

米字形填充正方形蜂窝异面平台应力

孙德强¹, 常露¹, 邢月卿¹, 王倩¹, 张艺行¹, 骆泽龙¹,
董成辉¹, 王思宇²

(1. 陕西科技大学 a. 轻工科学与工程学院 b. 轻化工程国家级实验教学示范中心
c. 3S 包装新科技研究所, 西安 710021; 2. 陕西省产品质量监督检验研究院, 西安 710061)

摘要: **目的** 研究冲击速度和结构参数对米字形填充正方形蜂窝异面平台应力的影响规律。**方法** 利用 ANSYS/LS-DYNA 建立该蜂窝可靠的基于胞元阵列的异面冲击分析有限元模型; 基于简化的超折叠单元理论推导该蜂窝的准静态平台应力理论公式, 理论值与仿真值相吻合验证理论公式的正确性。对不同壁厚边长比的蜂窝, 在不同冲击速度下进行异面冲击仿真分析, 利用 LS-PrePost 软件处理得到相应的接触力-位移曲线, 进一步处理得到变形模式和平台应力, 并以图表的形式加以展示与分析。**结果** 不同冲击速度下结构参数固定的蜂窝表现出 LS、MS 和 HS 等 3 种不同的异面冲击变形模式, 从 LS 模式转变到 MS 模式再到 HS 模式的临界速度分别约为 20 m/s 和 150 m/s; 壁厚边长比对变形模式的影响可忽略。**结论** 该蜂窝动态平台应力随冲击速度 (或壁厚边长比) 的增加而增大, 且增长速率不断提高。当其他参数固定时, LS 模式和 MS 模式下该蜂窝的动态平台应力与冲击速度呈二次函数关系, HS 模式下动态平台应力与冲击速度的平方呈线性关系; 动态平台应力与壁厚边长比呈幂函数关系。基于仿真计算结果, 得到了该蜂窝动态平台应力的经验表达式。

关键词: 米字形填充正方形蜂窝; 异面冲击; 有限元模拟; 变形模式; 平台应力

中图分类号: TB484 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3563(2024)01-0281-09

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2024.01.033

Out-of-plane Plateau Stress of Honeycombs Filled with Mix of Squares and Triangles

SUN Deqiang¹, CHANG Lu¹, XING Yueqing¹, WANG Qian¹, ZHANG Yixing¹, LUO Zelong¹,
DONG Chenghui¹, WANG Siyu²

(1. a. College of Bioresources Chemical and Materials Engineering, b. National Demonstration Center for Experimental Light Chemistry Engineering Education, c. 3S Research Institute of Novel Packaging Science and Technology, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an 710021, China; 2. Shaanxi Provincial Institute of Product Quality Supervision and Inspection, Xi'an 710061, China)

ABSTRACT: The work aims to study the influences of impact velocity and configuration parameters on the out-of-plane plateau stress of honeycombs filled with mix of squares and triangles. A reliable finite element model was established based on array of cells using ANSYS/LS-DYNA for out-of-plane impact analysis. The theoretical formula of quasi-static plateau stress was derived based on the simplified super folded element theory for honeycombs filled with mix of squares and triangles. The theoretical results were consistent with the simulated ones, which verified the reliability of theoretical formula. For honeycombs with different ratios of cell wall thickness to edge length, simulations were carried

收稿日期: 2023-06-22

基金项目: 国家自然科学基金 (51575327); 国家级一流专业建设项目 (包装工程 2022); 陕西科技大学课程思政建设项目 (包装技术基础 (双语) 2022)

out under different out-of-plane impact velocities. The corresponding deformation modes, contact force-displacement curves and plateau stresses were obtained through the LS-PrePost software, and presented and analyzed in the form of tables and diagrams. At different impact velocities, the honeycomb with fixed configuration parameters showed three different out-of-plane impact deformation modes: LS mode, MS mode and HS mode, and the critical velocities from LS mode to MS mode and then to HS mode were about 20 m/s and 150 m/s respectively. The influence of the ratio of cell wall thickness to edge length on the deformation mode could be ignored. The dynamic plateau stress of honeycombs filled with mix of squares and triangles increases with the increase of the impact velocity (or ratio of cell wall thickness to edge length), and the growth rate increases continuously. When other parameters are fixed, the relation between the dynamic plateau stress and the impact velocity of the honeycomb in LS mode and MS mode is quadratic, and the relation between the dynamic plateau stress and the square of the impact velocity in HS mode is linear. The relation between the dynamic plateau stress and the ratio of cell wall thickness to edge length is a power function. From the simulation results, the empirical formulas of its dynamic plateau stress are derived.

KEY WORDS: honeycombs filled with mix of squares and triangles; out-of-plane impact; finite element simulation; deformation mode; plateau stress

蜂窝结构可以通过较大的塑性变形吸收来自外部的冲击动能,因其优良的力学性能,广泛应用于许多工业领域,如航空航天、汽车、海洋、包装等行业。蜂窝的抗冲击性和能量吸收特性受基体材料性质和胞元几何形状的影响^[1-5]。多年来,众多学者研究了不同胞元几何形状蜂窝(如方形、三角形、Kagome、圆形和六边形)的能量吸收特性^[6]。

由于单一构型的蜂窝不能完全满足市场需求,为了得到更多不同基材的蜂窝构型形式,不断提高蜂窝结构的比强度,不断追求材料使用效率的最大化,同时降低制造成本,学者们不断探索和研究新构型、不同材料及功能的蜂窝,丰富蜂窝材料种类,以解决过度防护和资源浪费等问题。其中,采用轻质材料填充蜂窝来提高其能量吸收特性的方法,引起了许多研究者关注。Mohamadi等^[7]通过试验研究在准静态压缩和低速冲击下弹性泡沫填充铝蜂窝的能量吸收特性,在弹性体中填充玻璃微球颗粒极大提高了响应的最大载荷、平均破碎载荷和总能量吸收,与传统填充结构相比其变形明显较小,可以多次充当能量吸收器来抵抗冲击。Mozafari等^[8]研究了面内冲击载荷下泡沫填充蜂窝夹层结构的耐撞性,对比分析了填充3种不同聚氨酯泡沫的铝蜂窝与空蜂窝板的吸能情况,与空蜂窝板相比泡沫填充蜂窝板具有更优的吸能特性。此外,李响等^[9]提出一种创新聚氨酯泡沫填充类蜂窝夹芯结构,研究了冲击速度、胞元壁厚对其耐撞性和变形模式的影响规律。除了泡沫填充蜂窝结构外,蜂窝自身也是一种优质填充材料,被广泛用于填充薄壁管,以提高其性能。Yao等^[10]通过压缩试验研究了规则蜂窝芯填充方管的压缩能量吸收性能和变形模式。Xiong等^[11]提出了圆形和多边形组合结构,研究了该结构在多载荷工况下的力学性能。Chen等^[12]提出了4种方形和圆形薄壁组合结构,利用简化的超折叠单

元(SSFE)理论,建立了其平均载荷和比能量吸收的理论模型,并研究了该组合结构的能量吸收特性和变形模式。Zhang等^[13]构建了圆柱管填充四边形、六边形和八边形管的多胞元组合结构,建立了可靠的轴向冲击有限元(Finite Element, FE)分析模型,证明圆柱形管填充八边形管的耐撞性能最好。上述研究表明,蜂窝填充可以极大地提高薄壁管的能量吸收与缓冲性能。泡沫填充蜂窝和蜂窝填充蜂窝两者均能提高原本蜂窝结构的能量吸收特性,两者均属于轻质材料。然而与蜂窝填充蜂窝相比,泡沫填充蜂窝为达到相同的承载力,其质量会更重,因此本文将研究一种新型蜂窝填充蜂窝结构。

在上述研究基础上,本文将米字形蜂窝填充到正方形蜂窝中,形成新型蜂窝结构,建立其异面冲击分析的有限元模型,同时推导米字形填充正方形蜂窝准静态下的平台应力公式。借助相关数据处理方法得到异面冲击下的变形模式和平台应力。基于此研究冲击速度和结构参数对米字形填充正方形蜂窝异面平台应力的影响规律。

1 有限元分析方法

1.1 蜂窝构型

米字形填充正方形蜂窝的构型如图1所示,其中图1a为该蜂窝异面方向(垂直于 x_1-x_2 平面的方向)上的主视图,相应左视图如图1b所示,图1c为该蜂窝对应图1a周期性区域特征胞元的放大图。该蜂窝所有胞元的边长为 l ,蜂窝孔深度为 h 。对特征胞元来说,外侧壁厚为 $t/2$,内侧壁厚为 t 。

1.2 有限元模型

图2为利用ANSYS/LS-DYNA建立的米字形填

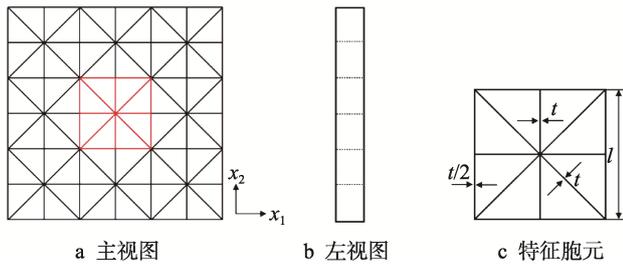


图 1 米字形填充正方形蜂窝的构型及特征胞元

Fig.1 Configuration and characteristic cells of honeycombs filled with mix of squares and triangles

充正方形蜂窝异面冲击有限元模型。该蜂窝样品夹在 2 个刚性压板之间, 冲击板 P_1 沿异面方向以恒定速度 v 向下均匀冲击试样致使样品密实, 下支撑板 P_2 固定。利用 5 个积分点的 Belytschko-Tsay 壳单元 SHELL163 对样品进行网格划分, 通过收敛性模拟计算确定壳单元边长为 0.5 mm。整个模型的接触定义为 self-contact 型, 蜂窝体与上下 2 个刚性压板之间定义为 surface-to-surface 型, 静动摩擦因数均设定为 0.2。试样基材采用双线性硬化材料, 典型的是某一铝合金材料, 其弹性模量 $E=68.97$ GPa, 屈服应力 $\sigma_y=292$ MPa, 正切模量 $E_t=689.7$ MPa, 泊松比 $\nu=0.35$, 密度 $\rho=2700$ kg/m³。消除样品的尺寸效应, 通过尝试性计算确定样品在 x_1 和 x_2 方向上胞元数量为 11×11 , $h=10$ mm。所有模拟的 $l=4$ mm。

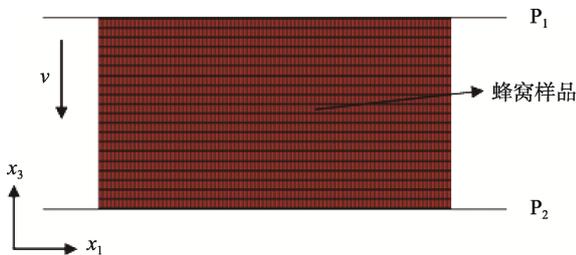


图 2 米字形填充正方形蜂窝异面冲击有限元模型

Fig.2 Finite element model of out-of-plane impact of honeycombs filled with mix of squares and triangles

1.3 数据处理方法

平台应力 σ_m 是衡量异面冲击下蜂窝材料吸能特性的一个关键指标, 它决定着蜂窝材料吸收能量的能力, 因此本文将重点研究米字形填充正方形蜂窝异面冲击下的平台应力。

假设上冲击板 P_1 与蜂窝体 M 之间的接触力为 F , 异面冲击下蜂窝体承载面积为 A , 蜂窝体的异面位移和初始深度分别为 u 和 h , 则应力 σ 和应变 ε 的计算式为:

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad \varepsilon = \frac{u}{h} \quad (1)$$

平台应力 σ_m 被定义为应力-应变曲线中平台阶段应力的均值^[14], 即:

$$\sigma_m = \frac{\int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_D} \sigma d\varepsilon}{\varepsilon_D - \varepsilon_0} \quad (2)$$

式中: ε_0 为初始应变; ε_D 为密实化应变。

2 准静态平台应力

Zhang 等^[15]在研究异面压缩载荷下正方形蜂窝的响应时, 利用超折叠单元理论, 将其异面方向横截面轮廓视为角单元、十字形和 T 形角单元 3 类折叠单元组成的, 并推导了其可靠的异面压缩载荷下平均载荷的理论公式。

本文也将基于简化的超折叠单元 (SSFE) 理论对 $N \times N$ 的米字形填充正方形蜂窝的异面准静态平台应力进行预测。为了分析米字形填充正方形蜂窝异面折曲坍塌时的能量耗散, 该蜂窝截面内的折叠单元分为 5 种: 三面板、T 形、十字形、五面板和米字形角单元, 如图 3 所示。

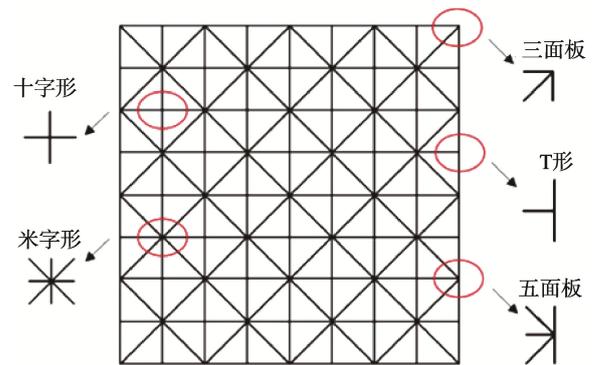


图 3 米字形填充正方形蜂窝的基本折叠单元

Fig.3 Basic folding unit of honeycombs filled with mix of squares and triangles

该蜂窝从开始被压缩至一个基本折叠单元被压平时, 外力所做的功等于耗散的总弯曲能与总膜能之和, 即:

$$P_m 2H = \frac{1}{\eta} (E_b + E_m) \quad (3)$$

式中: P_m 、 E_b 和 E_m 分别为此时的异面平均载荷、总弯曲能和总膜能; $2H$ 和 η 分别为一个完整基本折叠单元的波长和有效压缩距离系数。一般情况下, 在压缩时基本折叠单元并未完全压缩, 即 η 小于 1。 η 的取值范围为 0.7~0.75^[16], 在此取 $\eta = 0.7$ 。

图 4a 为未折曲的单元面板, 每个基本折叠单元的任一面板在折曲过程中有 3 条水平塑性铰链 (如图 4b 所示), 总弯曲能则是所有铰链耗散能量之和, 即:

$$E_b = \sum_{i=1}^3 M_0 \alpha_i L \quad (4)$$

式中： M_0 为全塑性弯矩， $M_0 = \sigma_f t^2 / 4$ ； σ_f 为流动应力， $\sigma_f = (\sigma_y + \sigma_u) / 2$ ^[17]， σ_y 和 σ_u 分别为蜂窝材料的屈服强度和极限强度，这里 σ_u 值近似取 σ_y 值； α_i 为第 i 个塑性铰链的旋转角度； L 为米字形填充正方形蜂窝截面内所有折叠单元壁的总长度，对 $N \times N$ 的该蜂窝来说， $L = (4 + 2\sqrt{2})N^2 l + 2Nl$ 。

假设基本折叠单元在波长 $2H$ 压缩后完全折曲，则 3 条塑性铰链的旋转角度分别为 $\pi/2$ 、 π 和 $\pi/2$ （如图 4c 所示），因而式（4）可以写作式（5）。

$$E_b = 2\pi M_0 L \quad (5)$$

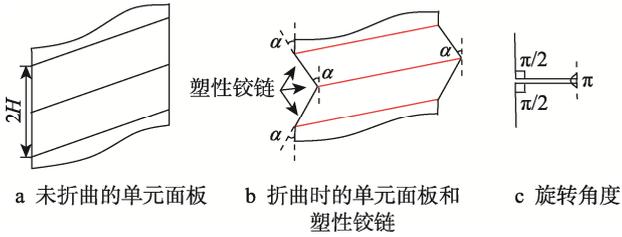


图 4 塑性铰链及其旋转角度
Fig.4 Plastic hinges and its rotation angles

Tran 等^[18]给出了三面板、T形、十字形和五面板等折叠单元膜能的计算式，分别为：

$$\begin{cases} E_m^{3\text{面板}} = \frac{4M_0 H^2}{t} \left[1 + 2 \tan\left(\frac{\phi}{2}\right) \right] \\ E_m^T = \frac{12M_0 H^2}{t} \\ E_m^+ = \frac{16M_0 H^2}{t} \\ E_m^{5\text{面板}} = \frac{20M_0 H^2}{t} \end{cases} \quad (6)$$

对三面板角单元来说，板间夹角 $\phi = 45^\circ$ 。

由于米字形角单元的对称性以及对称结构的相似作用，可以将其视为由 2 个五面板角单元组成，则其膜能计算式近似为：

$$E_m^* = \frac{40M_0 H^2}{t} \quad (7)$$

因此，米字形填充正方形蜂窝的总膜能为：

$$E_m = N_t E_m^{3\text{面板}} + N_T E_m^T + N_O E_m^+ + N_f E_m^{5\text{面板}} + N_m E_m^* = 2 \left\{ 2 \left[1 + 2 \tan\left(\frac{\phi}{2}\right) \right] N_t + 6N_T + 8N_O + 10N_f + 20N_m \right\} \cdot \frac{M_0 H^2}{t} \quad (8)$$

式中： N_t 、 N_T 、 N_O 、 N_f 和 N_m 分别为三面板、T形、十字形、五面板和米字形角单元的个数。对于 $N \times N$ 的米字形填充正方形蜂窝结构， $N_t = 4$ 、 $N_T = 4N$ 、 $N_O = 2N(N-1)$ 、 $N_f = 4(N-1)$ 和 $N_m = 2N^2 - 2N + 1$ 。

将式（5）和式（8）代入式（3）中，令

$$Q_{(N)} = 16 \tan\left(\frac{\phi}{2}\right) + 56N^2 + 8N - 12, \text{ 可得式（9）。}$$

$$\frac{P_m \eta}{M_0} = \frac{\pi L}{H} + \frac{H}{t} \{ 2[1 + 2 \tan(\frac{\phi}{2})] N_t + 6N_T + 8N_O + 10N_f + 20N_m \} = \frac{\pi L}{H} + \frac{H}{t} [16 \tan(\frac{\phi}{2}) + 56N^2 + 8N - 12] = \frac{\pi L}{H} + \frac{H}{t} Q_{(N)} \quad (9)$$

根据静态条件下 $\frac{\partial P_m}{\partial H} = 0$ 可得，一个基本折叠单元半波长 H 为：

$$H = \sqrt{\frac{\pi L t}{Q_{(N)}}} \quad (10)$$

将式（10）代入式（9），则平均载荷 P_m 为：

$$P_m = \frac{\sigma_f t^{1.5} \pi^{0.5} L^{0.5}}{2\eta} Q_{(N)}^{0.5} \quad (11)$$

则米字形填充正方形蜂窝结构准静态平台应力 σ_{m0} 的理论公式为：

$$\sigma_{m0} = \frac{P_m}{A_0} = \frac{\sigma_f t^{1.5} \pi^{0.5} L^{0.5} Q_{(N)}^{0.5}}{2\eta A_0} \quad (12)$$

式中： A_0 为异面冲击下该蜂窝的横截面积， $A_0 = N^2 l^2$ 。

为了验证该理论公式的可靠性，本文建立 11×11 的米字形填充正方形蜂窝异面准静态压缩的有限元模型，此时 σ_{m0} 理论公式由（12）可得：

$$\sigma_{m0} = 25.24 \sigma_f \left(\frac{t}{l}\right)^{1.5} \quad (13)$$

3 结果与分析

3.1 模型可靠性验证

图 5 为不同壁厚的米字形填充正方形蜂窝准静态下的 σ - ϵ 曲线。图 5 中虚线为准静态平台应力的理论值，可以直观地看出仿真结果与理论结果之间具有较好的吻合度。表 1 给出了其仿真与理论的具体数值，

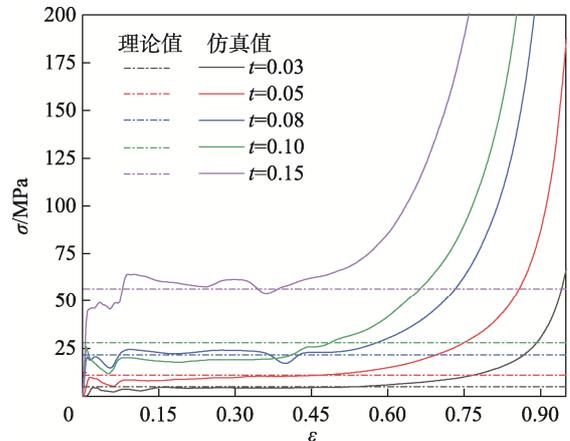


图 5 米字形填充正方形蜂窝准静态 σ - ϵ 曲线
Fig.5 Quasi-static σ - ϵ curve of honeycombs filled with mix of squares and triangles

表 1 米字形填充正方形蜂窝准静态平台应力仿真与理论值
Tab.1 Simulation and theoretical values of quasi-static plateau stress with honeycombs filled with mix of squares and triangles

t/mm	σ_{m0}/MPa				
	0.03	0.05	0.08	0.10	0.15
仿真值	4.81	10.64	22.05	28.25	58.37
理论值	4.79	10.30	20.85	29.13	53.52
相对误差%	-0.42	-3.20	-5.44	3.12	-8.31

可以看出, 仿真值与理论值的相对误差最大为 8.31%。说明前述预测的米字形填充正方形蜂窝准静态平台应力的理论公式是可靠的, 同时也说明了有限元模型的可靠性。

3.2 变形模式

蜂窝结构在异面冲击下的变形模式对其平台应力具有重要影响, 因此研究该蜂窝的变形模式和临界速度的关系是非常有必要的^[19]。根据蜂窝结构可能承受的冲击速度, 在 $v=3\sim 250\text{ m/s}$ 内通过大量仿真分析, 利用 LS-PrePost 软件处理得到相应的变形模式。如图 6 所示为蜂窝结构在不同速度下随应变变化的变形图。由图 6 可知, 不同冲击速度下同一壁厚边长比的该蜂窝主要变形模式大致有 3 种: 起初蜂窝底部发生微小变形, 随后底部逐步产生渐进折曲变形, 当底部折曲到一半时, 样品上半部分发生局部屈曲, 顶部发

生坍塌, 最终顶部向下折曲变形直至密实化, 把这种变形模式称为 LS 模式^[20] (见图 6a); 起初蜂窝顶部与底部均发生微小变形, 随后顶部逐步产生渐进折曲变形, 当顶部折曲到一半时, 底部发生 1~2 个折曲变形, 样品下半部分发生局部屈曲, 最终底部和顶部同时向中间折曲变形直至密实化, 把这种变形模式称为 MS 模式 (见图 6b); 起初蜂窝顶部与底部均产生微小变形, 随后顶部与底部同时产生 1~2 个折曲变形, 顶部保持不变, 底部向顶部逐渐产生渐进折曲变形直至密实化, 把这种变形模式称为 HS 模式 (见图 6c)。该蜂窝的变形模式从 LS 模式转化到 MS 模式再到 HS 模式的临界速度分别为 $v_{c1}\approx 20\text{ m/s}$ 和 $v_{c2}\approx 150\text{ m/s}$ 。即 $v < v_{c1}$ 时其变形模式为 LS 模式, $v_{c1} \leq v < v_{c2}$ 时为 MS 模式, $v \geq v_{c2}$ 时为 HS 模式。表 2 为不同壁厚边长比不同冲击速度下该蜂窝的变形模式。从表 2 中可以看出, 同一冲击速度下, 壁厚边长比对其变形模式几乎没有影响。

3.3 动态平台应力

3.3.1 冲击速度

在不同壁厚边长比 ($t/l=0.0075\sim 0.0625$) 和不同冲击速度下 ($v=3\sim 250\text{ m/s}$) 得到米字形填充正方形蜂窝的 σ_m 值。根据一维冲击波理论^[21], 蜂窝的 σ_m 与 v^2 呈线性关系, 即满足式 (14)。

$$\sigma_m = \sigma_{m0} + Av^2 \tag{14}$$

式中: σ_{m0} 为准静态平台应力; A 为系数, 由蜂窝基材和单元结构参数决定的。

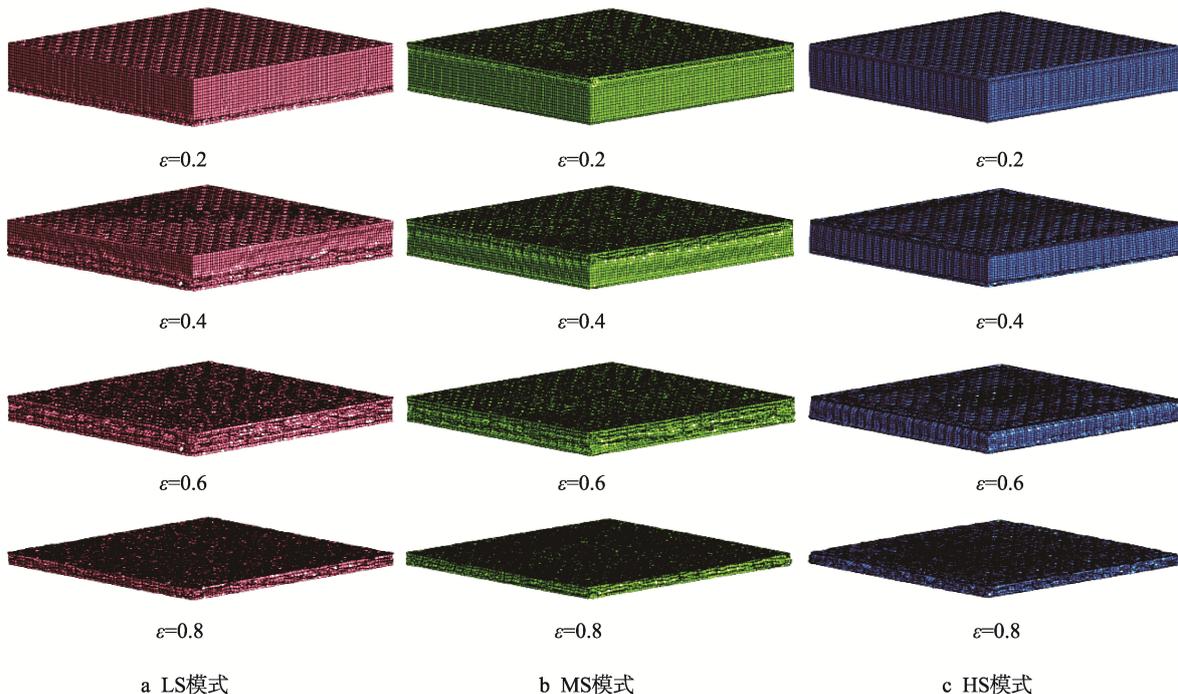


图 6 不同速度下应变变化的典型变形图
Fig.6 Typical deformation diagrams of strain change at different velocities

表2 不同壁厚边长比在不同冲击速度下的变形模式
Tab.2 Deformation modes under different ratios of cell wall thickness to edge length and different impact velocities

t/l	$v/(m \cdot s^{-1})$							
	3	10	20	30	80	120	150	250
0.007 5	LS	LS	MS	MS	MS	MS	HS	HS
0.020 0	LS	LS	MS	MS	MS	MS	HS	HS
0.025 0	LS	LS	MS	MS	MS	MS	HS	HS

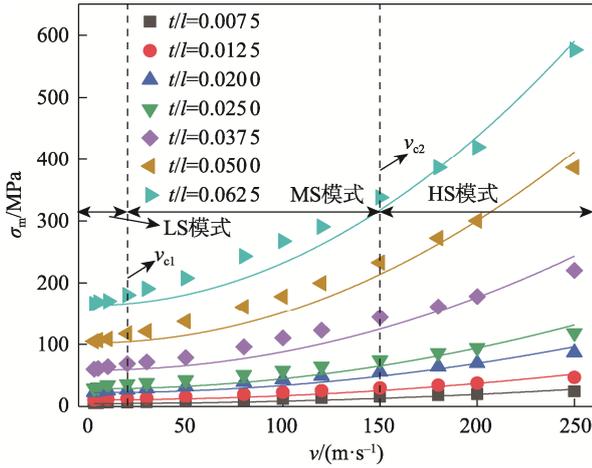


图7 米字形填充正方形蜂窝的 σ_m-v 曲线
Fig.7 σ_m-v curve of honeycombs filled with mix of squares and triangles

依据仿真计算结果,基于式(14)通过最小二乘法进行拟合发现,米字形填充正方形蜂窝 σ_m 与 v 的关系仅在HS模式下才满足式(14),这与Reid等^[21]的研究结果相一致;而LS模式和MS模式仅仅近似于式(14),如图7所示。这是由于不同的变形模式导致的,HS模式下的变形整体上是集中在样品的一端,随着时间的推移,从样品的一端逐渐渐进折曲直至密实,而在这个过程中其余部分未发生局部变形;而在LS模式和MS模式下的变形是样品各处局部有不同程度的变形,这些局部的变形最终累积,致使样品密实,从而导致LS模式和MS模式下的 σ_m 值偏高,即LS模式和MS模式下 σ_m 值均在拟合曲线的上方。

表3 不同壁厚边长比下系数A的值
Tab.3 Values of A under different ratios of cell wall thickness to edge length

t/l	$A/(10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3})$
0.007 5	3.68
0.012 5	6.64
0.02	11.9
0.025	16.5
0.037 5	29.6
0.05	49.5
0.062 5	68.3

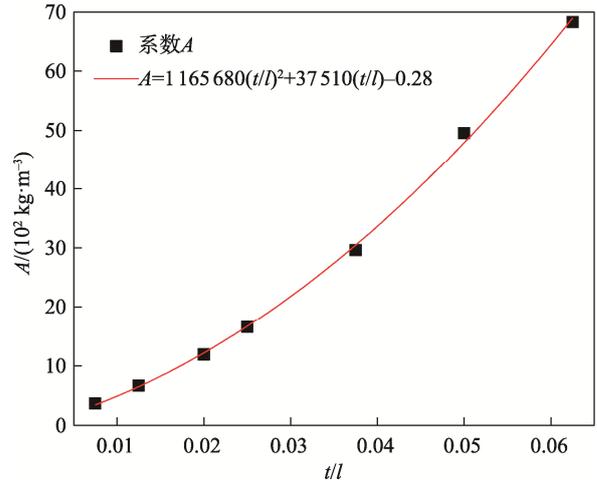


图8 A-t/l的关系
Fig.8 Diagram of A-t/l

因此有必要对动态平台应力进行分段描述,对于HS模式,基于式(14)拟合得到的系数A见表3。从表3中可以看出,系数A与 t/l 有关。依照Ruan等^[22]的研究,A与 t/l 的关系可以用二次曲线来拟合,通过最小二乘法进行拟合得到A-t/l曲线,见图8。A与 t/l 满足如下关系:

$$A = 1\,165\,680 \left(\frac{t}{l}\right)^2 + 37\,510 \left(\frac{t}{l}\right) - 0.28 \quad (15)$$

将式(13)和式(15)代入式(14)中,可以得到HS模式下米字形填充正方形蜂窝动态平台应力公式,见式(16)。

$$\sigma_m = 25.24\sigma_f \left(\frac{t}{l}\right)^{1.5} + \left[1\,165\,680 \left(\frac{t}{l}\right)^2 + 37\,510 \left(\frac{t}{l}\right) - 0.28 \right] v^2 \quad (16)$$

正如前面所述,LS模式和MS模式下的变形模式导致 σ_m 值偏高。为了进一步探究LS模式和MS模式下该蜂窝动态平台应力与速度的关系,这里在式(14)的基础上增加一次项,即满足式(17)。

$$\sigma_m = \sigma_{m0} + Bv + Av^2 \quad (17)$$

式中: σ_{m0} 为准静态平台应力;A、B为系数,由蜂窝基材和单元结构参数决定的。基于式(17)通过最小二乘法进行拟合得到 σ_m-v 曲线,见图9。图9中拟合曲线与仿真结果的误差明显小于图7中LS模式和MS模式下的拟合曲线,因此可以说明式(17)能更好地表达LS模式和MS模式下的 σ_m 。从图9中可以看出,LS模式和MS模式下该蜂窝的动态平台应力与速度满足二次函数关系。

表4为拟合得到的系数B的值,从表4中可以看出,B与 t/l 有着—一对应的关系,且近似呈线性关系,利用最小二乘法进行拟合得到B-t/l曲线,见图10。B与 t/l 满足如下关系:

$$B = 4\,502\,600 \left(\frac{t}{l}\right) - 5\,812.28 \quad (18)$$

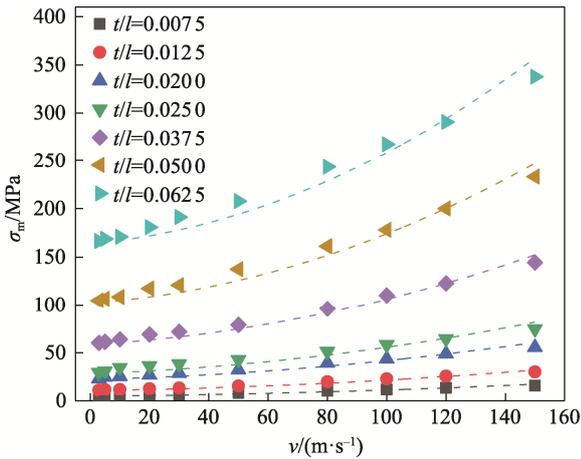


图 9 LS 模式和 MS 模式下米字形填充正方形蜂窝的 σ_m-v 曲线
Fig.9 σ_m-v curves of honeycombs filled with mix of squares and triangles in LS mode and MS mode

表 4 不同壁厚边长比下关系系数 B 的值
Tab.4 Values of B under different ratios of cell wall thickness to edge length

t/l	$B/(10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1})$
0.007 5	2.79
0.012 5	4.28
0.02	7.88
0.025	10.91
0.037 5	18.26
0.05	22.25
0.062 5	26.37

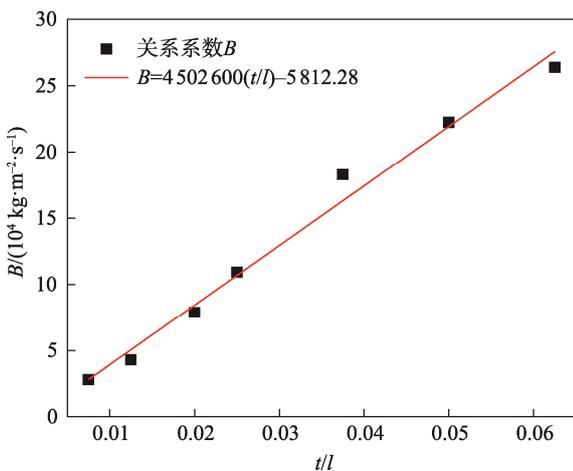


图 10 $B-t/l$ 的关系
Fig.10 Diagram of $B-t/l$

将式 (13)、式 (15) 和式 (18) 代入式 (17) 中, 可得到 LS 模式和 MS 模式下米字形填充正方形蜂窝动态平台应力公式, 见式 (19)。

$$\sigma_m = 25.24\sigma_f \left(\frac{t}{l}\right)^{1.5} + \left[4502600\left(\frac{t}{l}\right) - 5812.28\right]v + \left[1165680\left(\frac{t}{l}\right)^2 + 37510\left(\frac{t}{l}\right) - 0.28\right]v^2 \quad (19)$$

综上所述, 可得到米字形填充正方形蜂窝动态平台应力公式, 见式 (20)。

$$\sigma_m = \begin{cases} 25.24\sigma_f \left(\frac{t}{l}\right)^{1.5} + [4502600\left(\frac{t}{l}\right) - 5812.28]v + [1165680\left(\frac{t}{l}\right)^2 + 37510\left(\frac{t}{l}\right) - 0.28]v^2, & v < v_{c2} \\ 25.24\sigma_f \left(\frac{t}{l}\right)^{1.5} + [1165680\left(\frac{t}{l}\right)^2 + 37510\left(\frac{t}{l}\right) - 0.28]v^2, & v \geq v_{c2} \end{cases} \quad (20)$$

为了进一步验证式 (20) 的可靠性, 对不同 t/l 下的该蜂窝再次进行仿真模拟分析。图 11 为米字形填充正方形蜂窝 σ_m 的仿真值和理论值。从图 11 中可以发现, 其理论值和仿真值具有很好的一致性, 表明上述得到的米字形填充正方形蜂窝动态平台应力公式是可靠的。

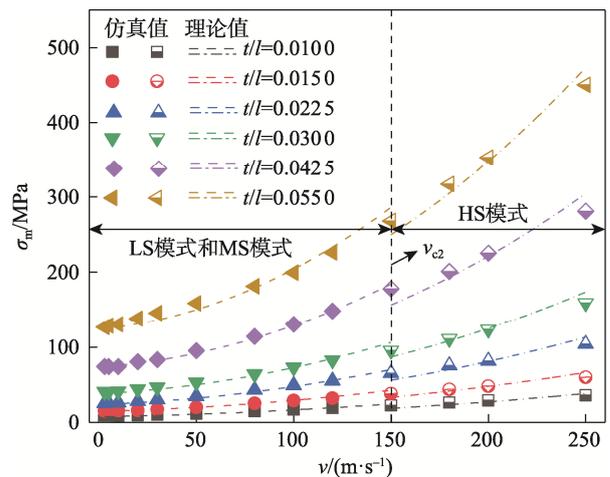


图 11 米字形填充正方形蜂窝 σ_m 的仿真值和理论值
Fig.11 Simulation and theoretical values of σ_m with honeycombs filled with mix of squares and triangles

3.3.2 壁厚边长比

σ_m 对 t/l 的影响与 Sun 等^[23]的研究结果相一致。在给定的 v 下, 该蜂窝 σ_m 与 t/l 间的关系可以用幂函数曲线来拟合, 满足如下关系:

$$\sigma_m = \sigma_y A^* \left(\frac{t}{l}\right)^k \quad (21)$$

式中: σ_y 为蜂窝材料的屈服应力; A^* 为系数; k 为相应的指数。

根据仿真计算结果, 通过最小二乘法进行拟合得到的 σ_m-t/l 曲线, 见图 12。从图 12 中可以看出, 当

冲击速度一定时, 蜂窝的 σ_m 随着 t/l 的增大而增加, 且增长速率也随之加快。不同 v 下拟合得到的系数 A^* 和指数 k 的值见表 5。

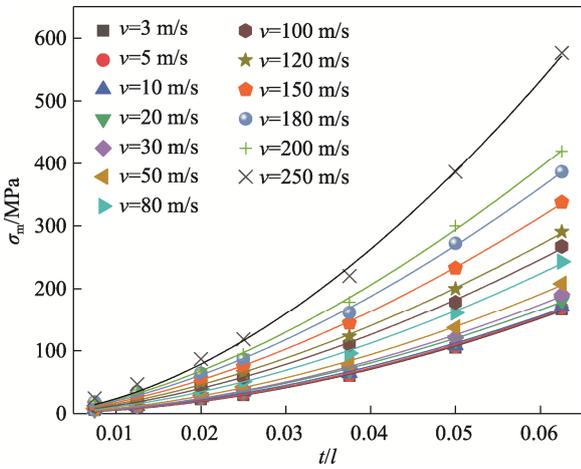


图 12 米字形填充正方形蜂窝 σ_m-t/l 曲线
Fig.12 σ_m-t/l curve of honeycombs filled with mix of squares and triangles

表 5 不同冲击速度下 A^* 和 k 的值

Tab.5 Values of A^* and k at different impact velocities

$v/(m \cdot s^{-1})$	A^*	k
3	106.309 1	1.890 6
5	98.769 8	1.859 4
10	83.943 2	1.797 2
20	84.798 8	1.778 8
30	93.903 8	1.797 6
50	90.212 7	1.750 6
80	91.908 3	1.701 1
100	88.850 0	1.654 8
120	86.820 2	1.614 3
150	100.635 3	1.612 9
180	116.462 9	1.615 4
200	121.691 6	1.600 1
250	242.997 3	1.738 8

4 结语

本文通过理论和有限元分析的方法研究米字形填充正方形蜂窝异面冲击下的平台应力, 得出如下结论:

1) 运用简化的超折叠单元 (SSFE) 理论推导出了 $N \times N$ 米字形填充正方形蜂窝准静态平台应力理论公式, 并通过有限元进行模拟计算, 将仿真值与理论

值对比, 发现两者之间具有较好的一致性, 验证了理论公式和有限元模型的可靠性。

2) 不同冲击速度下, 同一壁厚边长比的该蜂窝主要表现出 3 种不同的变形模式: LS 模式、MS 模式和 HS 模式。其变形模式从 LS 模式转变到 MS 模式再到 HS 模式的临界速度分别约为 20 m/s 和 150 m/s; 其变形模式受壁厚边长比的影响可以忽略。

3) 当壁厚边长比一定时, LS 模式和 MS 模式下米字形填充正方形蜂窝的动态平台应力与冲击速度呈二次函数关系, HS 模式下该蜂窝动态平台应力与冲击速度的平方呈线性关系; 当冲击速度一定时, 该蜂窝的动态平台应力与壁厚边长比呈幂函数关系。

参考文献:

- [1] WANG Z G, DENG J J, HE K N, et al. Out-of-Plane Crushing Behavior of Hybrid Hierarchical Square Honeycombs[J]. Thin-Walled Structures, 2022, 181: 1-15.
- [2] XU M C, XU Z R, ZHANG Z, et al. Mechanical Properties and Energy Absorption Capability of AuxHex Structure under In-Plane Compression: Theoretical and Experimental Studies[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2019, 159: 43-57.
- [3] SONG K H, LI D W, ZHANG C D, et al. Bio-Inspired Hierarchical Honeycomb Metastructures with Superior Mechanical Properties[J]. Composite Structures, 2023, 304(1): 116452.
- [4] GAO Q, LIAO W H, WANG L M. An Analytical Model of Cylindrical Double-Arrowed Honeycomb with Negative Poissons Ratio[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 173: 105400.
- [5] LI X C, LU F, ZHANG Y W, et al. Experimental Study on Out-of-Plane Mechanical and Energy Absorption Properties of Combined Hexagonal Aluminum Honeycombs under Dynamic Impact[J]. Materials & Design, 2020, 194(3): 108900.
- [6] NIAN Y Z, WAN S, LI M, et al. Crashworthiness Design of Self-Similar Graded Honeycomb-Filled Composite Circular Structures[J]. Construction and Building Materials, 2020, 233(2): 117344.
- [7] MOHAMADI Y, AHMADI H, RAZMKHAH O, et al. Axial Crushing Responses of Aluminum Honeycomb Structures Filled with Elastomeric Polyurethane Foam[J]. Thin-Walled Structures, 2021, 164: 107785.
- [8] MOZAFARI H, KHATAMI S, MOLATEFI H, et al. Finite Element Analysis of Foam-Filled Honeycomb

- Structures under Impact Loading and Crashworthiness Design[J]. *International Journal of Crashworthiness*, 2016, 21(2): 1-13.
- [9] 李响, 曹祥斌, 杨蔚华, 等. 泡沫填充类蜂窝夹层结构的耐撞性[J]. *武汉科技大学学报*, 2021, 44(1): 20-26.
- LI X, CAO X B, YANG W H, et al. Crashworthiness of the Foam-Filled Quasi-Honeycomb Sandwich Structure[J]. *Journal of Wuhan University of Science and Technology*, 2021, 44(1): 20-26.
- [10] YAO B B, YE R Y, LI Z H, et al. Compressive Properties and Energy Absorption of Honeycomb Filled Square Tubes Produced by Selective Laser Melting[J]. *Materials Science and Engineering A*, 2022, 847: 143259.
- [11] XIONG J, ZHANG Y, SU L, et al. Experimental and Numerical Study on Mechanical Behavior of Hybrid Multi-Cell Structures under Multi-Crushing Loads[J]. *Thin-Walled Structures*, 2022, 170: 108588.
- [12] CHEN T T, ZHANG Y, LIN J M, et al. Theoretical Analysis and Crashworthiness Optimization of Hybrid Multi-Cell Structures[J]. *Thin-Walled Structures*, 2019, 142: 116-131.
- [13] ZHANG L W, BAI Z H, BAI F H. Crashworthiness Design for Bio-Inspired Multi-Cell Tubes with Quadrilateral, Hexagonal and Octagonal Sections[J]. *Thin-Walled Structures*, 2018, 122: 42-51.
- [14] ZHANG X, LIU N, AN C, et al. Dynamic Crushing Behaviors and Enhanced Energy Absorption of Bio-Inspired Hierarchical Honeycombs with Different Topologies[J]. *Defence Technology*, 2023, 19(4): 99-111.
- [15] ZHANG X, CHENG G, ZHANG H. Theoretical Prediction and Numerical Simulation of Multi-Cell Square Thin-Walled Structures[J]. *Thin-Walled Structures*, 2006, 44(11): 1185-1191.
- [16] WIERZBICKI T, ABRAMOWICZ W. On the Crushing Mechanics of Thin-Walled Structures[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1983, 50: 727.
- [17] WEN W B, MING L, TAO Y, et al. Out-of-Plane Crashworthiness of Bio-Inspired Hierarchical Diamond Honeycombs with Variable Cell Wall Thickness[J]. *Thin-Walled Structures*, 2022, 176: 109347.
- [18] TRAN T N, HOU S J, HAN X, et al. Theoretical Prediction and Crashworthiness Optimization of Multi-Cell Square Tubes under Oblique Impact Loading[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2014, 89: 177-193.
- [19] 孙德强, 安兴, 谭一, 等. 正多边形外接填充圆形蜂窝异面动态缓冲性能[J]. *包装工程*, 2021, 42(1): 116-123.
- SUN D Q, AN X, TAN Y, et al. Out-of-Plane Dynamic Cushioning Performance of Circular Honeycomb Filled with Regular Polygons[J]. *Packaging Engineering*, 2021, 42(1): 116-123.
- [20] 张勇, 蔡检明, 赖雄鸣. 异面撞击载荷下金属蜂窝填充薄壁结构的动态力学性能[J]. *中国公路学报*, 2015, 28(1): 120-126.
- ZHANG Y, CAI J M, LAI X M. Dynamic Mechanical Behavior of Metal Honeycomb-Filled Thin-Walled Structures Subjected to Out-of-Plane Impact Loading[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2015, 28(1): 120-126.
- [21] REID S R, PENG C S. Dynamic Uniaxial Crushing of Wood[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1997, 19(5/6): 531-570.
- [22] RUAN D, LU G, WANG B, et al. In-Plane Dynamic Crushing of Honeycombs—A Finite Element Study[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28(2): 161-182.
- [23] SUN D Q, ZHANG W H, WEI Y B. Mean Out-of-Plane Dynamic Plateau Stresses of Hexagonal Honeycomb Cores under Impact Loadings[J]. *Composite Structures*, 2010, 92(11): 2609-2621.