸模量; E 为胶辊弹性材料的弹性模量。

将接触区域上下辊轮的切应力式(16)代入式(26)得到:

$$\epsilon_p(s) = \frac{-1}{E_p} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} (ER_{01}\bar{h}_{m1} + ER_{02}\bar{h}_{m2}) \cdot$$

$$(\cos m\pi - \cos \frac{m\pi s}{L_0}) \quad (27)$$

接触表面的速度与切应变具有简单的关系,即:

$$v_1(1 + \epsilon_{\theta 2}) = v_2(1 + \epsilon_{\theta 1}) \quad (28)$$

$$v_1(1 + \epsilon_p) = v_p(1 + \epsilon_{\theta 1}) \quad (29)$$

化简得到:

$$\frac{v_p}{v_1} = 1 + \epsilon_p - \epsilon_{\theta 1} \quad (30)$$

将式(30)对 s 进行求导,得到上辊轮的条件方程:

$$\frac{d\epsilon_p}{ds} - \frac{d\epsilon_{\theta 1}}{ds} = 0 \quad (31)$$

同理,可以得到下辊轮条件方程:

$$\frac{d\epsilon_p}{ds} - \frac{d\epsilon_{\theta 2}}{ds} = 0 \quad (32)$$

3 数值结果

无网格配点法与施密特正交化方法以及 ANSYS 软件计算在 $\Omega=0.05$, $\bar{R}_{11}=7/11$, $m=40$, $n=900$, $\mu=0.5$ 条件下接触区域的应力分布见图 2。数值分析算

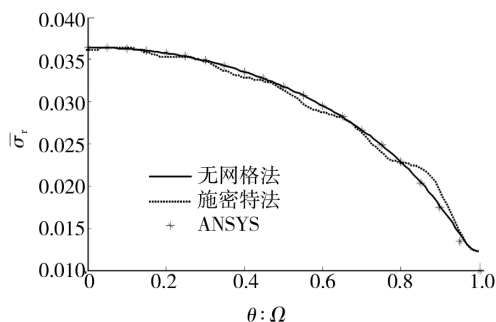


图 2 3 种方法计算下的接触区域应力分布

Fig. 2 Stress distribution of contact area obtained by three methods

例为在准静态、无摩擦的条件下,纸张在正压力 F 作用下夹持在弹性胶辊中,分析上辊轮与纸张以及下辊轮接触区域表面的速度比随着下辊轮弹性层的厚度 R_{12} 以及正压力 F 变化的情况,见图 3 和图 4。文献[6]中使用施密特正交化方法求解在正压力作用下弹性辊轮与刚性辊轮接触区域的应力分布,文中应用无网格配点法对式(23),(25),(31)和(32)进行求解并与施密特正交化方法求解相比较。无网格配点法相对于施密特正交化方法具有简单,精度高的优点。

在正压力 F 一定的条件下,上辊轮与纸张以及下辊轮接触区域表面的速度比随着下辊轮弹性层的厚

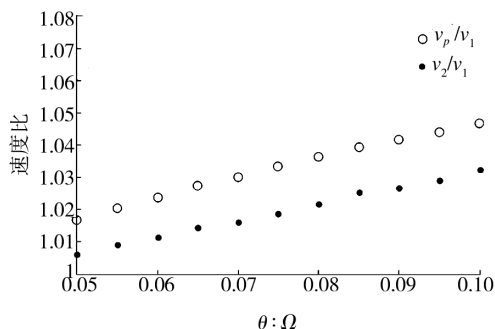


图3 接触区域上辊轮与纸张以及下辊轮表面的速度比随下辊轮弹性层厚度的变化

Fig. 3 Change of speed ratios in contact area with the rubber thickness of lower roller

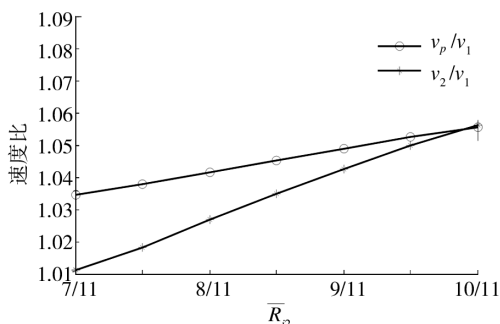


图4 接触区域上辊轮与纸张以及下辊轮表面速度比随 \$\Omega\$ 值的变化

Fig. 4 The speed ratios with the variation of \$\Omega\$

度的变化见图3。算例中 \$\bar{R}_{i2}\$ 取 7/11~10/11 为典型的直径为 22 mm 的胶辊覆盖 2~4 mm 的弹性层的情况。其他参数为 \$\bar{R}_{i2}=7/11, \Omega=0.09, m=40, n=900, \mu=0.5\$。

在胶辊弹性层厚度一定的情况下,上辊轮与纸张以及下辊轮接触区域表面的速度比随着正压力 \$F\$ 的变化见图4。由 Hertz 接触理论通过逆解法可以求得 \$\Omega\$ 与正压力 \$F\$ 之间的关系,图4中为速度比随着接触区域边界值 \$\Omega\$ 的变化,其他参数为 \$\bar{R}_{i1}=9/11, \bar{R}_{i2}=10/11, m=40, n=900, \mu=0.5\$。

4 结语

纸张在胶辊夹持下的运动速度为进纸成功的关键因素,在准静态、无摩擦的条件下,应用级数形式的应力函数对复印机中纸张在弹性胶辊夹持下的接触问题进行了分析,得到以下2个结论:在正压力 \$F\$ —

定的条件下,上辊轮与纸张以及下辊轮接触区域表面的速度比随着下辊轮弹性层的厚度的增加而增加;在胶辊弹性层厚度一定的情况下,上辊轮与纸张以及下辊轮接触区域表面的速度比随着正压力 \$F\$ 的增加而增加。另外,在复印机进纸设计中应考虑胶辊弹性层的厚度对纸张进给的影响。

参考文献:

- [1] CLOET Carlo. A Mechatronics Approach to Copier Paperpath Design [D]. USA: University of California at Berkeley, 2001.
- [2] 许天河. 送纸机构之动态分析与测量 [D]. 台湾: 国立清华大学, 2001.
- [3] HSU Tian-ho. Dynamic Analysis and Measurement of Paper Feeding Mechanism [D]. Taiwan: National Tsing Hua University, 2001.
- [4] 黄素贞. 印表机进纸机构动态模拟与分析 [J]. 国立师范大学学报, 1996(15): 375—396.
- [5] HUANG Su-jen. Analysis and Dynamic Simulation for Paper Feeding Mechanism of Printer [J]. Journal of National Taipei Teachers College, 1996(15): 375—396.
- [6] 钱进, 刘浩, 徐红春. 超声波双张控制器: 中国, ZL200720046355 [P]. 2008-08-27.
- [7] QIAN Jin, LIU Hao, XU Chun-hong. Ultrasonic Double Sheet Control: China, ZL200720046355 [P]. 2008-08-27.
- [8] 王知衍. 利用静电原理实现高速自动进纸的方法及装置: 中国, ZL02152039. 9 [P]. 2003-04-23.
- [9] WANG Zhi-yan. The Device and Method of High Speed Automatic Paper Feeding Using Electrostatic Principle: China, ZL02152039. 9 [P]. 2003-04-23.
- [10] WANG Bing, WANG Zhao-wu. Numerical Analysis of Quasi-static Contact between Rubber Roller and Rigid Roller [C]. ICMSE2012. (余不详)
- [11] 李伟, 张海燕. 印刷设备新型纸张定位系统设计 [J]. 包装工程, 2007, 28(10): 104—106.
- [12] LI Wei, ZHANG Hai-yan. Design of New Type Sheet Positioning System for Printing Press [J]. Packaging Engineering, 2007, 28(10): 104—106.
- [13] 李航, 袁英才, 张阳. 裱纸机压合部纸张受力分析及辊子分布的优化设计 [J]. 包装工程, 2007, 28(12): 74—76.
- [14] LI Hang, YUAN Ying-cai, ZHANG Yang. Force Analysis of Pressing Part of Paper Laminator and Optimum Design of Rollers Distribution [J]. Packaging Engineering, 2007, 28(12): 74—76.