

4X 框架木箱结构内力计算方法研究

黄林峰¹, 滑广军¹, 卢富德¹, 肖楚桓¹, 黄益阳^{2*}

(1.湖南工业大学, 湖南 株洲 412007; 2.深圳市冠为科技股份有限公司, 广东 深圳 518110)

摘要: **目的** 以重型包装运输用木质框架结构为研究对象, 解决木质框架结构内力求解困难的问题。**方法** 利用解析法, 以 4X 框架结构为例, 分别以经验简化静定桁架与无简化超静定桁架进行求解; 基于 ANSYS 软件建立经验简化静定桁架、无简化超静定桁架、梁模型、梁杆组合模型及实体模型, 并进行对比分析。**结果** 有限元求解结果与解析法结果具有高度的一致性; 经验简化静定桁架的最大轴力超过无简化超静定桁架的最大轴力 15%; 梁模型、梁杆组合模型及实体模型的计算结果与无简化超静定桁架的计算结果一致。**结论** 经验法对框架结构的简化往往会导致比较大的误差, 可能导致过包装设计或欠包装设计。梁杆组合模型和实体模型建模过程比较复杂, 选用梁单元对木箱用框架结构进行数值计算分析, 不仅计算精度高, 分析处理快捷, 而且对复杂工况具有较好的适应性。

关键词: 重型包装; 框架木箱; 力法; 超静定结构; 数值仿真分析

中图分类号: TB485.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2023)17-0167-07

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2023.17.020

Internal Force Calculation Method of Wooden Box Structure with 4X Frame

HUANG Lin-feng¹, HUA Guang-jun¹, LU Fu-de¹, XIAO Chu-huan¹, HUANG Yi-yang^{2*}

(1. Hunan University of Technology, Hunan Zhuzhou 412007, China; 2. Shenzhen Glareway Technology Co., Ltd., Guangdong Shenzhen 518110, China)

ABSTRACT: The work aims to propose a solution method of the internal force of the wooden frame structure by taking the wooden frame structure for heavy-duty packaging and transportation as the research object. With 4X frame structure as an example, the empirical simplified statically determinate truss and non-simplified statically indeterminate truss were theoretically solved by analytical method. Based on ANSYS software, empirical simplified statically determinate truss, non-simplified statically indeterminate truss, beam model, beam and rod combination model and solid model were established respectively, and comparative analysis was carried out. The results of finite element analysis were highly consistent with those of analytical method. The maximum axial force of empirically simplified statically determinate truss exceeded the maximum axial force of non-simplified statically indeterminate truss by 15%. The calculation results of beam model, beam and rod combination model and solid model were highly consistent with those of the non-simplified statically indeterminate truss. The simplification of frame structure by empirical method often leads to large errors, resulting in over packaging design or under packaging design. The modeling process of beam and rod combination model and solid model is relatively complex. The beam element is selected for numerical calculation and analysis of the frame structure for wooden box, which not only has high calculation accuracy and fast analysis processing, but also has good adaptability to

收稿日期: 2023-03-11

基金项目: 湖南省教育厅重点科研项目 (21A0353, 22A0397); 湖南省自然科学基金 (2022JJ30223); 湖南省高等学校教学改革研究 (HNJG-2021-0123, HNJG-2021-0704); 国家级大学生创新创业训练计划项目 (202111535014)

complex working conditions.

KEY WORDS: heavy-duty packaging; framed wooden box; force method; statically indeterminate structure; numerical simulation analysis

重型装备质量及尺寸规格大,对包装储运装置的强度有较高的要求。目前,木箱仍然是重型装备储运的主要形式之一,框架结构是重型木箱的主承载结构,由国家及国际标准指导设计^[1]。由于重型装备结构复杂,重型木箱承载条件恶劣,按照标准设计的木箱结构还需进行验算^[2]。重型木箱框架结构尺寸规格大,对实验设备要求高,实验需要将框架和内装物加工出来才能实施,实验成本较高,目前验算的方法主要有解析法和有限元法^[3]。木质框架结构一般为超静定结构,采取解析法计算比较复杂,因此探究高效的数值模拟分析方法,对超静定木质框架结构的优化设计具有重要意义。

在重型包装结构的数值模拟分析方面,蔡丽娜等^[4]利用 ANSYS 软件建立了框架木箱的有限元模型,并进行了静载、堆码、叉取、跌落等工况的分析。王海飞等^[5]建立了异性截面木塑复合材料托盘的数值模型,并进行了多工况的模拟分析,数值分析结果与实验测试结果具有高度的一致性。石军键等^[6]对非标设计的钢木组合箱进行了数值建模分析,基于多工况对钢木组合箱进行了优化。沈仙法等^[7]基于 ANSYS 软件对木箱的枕木和纵梁构件进行了轻量化设计。邱鹏飞等^[8]采用有限元软件分析了包装箱底座的承载能力,基于结构整体应力分布及变形,对结构进行了改进设计。卫佩行等^[9]利用 ANSYS 软件研究了汽轮机产品用木框架包装箱的力学性能,为改进框架式包装箱提供了依据。在对框架结构的解析法分析方面,彭国勋等^[10]将 4X 框架结构简化为桁架,并将其中的 8 根杆作为零力杆来处理,获得了静定的桁架结构,并采取解析方法获得了各杆的内力。郭长城^[11]将 1X 框架作为超静定桁架结构进行解析求解,分析表明,1X 框架中没有零

力杆。隋允康等^[12]以超静定桁架为研究背景,利用其结构特性提高了自适应结构的承载能力。边文凤等^[13]提出了微分解析法以求解高次超静定桁架的变形协调方程问题。吴晓^[14]采用构造拉格朗日函数法研究了超静定工程结构的内力求解,结合算例分析表明,该方法通用性强,且无须补充变形协调方程。

为准确把握木质框架结构的承载状态,本文以框架木箱中使用的 4X 框架结构为例,采取解析法,分别以简化静定桁架结构、无简化超静定桁架结构为对象进行理论求解。基于 ANSYS 仿真平台,分别建立简化静定桁架结构模型、无简化超静定桁架模型、无简化梁模型、梁杆组合模型、实体模型。对解析结果与数值计算结果进行对比分析,给出木质框架结构内力分析方法的建议,为复杂超静定木质框架结构准确、高效的设计提供支撑。

1 木箱用框架结构特点

包装用框架木箱的侧面通常由框架和箱板组成,如图 1 所示。框架由上框木、下框木、立柱和斜撑等构件组成,一般采用钢钉或螺栓连接,典型的框架结构形式主要有:无斜撑结构、N、X、K、HK、XX、KK、KKK 形框架等^[1]。框架结构的承载状态与框架的结构形式、载荷形式有关。以图 2 所示的 4X 框架为例,当两端起吊,底部 3 个节点承受载荷时,立柱、斜撑、上框木、下框木承受的载荷都是沿着构件轴线方向,可以简化为桁架结构。更普遍的工况是产品的重量通过枕木作用在滑木和下框木组成的组合梁上,如果枕木没有布置在立柱与下框木连接部位,或起吊点不在构件的连接节点上,则组合梁会承受垂直轴向的

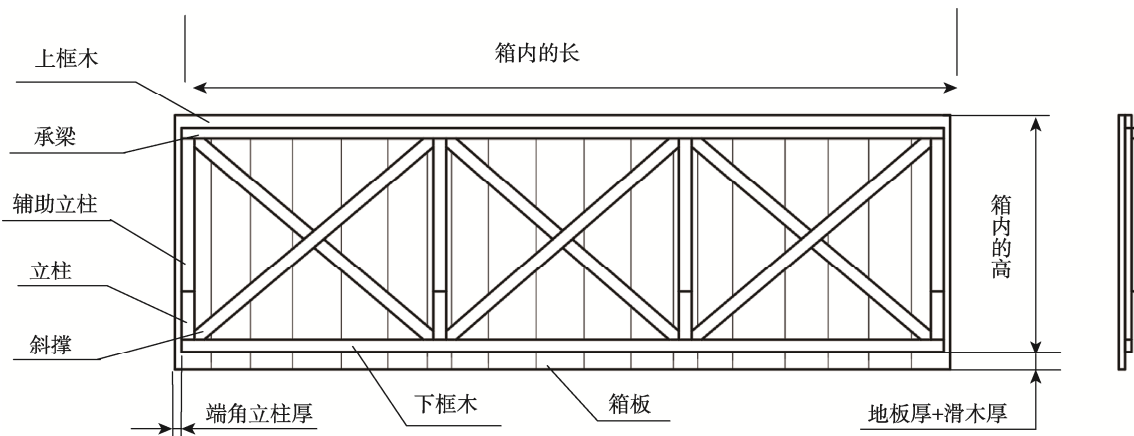


图 1 侧面框架结构
Fig.1 Side frame structure

载荷, 此时不能用杆件来近似。因此, 该 4X 框架只有在特殊承载条件下才能简化为桁架结构, 而更普遍的情况则应该用梁构件进行表征。对木箱结构进行工程分析, 虽然可以选用实体单元对结构的承载状态进行表征, 但重型包装用的木质框架并非精加工结构, 各构件之间的接触状态难以准确模拟。下面分别基于解析法和不同类型的数值模拟方法进行对比分析, 为包装用框架结构准确、高效的分析方法的选择提供依据。

2 木质框架结构内力的解析解

对于静定桁架, 一般采取节点法或截面法求解各杆内力。对于超静定桁架, 一般采取力法或位移法求解, 这 2 种方法的求解思路都是将未知超静定结构问题转换成已知的静定结构问题, 转换的桥梁是基本体系, 转换的条件是基本方程, 要解决的关键问题是求解基本未知量^[11]。其中, 力法是以多余未知力为基本未知量、一般用静定结构作为基本结构, 基于变形协调条件建立基本方程, 最后求解超静定结构内力^[15]。

2.1 经验简化桁架模型解析法

对于复杂桁架结构, 一般根据经验确定零力杆, 去掉零力杆后得到静定结构, 然后利用节点法或截面法进行求解。对于图 2 所示 4X 木质框架, 若各杆截面积均为 A 、框架高度为 H 、各横跨间距为 B 、外载荷为 P 、木材弹性模量为 E 、泊松比 μ , 计算各杆轴向力 F_a 。按照文献^[10], 将该 4X 结构中的 8 根杆作为零力杆处理, 去掉零力杆的结构如图 3 所示。其中, A 点与 B 点的支反力为 $1.5P$, 方向向上。利用力平衡方程从 A 点开始, 按照方程组 (1) 可逐点求解图 3 各杆轴力。

$$\sum F_X = 0, \sum F_Y = 0 \quad (1)$$

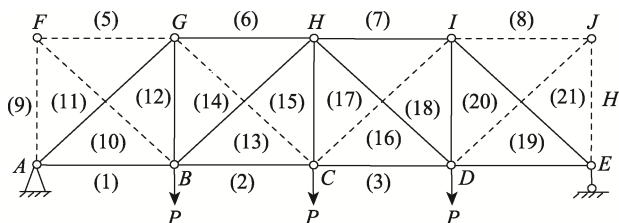


图 2 4X 平面桁架
Fig.2 4X plane truss

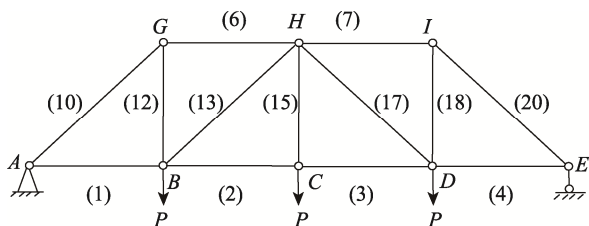


图 3 去除零力杆后的 4X 平面桁架
Fig.3 4X plane truss after removal of zero rod

2.2 无简化桁架模型解析法

对于图 2 框架结构, 根据文献^[11]可知, 此类型的桁架结构属于超静定结构, 可以按照力法建立变形协调方程进行求解。

用力法求解超静定结构时, 首先要确定超静定次数。切断超静定结构的一根桁架杆会暴露出一个静不定力, 相当于去掉一个多余联系。图 2 所示结构切断杆 FG 、杆 GH 、杆 HI 、杆 IJ 后化为静定体系, 见图 4, 则原结构的超静定次数等于 4。

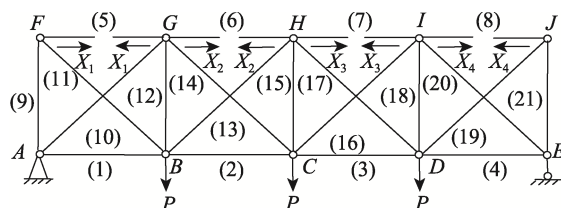


图 4 4X 框架基本结构
Fig.4 Basic structure of 4X frame

取基本结构如图 4 所示。有 4 个变形条件:

$$\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 0, \Delta_3 = 0, \Delta_4 = 0 \quad (2)$$

其展开式为:

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \delta_{14}X_4 + \Delta_{1P} &= 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \delta_{24}X_4 + \Delta_{2P} &= 0 \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \delta_{34}X_4 + \Delta_{3P} &= 0 \\ \delta_{41}X_1 + \delta_{42}X_2 + \delta_{43}X_3 + \delta_{44}X_4 + \Delta_{4P} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式 (6) 分别表示基本结构的 5 杆、6 杆、7 杆、8 杆截面两侧截面无相对位移。基本结构的位移是由杆件轴向变形引起的, 则典型方程中的系数和常数项按式 (4) 计算。

$$\begin{aligned} \delta_{ij} &= \sum \bar{N}_i \frac{\bar{N}_j l}{EA} \\ \Delta_{iP} &= \sum \bar{N}_i \frac{N_P l}{EA} \end{aligned} \quad (4)$$

式中: δ_{ij} 为基本结构在 $X_j = 1$ 作用下, X_i 作用点产生沿 X_i 方向的位移; Δ_{iP} 为基本结构在荷载作用下, X_i 作用点产生的沿 X_i 方向的位移; Δ_i 为原结构沿 X_i 方向的实际位移; $\bar{N}_i$ 为基本结构沿所求位移方向的虚拟单位力产生的轴力; N_P 为基本结构由于荷载作用而产生的轴力; E 为弹性模量; A 为杆的横截面积。

3 木质框架结构内力的解析法应用实例

图 2 所示的 4X 木质框架中, 各杆截面积为 0.0025 m^2 、框架高度为 1 m 、横跨间距为 1 m 、外载荷 $P=10\,000 \text{ N}$ 、木材弹性模量为 10 GPa 、泊松比为 0.3 , 计算各杆轴向力 F_a 。利用方程组 (1) 从 A 点开始, 可求解图 3 各杆件的轴力 F_a , 结果如表 1 所示, 其中杆件 2、杆件 3

表 1 框架轴力
Tab.1 Axial force of frame

N

杆件编号	经验简化桁架模型		无简化桁架模型		梁模型	梁杆组合模型	实体模型
	解析解	数值计算	解析解	数值计算	数值计算	数值计算	数值计算
1	15 000	15 000	7 860	7 859.5	7 859.3	7 850.4	8 306.2
2	20 000	20 000	16 530	16 528	16 511	16 508	16 846
3	20 000	20 000	16 530	16 528	16 511	16 508	16 846
4	15 000	15 000	7 860	7 859.5	7 859.3	7 850.4	8 306.2
5	0	0	-7 140	-7 140.5	-7 119.3	-7 130.4	-7 421.1
6	-15 000	-15 000	-18 470	-18 472	-18 425	-18 452	-18 775
7	-15 000	-15 000	-18 470	-18 472	-18 425	-18 452	-18 775
8	0	0	-7 140	-7 140.5	-7 119.3	-7 130.4	-7 421.1
9	0	0	-7 140	-7 140.5	-7 120.4	-7 137.6	-7 420.5
10	-21 210	-21 213	-11 110	-11 115	-10 928	-11 102	-11 230
11	0	0	10 090	10 098	9 903.5	10 084	9 101.3
12	15 000	15 000	4 390	4 387.4	4 332.2	4 381.3	4 505.7
13	-7 070	-7 071.1	-2 160	-2 160.8	-2 139.7	-2 159.1	-2 229.5
14	0	0	4 910	4 910.8	4 881.5	4 909.2	4 156.1
15	10 000	10 000	3 060	3 055.8	3 064.4	3 063.4	3 030
16	0	0	4 910	4 910.8	4 881.5	4 909.2	4 155.8
17	-7 070	-7 071.1	-2 160	-2 160.8	-2 139.7	-2 159.1	-2 229.5
18	15 000	15 000	4 390	4 387.4	4 332.2	4 381.3	4 505.8
19	0	0	10 090	10 098	9 903.5	10 084	9 102.8
20	-21 210	-21 213	-11 110	-11 115	-10 928	-11 102	-11 231
21	0	0	-7 140	-7 140.5	-7 120.4	-7 137.6	-7 420.5

承受的最大拉力为 20 000 N，杆件 10、杆件 20 承受最大压力为 21 210 N。按照超静定桁架结构内力求解方法，可得该 4X 框架无简化桁架模型的解析解。无简化桁架模型的解析解表明，该 4X 框架结构没有零力杆，杆 2、杆 3 承受的最大拉力为 16 530 N，杆 6、杆 7 承受的最大压力为 18 470 N。

4 木质框架结构内力的有限元分析

从木质框架结构特征来分析，在实际工程应用时，图 2 所示结构的上部 4 个构件和下部 4 个构件往往选择一根整体材料，承载点一般也不在立柱与下框木连结部位，因此图 2 所示桁架是木质框架结构的简化特例，简化往往会导致较大的误差（表 1 的解析解已经表明）。本研究基于 ANSYS 仿真平台，分别建立了图 3 所示的经验简化静定桁架模型、图 2 所示的无简化超静定桁架模型、无简化梁模型、梁杆组合模型和实体模型，并对各构件的内力进行了对比分析。

4.1 经验简化桁架模型解析法

在 ANSYS 的 Mechanical APDL 工作环境，选择 Link180 单元，定义杆截面为 0.002 5 m²，定义材料属性 $E=10$ GPa，泊松比为 0.3。先输入坐标定义节点，再通过节点创建单元，建立图 3 所示桁架的有限元模型，并在 B、C、D 点施加载荷，在 A、E 点施加约束，创建完毕的有限元模型如图 5 所示。执行求解后，轴力如图 6 所示，其中底部 4 根杆和 3 根立柱承受拉力，顶部 2 根杆和 4 根斜撑承受压力。定义单元表（Element Table）各单元轴向力，提取单元表数据得到各杆轴力，如表 1 所示。

4.2 无简化桁架模型数值分析

按照图 2 在 ANSYS 的 Mechanical APDL 工作环境构建无简化桁架结构有限元模型，单元选择、材料定义、杆单元节点定义、载荷及约束施加方法与 4.1

节相同。执行求解后, 轴力图如图 7 所示, 其中底部 4 根杆和中间 3 根立柱承受拉力, 顶部 4 根杆和两端立柱承受压力, 各杆的轴力如表 1 所示。由表 1 中无简化桁架模型计算结果可知, 解析解与数值解一致, 图 2 中的框架结构中并没有真正的零力杆。

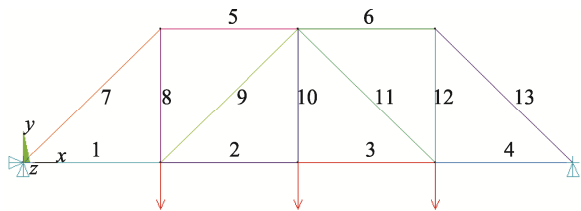


图 5 经验简化桁架模型
Fig.5 Empirical simplified truss model

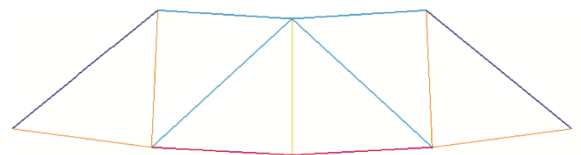


图 6 经验简化桁架模型轴力
Fig.6 Axial force of empirical
simplified truss model

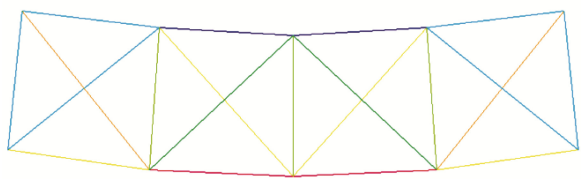


图 7 无简化桁架模型轴力
Fig.7 Axial force under condition without
simplified truss model

4.3 无简化梁模型数值分析

对于图 2 所示的 4X 框架结构, 当非节点部位承受横向载荷时, 下部结构用杆结构进行简化则会造成较大的误差, 因此考虑基于梁模型描述 4X 框架的承载状态。在 ANSYS 的 Mechanical APDL 工作环境下, 单元选择 Beam188 单元, 梁截面定义为面积为 0.0025 m^2 的正方形。材料定义、梁单元节点定义、载荷及约束施加方法与 4.1 节相同。建模过程仍然采取直接建模法, 先建节点, 再建单元, 计算结果如图 8 所示,

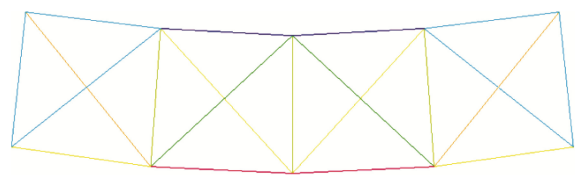


图 8 无简化梁模型轴力
Fig.8 Axial force under condition without
simplified beam model

无简化梁模型计算各构件的承载状态与无简化桁架模型的相同。具体各构件的承载力如表 1 所示, 因此, 对于图 2 的特殊工况条件, 采取梁模型的分析结果与采取杆模型的分析结果高度一致。当底部构件在非连接点部位承受非轴向载荷时, 采用梁模型进行分析更加方便。

4.4 桁架和梁组合模型有限元分析

当图 2 所示的 4X 框架结构用于框架木箱时, 用梁模拟上框木和下框木更有普遍性。在使用过程中, 斜撑和立柱很少受到非轴向载荷, 因此用杆进行模拟是合理的。综合考虑用梁杆混合模型对图 2 的 4X 木质框架结构进行模拟, 对上部 4 个构件和下部 4 个构件采用梁单元建模, 对斜撑和立柱采用杆单元建模, 形成组合结构模型。建模过程、材料特性、构件截面参数、载荷及约束与 4.1 节及 4.2 节相同。计算结果如图 9 所示, 各构件的承载状态与无简化梁模型相同, 轴力数值相差仅在 1.6% 以内。具体各构件的承载力如表 1 所示。

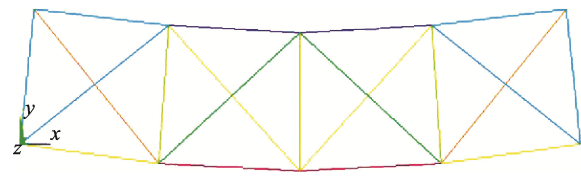


图 9 梁与杆组合模型轴力
Fig.9 Axial force of beam and
rod combination model

4.5 实体模型有限元分析

对图 2 所示的木制框架结构在 ANSYS Workbench 工作环境中用实体单元构建有限元模型, 与之前的模型进行对比和分析。先在三维设计软件绘制 $0.05\text{ m} \times 0.05\text{ m}$ 的矩形横截面框架木箱侧面结构实体模型, 将其导入 Workbench 中生成有限元模型。材料定义与 4.1 节相同, 构件之间的接触类型定义为 Bonded。选择下框木左部底边棱, 施加 x 、 y 、 z 3 个方向的平动约束; 选择下框木右部底边棱, 施加 y 、 z 2 个方向的平动约束, 提取第一主应力以及各构件内力。执行求解后, 应力如图 10 所示。在受约束部位出现应力奇异现象, 该处的应力值过大且不收敛。

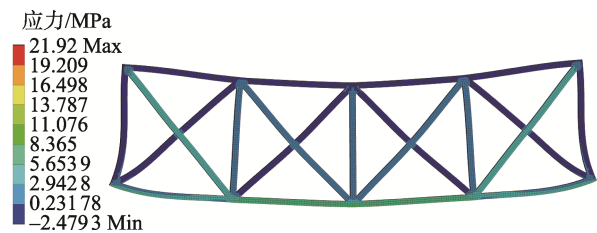


图 10 实体模型应力
Fig.10 Stress of solid model

根据圣维南原理可知,在离约束端稍远处的模型内部的应力值依旧是准确的。由表 1 可见,各构件的受力状况与图 7、图 8、图 9 基本一致,但相比于杆单元、梁单元和混合单元,实体单元模型的仿真结果与解析解差距较大。其中 14 号杆的仿真结果与解析解相差约 15%。

5 结 语

以 4X 型木质框架为例,分别采取解析法及 5 种有限元模型进行分析,计算了各构件的承载力。通过分析得到以下结论:

1) 对于经验简化桁架模型,采取解析法的计算结果与有限元法的计算结果具有高度的一致性,但经验简化桁架模型的最大轴力比无简化桁架模型中的最大轴力大 15%左右,因此经验简化会放大结构的承载状态,对框架木箱的设计不利。

2) 无简化桁架模型、无简化梁模型、梁杆混合模型及实体模型计算结果表明,框架木箱使用的 4X 型框架结构中没有零力杆,采取经验法常常会出现误判的现象。有限元数值分析方法能够避免经验判定造成的误差,同时避免了采用解析法求解超静定结构的大量人工计算。

3) 梁模型的计算结果与桁架模型的计算结果一致,误差小于 1%。桁架模型只能分析节点受轴向载荷的特殊工况,而梁模型能够分析更普遍的工况,也能够避免经验法造成的误判。因此对于重型包装中的木质框架结构,采用梁模型进行数值模拟分析,是一种高效、精确、适应性好的分析方法。

4) 实体模型、梁杆混合模型的计算结果与超静定桁架模型、梁模型的计算结果具有高度的一致性,误差小于 1.6%。梁杆混合模型的建模较复杂,需要对不同单元的节点进行耦合处理。实体单元建模过程中各构件之间的接触类型较难确定。本文采用的 Bonded 接触不允许接触面之间存在法向分离和切向滑移,接触刚度大,用它来模拟木框架构件之间的接触状态会产生一定的误差,且计算时容易在几何约束部位与载荷施加部位产生应力奇异,影响对结构承载状态的准确评价,分析效率低。

5) 综合分析认为,基于 ANSYS 协同仿真平台,选用梁单元对木箱用框架结构进行数值计算分析,不仅计算精度高,分析处理快捷,同时对复杂工况具有较好的适应性。

参考文献:

[1] GB/T 7284—2016, 框架木箱[S].

GB/T 7284—2016, Wooden Framed Case[S].

[2] 彭国勋. 机电产品木包装系统设计[M]. 北京: 印刷工业出版社, 2014: 282-283.

PENG Guo-xun. Wood Packing System Design with Mechatronics Products[M]. Beijing: Printing Industry Press, 2014: 282-283.

[3] 滑广军, 易颖茵, 肖建, 等. 基于 Ansys 的重型包装钢架箱工程轻量化设计[J]. 包装工程, 2022, 43(3): 183-188.

HUA Guang-jun, YI Ying-yin, XIAO Jian, et al. Engineering Lightweight Design of Steel Frame Box for Heavy-Duty Packaging Based on Ansys[J]. Packaging Engineering, 2022, 43(3): 183-188.

[4] 蔡丽娜, 王玉龙, 徐洁, 等. 框架木箱有限元受力分析[J]. 包装工程, 2010, 31(17): 13-15.

CAI Li-na, WANG Yu-long, XU Jie, et al. Finite Element Analysis to Stress of Wooden Framed Box[J]. Packaging Engineering, 2010, 31(17): 13-15.

[5] 王海飞, 滑广军, 郭亚飞, 等. 异形截面木塑复合材料托盘的数值模拟与实验对比分析[J]. 包装学报, 2019, 11(2): 8-13.

WANG Hai-fei, HUA Guang-jun, GUO Ya-fei, et al. Numerical Simulation and Experimental Analysis of Wood Plastic Composite Pallet with Irregular Section[J]. Packaging Journal, 2019, 11(2): 8-13.

[6] 石军键, 李光. 不同工况下钢架木箱有限元分析及优化设计[J]. 包装与食品机械, 2016, 34(2): 37-40.

SHI Jun-jian, LI Guang. Finite Element Analysis and Optimization Design on Steel Frame Wooden Cases under Different Working Conditions[J]. Packaging and Food Machinery, 2016, 34(2): 37-40.

[7] 沈仙法, 崔小龙. 基于 Ansys Workbench 的机电产品木质包装箱的结构优化[J]. 包装工程, 2020, 41(13): 104-110.

SHEN Xian-fa, CUI Xiao-long. Structural Optimization of Wood Packaging Boxes for Mechanical and Electrical Products Based on Ansys Workbench[J]. Packaging Engineering, 2020, 41(13): 104-110.

[8] 邱鹏飞, 王泉中, 蒋身学. 基于 ansys 的大型机电产品包装箱底架有限元分析[J]. 木材加工机械, 2014, 25(1): 45-48.

QIU Peng-fei, WANG Quan-zhong, JIANG Shen-xue. Finite Element Analysis of Packing Based on ANSYS of Large Electromechanical Products[J]. Wood Processing Machinery, 2014, 25(1): 45-48.

- [9] 卫佩行, 饶鑫, 王泉中, 等. 基于 ANSYS 的机电产品框架型包装箱有限元分析[J]. 木材加工机械, 2014, 25(4): 9-12.
- WEI Pei-xing, RAO Xin, WANG Quan-zhong, et al. Finite Analysis of the Electromechanical Packing Container by Ansys Software[J]. Wood Processing Machinery, 2014, 25(4): 9-12.
- [10] 彭国勋. 物流运输包装设计[M]. 2 版. 北京: 印刷工业出版社, 2012: 194-198.
- PENG Guo-xun. Logistics Transportation Packaging Design[M]. 2nd ed. Printing Industry Press, 2012: 194-198.
- [11] 郭长城. 结构力学[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2000: 163-164.
- GUO Chang-cheng. Structural Mechanics[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2000: 163-164.
- [12] 隋允康, 邵建义. 自适应超静定桁架结构强度控制的研究[J]. 固体力学学报, 2001, 22(2): 136-142.
- SUI Yun-kang, SHAO Jian-yi. Research on Strength Control for Adaptive Structure of Statically Indeterminate Truss[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2001, 22(2): 136-142.
- [13] 边文凤, 董正筑. 超静定桁架变形协调方程的新方法[J]. 计算力学学报, 2002, 19(2): 250-252.
- BIAN Wen-feng, DONG Zheng-zhu. A New Method for Problem of Hyperstatic Truss[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2002, 19(2): 250-252.
- [14] 吴晓. 求解工程中静不定结构内力的通用方法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2016, 47(1): 262-272.
- WU Xiao. A General Method of Solutions for Engineering Statically Indeterminate Structure Force[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2016, 47(1): 262-272.
- [15] 刘鸿文. 材料力学II[M]. 高等教育出版社, 2017: 129-132.
- LIU Hong-wen. Mechanics of Materials II[M]. Higher Education Press, 2017: 129-132.

责任编辑: 曾钰婵