

多人拣选系统拥堵的马尔科夫建模与仿真研究

尚娇, 周丽, 路雪鹏, 李亚坤
(北京物资学院 信息学院, 北京 101149)

摘要: **目的** 为了降低拣选系统拥堵率提高应急物资的运输效率, 文中提出一种基于马尔科夫的多人拥堵模型。**方法** 分别构建窄通道货位单件拣选和货位多件拣选情况下的马尔科夫状态转移矩阵, 求解平稳分布, 获得拣选概率与拥堵率的函数关系式, 并通过仿真分析不同因素变化对拥堵率的影响。**结果** 研究发现在货位单件拣选情况下, 拣选概率取值为 0.3 左右时, 系统拥堵率达到峰值, 之后随拣选概率的增大而减小; 在货位多件拣选情况下, 拣选概率与系统拥堵率呈正相关, 系统拥堵率随着拣选概率的增加而增加。**结论** 在实际拣选作业中, 为了降低系统拥堵率, 货位单件拣选应尽量避免拣选概率在 0.3 左右; 货位多件拣选应尽量降低拣选概率。

关键词: 应急物流; 窄通道; 拥堵率; 马尔科夫

中图分类号: O29 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2023)01-0111-12

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2023.01.013

Markov Modeling and Simulation of Congestion in Multi-person Picking System

SHANG Jiao, ZHOU Li, LU Xue-peng, LI Ya-kun

(School of Information, Beijing Wuzi University, Beijing 101149, China)

ABSTRACT: The work aims to propose a multi-person congestion model based on Markov, in order to reduce the congestion rate of the picking system and improve the transportation efficiency of emergency materials. The Markov state transition matrices of single picking in cargo slot and multiple picking in cargo slot in narrow channel were constructed to solve the stationary distribution, and obtain the functional relationship between the picking probability and the congestion rate. The effect of different factors on the congestion rate was analyzed by simulation. Under single picking in cargo slot, the system congestion rate reached its peak at the picking probability of about 0.3, and then decreased with the increase of the picking probability. Under multiple picking in cargo slot, the picking probability was positively correlated with the system congestion rate, and the system congestion rate increased with the increasing picking probability. Therefore, in the actual picking operation, in order to reduce the system congestion rate, the picking probability of about 0.3 should be avoided under single picking in cargo slot and under multiple picking, the picking probability should be reduced as much as possible.

KEY WORDS: emergency logistics; narrow channel; congestion rate; Markov

2020 年全国爆发新冠肺炎疫情, 医疗用品成了各地的急需物资, 2021 年河南发生洪涝灾害, 河南人民在全国求助应急抢险物品。如何更高效地应对自

然灾害, 提高应急物资的运输水平成了文中研究的主要问题。Wu 等^[1]针对未来应急物流保障需求, 研究了系统工程方法和智能技术在应急物流领域的演变

收稿日期: 2022-03-07

基金项目: 北京社会科学基金重点项目 (18GLA009)

作者简介: 尚娇 (1997—), 女, 硕士生, 主攻智能物流系统。

通信作者: 周丽 (1978—), 女, 博士, 教授, 主要研究方向为智能物流系统。

趋势和应用重点,分析了各种系统工程方法和关键技术在物流建模、仿真、分析、预测、评价、决策、管理、控制和规划设计,为实现应急物流跨越式发展提供了系统的工程基础和技术解决方案。Sun 等^[2]提出了一个双目标鲁棒优化模型,考虑了各种需求的不确定性,包括伤亡人数、救援物资数量和运输时间等因素,以确定由伤亡群、临时设施和综合医院组成的三级救援链中的设施位置、应急资源配置和伤亡运输计划。Wang 等^[3]对如何确定最优的应急设施数量及其最佳位置的问题进行了全面的综述,建模为一个离散的基于覆盖范围的应急设施选址问题,还讨论了基于覆盖模型的常用求解方法和未来的研究方向。Liu 等^[4]基于已定义的 PLPR 的乘性一致性,开发了一种一致性改进算法,在此基础上建立 DEA 模型,从可接受的乘性一致性 PLPR 中推导出备选方案的优先权向量,并通过应急物流配送选择的算例验证了该方法的有效性和适用性。

对于仓库内机器人的拥堵问题,很多学者通过路径规划来尽量避免拥堵的产生,在求解此类路径优化问题时,目前最多使用的算法为 A*算法,该算法对避免拣选系统的拥堵情况有较明显的效果^[5-9]。陈少华等^[10]鉴于仓储拣选拥堵问题的重要性和多发性,对仓储拣选作业过程中影响拣选拥堵率的布局、拣选策略、储位指派、路径策略的国内外相关研究和解决方案进行了讨论和综述。Torsten 等^[11]研究了不同存储策略和拣选路径组合下的拣选机器人拥堵问题,设计了一个基于智能体的模拟模型(ABS)用于矩形仓库中的订单拣选,研究拣选机器人的行为以及他们与环境的相互作用,并对其拣选顺序选择过程的影响进行了评估,得出最优的存储策略和拣选机器人数量。Isravel 等^[12]提出了一种基于中心性的 Q 学习路由交通工程方法,用于拥堵检测和优化交通路由,并在不同的网络场景下,对不同的流量路径进行了仿真。结果表明,该方法在路径长度、时延、链路利用率、吞吐量和计算时间等方面优于现有方法。Aimtongkham 等^[13]提出了一种新的最小化拥堵的拣选方法,利用多级模糊逻辑来指定队列控制的最优通知级别。对拥堵发生时的提醒进行了调整,使模块更加灵活,提高了路由发现效率。

文中运用马尔科夫的无记忆性来计算多机器人拥堵模型,而马尔科夫性在仓库布局和拥堵率的计算方面也有一些研究。Nalivajevs 等^[14]给出了一个新的伪随机实例生成器,它反映了仓库订单提取和发布新的基准测试床。还使用条件马尔科夫链搜索框架自动生成新的 GTSP 元启发式训练,专门用于仓库订单提取。Wang 等^[15]使用带 TOA 和卡尔曼滤波器的超宽带开发板来计算定位结果在出现非视距误差时存在局限性,提出了基于马尔科夫链和手指匹配的 2 种方法,证明了这 2 种方法很好地解决了非视距误差问

题。Roy 等^[16]提出了一种基于嵌入式马尔科夫链的分析方法,用于估计半开放排队网络中从负荷依赖站出发的间隔时间的第一和第二矩。Zhou 等^[17]用离散马尔科夫方法研究了具有传统布局、S 型拣选路径和分类存储策略的窄通道双拣选系统的拣选拥堵问题。研究了拣选面的拣货数量对拥堵率的影响,对比了拣选者的行走速度与拣货速度相同和相差较大时的拥堵率。Zhou 等^[18]研究了宽通道拣货系统的影响因素,发现拣货密度和拣货面的个数对拣货时间比有影响,构造了拣选和行走速度一对一比条件下的离散马尔科夫状态转移概率矩阵,分析了拣选时间比、拣选密度与拣选面的个数之间的关系。研究结果可为拣货策略选择提供参考,代表了随机过程在物流作业系统应用研究的理论基础。

1 拥堵的产生

窄通道拣选系统具有节省仓库面积,提高空间利用率的优点,但是在实际拣选作业中,企业为了提高顾客的响应速度,同一时间拣选系统中通常会有多个拣选者工作,因此容易发生拣选拥堵的情况。窄通道背景下的拥堵包括 2 种,如图 1 所示,仓库通道后方拣选者不能通过前方拣选者或与前方拣选者并行。

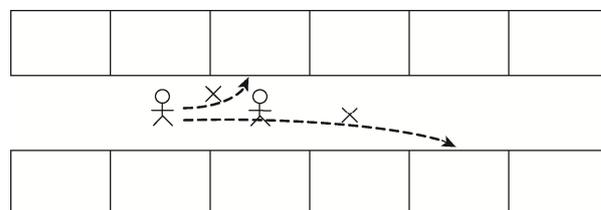


图 1 拥堵示意图

Fig.1 Congestion diagram

拥堵现象会延长后方拣选者的作业时间,降低仓库拣选效率,而拣选作业作为供应链上的关键环节,会影响到整个供应链的时效性。为了降低拣选拥堵率,提高拣选作业效率,有必要对拣选系统拥堵率进行建模研究。

2 模型假设、符号说明与状态描述

2.1 模型假设

由于现实仓库布局具有多样性,为了方便理论研究,做如下假设。

1) 假设每列货架为一个拣选单元,拣选者在同一拣选单元各层进行拣货作业的时间相同。

2) 在实际拣选作业中,同一通道两侧的拣选单元拣选距离相同,故假设每个货位包括 2 个分别位于通道两侧的拣选单元,仓库所有货架由 n 个货位组成。

3) 假设所有货物按照随机存储的原则存储, 每个货位的拣选概率相同。

4) 假设仓库中同时存在多个拣选者, 所有拣选者的拣选时间相同, 行走时间相同, 并且拣选时间与行走时间的比例为 1:1。拣选时间指拣选者拣选一件货物所需的时间, 行走时间指拣选者通过一个货位所需的时间。

5) 文中以窄通道为背景研究三人拥堵问题, 所以在同一时刻下, 每条通道仅允许一个拣选者通过。所有拣选者遵循 S 型路径进行拣选 (见图 2), 并且拣选方向不可改变, 第 $k-1$ 位拣选者永远位于第 k 位拣选者的前方。

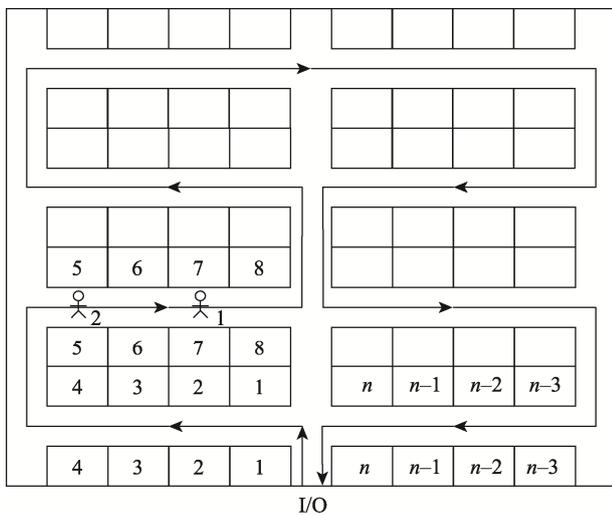


图 2 传统布局下 S 型拣选路径示意图
Fig.2 S-shaped picking path diagram in traditional layout

6) 将仓库布局按照拣选方向抽象为环形拣选系统, 该环形拣选系统按照顺时针顺序进行拣选, P 表示该拣选者处于拣选状态, W 表示该拣选者处于行走状态。当其中 2 位拣选者位于相邻的货位, 并且位于拣选方向前方的拣选者处于拣选状态 P , 位于拣选方向后方的拣选者处于行走状态 W 时, 仓库发生拥堵。

2.2 符号说明

为了方便构建多人拣选系统拥堵模型, 做出以下符号说明: n 为货位总数量; k 为拣选者数量; x_1 为第 1 位拣选者与第 2 位拣选者之间的相对距离; x_2 为第 2 位拣选者与第 3 位拣选者之间的相对距离; x_3 为第 3 位拣选者与第 1 位拣选者之间的相对距离; y_i 为第 i 位拣选者所处的状态; z_i 为第 i 位拣选者所处的位置; P 为拣选者处于拣选状态; W 为拣选者处于行走状态; p 为货位被拣选的概率; q 为货位不被拣选的概率。

上述符号有以下约束条件:

$$\begin{aligned}
 n &\geq 4 \\
 x_1 &= (n + z_1 - z_2) \bmod n \\
 x_2 &= (n + z_2 - z_3) \bmod n \\
 x_3 &= (n + z_3 - z_1) \bmod n \\
 \sum_{k=1}^3 x_k &= n \\
 p &= 1 - q
 \end{aligned}$$

2.3 状态描述

文中研究窄通道布局下拣选者的拥堵问题, 拣选者依次通过通道, 当且仅当 2 名拣选者的相对距离为“1”时, 该时刻才有出现拥堵的可能性。故不考虑拣选者在仓库中的绝对位置, 即拣选者此刻位于第几货位, 用拣选者之间的相对位置和拣选者本身的状态 $(x_1, x_2, x_3)_{y_1, y_2, y_3}$ 描述仓库的状态。

如图 3a, 3 名拣选者位于绝对位置 $[10, 9, 4]$, 拣选者 1 处于拣选状态 P , 拣选者 2 处于行走状态 W , 拣选者 3 处于行走状态 W , 拣选者 1 与拣选者 2 相对距离为 1, 拣选者 2 与拣选者 3 相对距离为 5, 拣选者 3 与拣选者 1 相对距离为 4, 因此图 3a 的状态描述为 $(1, 5, 4)_{PWW}$ 。由于拣选者 1 处于拣选状态 P , 在窄通道情况下, 处于行走状态 W 的拣选者 2 不能通过拣选者 1, 所以拣选者 1、2 之间发生了拥堵。

如图 3b, 3 名拣选者位于绝对位置 $[8, 7, 2]$, 拣选者 1 处于行走状态 W , 拣选者 2 处于拣选状态 P , 拣选者 3 处于行走状态 W , 拣选者 1 与拣选者 2 相对距离为 1, 拣选者 2 与拣选者 3 相对距离为 5, 拣选者 3 与拣选者 1 相对距离为 4, 因此图 3b 的状态描述为 $(1, 5, 4)_{WPP}$ 。仓库中没有拣选者之间发生拥堵。

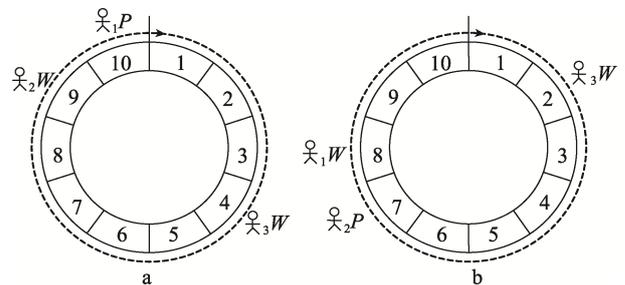


图 3 拣选者分布
Fig.3 Distribution of pickers

为了更简洁地描述马尔科夫转移矩阵, 文中对仓库状态进行了整合, 将 $(x_1, x_2, x_3)_{y_1, y_2, y_3}$ 情况下, 所有发生拥堵的仓库状态统称为 $(x_1, x_2, x_3)_{堵}$, 所有未发生拥堵的仓库状态统称为 $(x_1, x_2, x_3)_{不堵}$ 。以 $(1, 5, 6)_{y_1, y_2, y_3}$ 为例, 当仓库状态为 $(1, 5, 6)_{PWW}$ 、 $(1, 5, 6)_{PWP}$ 时, 拣选者

之间发生拥堵, 将上述 2 种状态统称为 $(1,5,6)_{堵}$; 当仓库状态为 $(1,5,6)_{WWW}$ 、 $(1,5,6)_{WPW}$ 、 $(1,5,6)_{WPP}$ 、 $(1,5,6)_{PPW}$ 、 $(1,5,6)_{WPP}$ 、 $(1,5,6)_{PPP}$ 时, 拣选者之间未发生拥堵, 将上述 6 种状态统称为 $(1,5,6)_{不堵}$ 。

当 x_1 、 x_2 、 x_3 都不为 1 时, 说明此时仓库中没有拣选者处于相邻状态, 此时仓库状态一定为 $(x_1, x_2, x_3)_{不堵}$, 为了表示方便, 文中进行了简写, 如 $(2,5,6)_{不堵}$, 简写为 $(2,5,6)$, 因此, 在含有 3 个拣选者的窄通道仓库中, 所有可能存在的仓库状态如下。

$[(1,1,n-2)_{堵}, (1,1,n-2)_{不堵}, (1,2,n-3)_{堵}, (1,2,n-3)_{不堵}, \dots, (1,n-2,1)_{堵}, (1,n-2,1)_{不堵}, (2,1,n-3)_{堵}, (2,1,n-3)_{不堵}, (2,2,n-4), \dots, (2,n-4,2), (2,n-3,1)_{堵}, (2,n-3,1)_{不堵}, \dots, (n-4,1,3)_{堵}, (n-4,1,3)_{不堵}, (n-4,2,2), (n-4,3,1)_{堵}, (n-4,3,1)_{不堵}, (n-3,1,2)_{堵}, (n-3,1,2)_{不堵}, (n-3,2,1)_{堵}, (n-3,2,1)_{不堵}, (n-2,1,1)_{堵}, (n-2,1,1)_{不堵}]$

其中, 所有 $x_i = i$ ($1 \leq i \leq n-2$) 的仓库状态归类为状态 i , 例如将 $[(1,1,n-2)_{堵}, (1,1,n-2)_{不堵}, \dots, (1,n-2,1)_{堵}, (1,n-2,1)_{不堵}]$ 归类为状态 1, 将 $[(n-2,1,1)_{堵}, (n-2,1,1)_{不堵}]$ 归类为状态 $n-2$ 。

3 构建拥堵率模型

仓库在时刻 t 的状态仅与时刻 $t-1$ 的状态有关, 不受其他历史状态的影响, 并且只影响时刻 $t+1$ 的仓库状态。正因为这种“无记忆”性, 文中考虑建立离散时间马尔科夫模型来分析状态的转移概率矩阵。

马尔科夫理论要求系统未来状态的概率仅依赖于系统的当前状态, 因此, 应用这一理论的第 1 步是确定一个状态空间, 满足此要求的描述。据 2.3 节所述, 对于含有 n 个拣选面 k 个拣选者的拣选系统, 所有可能存在的仓库状态有:

$[(1,1,\dots,n-k+1)_{堵}, (1,1,\dots,n-k+1)_{不堵}, \dots, (1,n-k+1,\dots,1)_{堵}, (1,n-k+1, \dots,1)_{不堵}, \dots, (2,1,n-k)_{堵}, (2,1, \dots,n-k)_{不堵}, (2,2, \dots,n-k-1), \dots, (2,n-k, \dots,1)_{堵}, (2,n-k, \dots,1)_{不堵}, \dots, (n-k,1,\dots,2)_{堵}, (n-k,1,\dots,2)_{不堵}, \dots, (n-k,2, \dots,1)_{堵}, (n-k,2, \dots,1)_{不堵}, (n-k+1,1, \dots,1)_{堵}, (n-k+1,1, \dots,1)_{不堵}]$

若时刻 t 仓库处于第 i 个状态, 时刻 $t-1$ 处于第 j 个状态, 则 a_{ij} 表示仓库从时刻 t 到时刻 $t-1$ 的状态转移概率, 是 Markov 链在某一时刻的一步转移概率, 简称为转移概率。记所有可能存在的仓库状态有 r 个, a_{ij} 满足:

$$a_{ij} \geq 0$$

$$\sum_{j=0}^r a_{ij} = 1$$

记 A 为仓库状态的 Markov 转移概率矩阵, 简称为转移矩阵, 有:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \dots & a_{rr} \end{bmatrix}_{r \times r}$$

一个定义在状态空间上的概率分布 Z 若满足 $ZA = Z$, 则称 Z 为该 Markov 链的平稳分布, 结合转移矩阵 A 的维数, Z 表示为: $Z = (z^1, z^2, \dots, z^r)$ 。记 b^i 为可变函数, 用来判断在所有可能存在的仓库状态中, 第 i 个状态是否为拥堵, 有:

$$b^i = \begin{cases} 1, & \text{仓库中第 } i \text{ 个状态为拥堵} \\ 0, & \text{仓库中第 } i \text{ 个状态不为拥堵} \end{cases}$$

则 k 位拣选者在仓库中进行拣选作业的平均拥堵率为:

$$D(k) = \frac{\sum_{j=1}^r z^j b^j}{k \times \sum_{j=1}^r z^j}$$

3.1 货位单件拣选

本节对拣选者为 3 人、货位 $n=10$ 传统布局下货位单件拣选的拥堵率模型进行了建立与求解。在此模型中, 拣选者在一个货位只拣一件货物, 若时刻 t 某一拣选者在某一货位开始拣选作业(即该拣选者处于拣选状态 P), 则在时刻 $t+1$ 时, 该拣选者完成此货位的拣选作业, 并将状态更改为行走状态 W 。

3.1.1 状态转移矩阵

以 $t=0$ 到 $t=1$ 为例, 分析货位单件拣选情况下, 3 名拣选者的状态转移情况。图 4 表示在 $t=0$ 时刻仓库状态为 $(1,2,7)_{堵}$, $t=1$ 时刻仓库状态转变为 $(1,1,8)_{不堵}$ 和 $(1,2,7)_{不堵}$ 。 $(1,2,7)_{堵}$ 以概率 p 表示为 $(1,2,7)_{PWP}$, 以概率 q 表示为 $(1,2,7)_{PWW}$ 。当 $t=0$ 时刻为 $(1,2,7)_{PWP}$ 状态时, $t=1$ 时刻拣选者 1 将以概率 1 行走, 拣选者 2 保持行走不变, 拣选者 3 以概率 1 行走, 即仓库状态只能转变为 $(1,2,7)_{WWW}$, 状态 $(1,2,7)_{WWW}$ 中未发生拣选者拥堵, 属于 $(1,2,7)_{不堵}$; 当 $t=0$ 时刻为 $(1,2,7)_{PWW}$ 状态时, $t=1$ 时刻拣选者 1 将以概率 1 行走, 拣选者 2 保持行走不变, 拣选者 3 以概率 p 到下一货位拣选, 以概率 q 到下一货位行走, 即仓库状态转变为 $(1,1,8)_{WPP}$ 或 $(1,1,8)_{WWW}$, 状态 $(1,1,8)_{WPP}$ 和 $(1,1,8)_{WWW}$ 中未发生拣选者拥堵, 同属于 $(1,1,8)_{不堵}$ 。

其他转态转移情况依次类推, 绘制部分马尔科夫链状态转移图见图 5。

具体状态之间的转移概率。

由上文可知, 状态 1 中包括(1,1,8)_堵、(1,1,8)_{不堵}、(1,2,7)_堵、(1,2,7)_{不堵}等具体状态, 状态 2 中包括(2,1,7)_堵、(2,1,7)_{不堵}、(2,2,6)、(2,3,5)等具体状态。将状态 1 中的各个具体状态作为横向标签, 状态 2 中的各个具体状态作为纵向标签, 两两组合计算转移概率, 构成二级矩阵 H_1 , 则矩阵 H_1 可以表示为:

$$H_1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 217_{堵} & 217_{不堵} & 226 & 235 & 244 & 253 & 262 & 271_{堵} & 271_{不堵} \end{matrix} \\ \begin{matrix} 118_{堵} \\ 118_{不堵} \\ 127_{堵} \\ 127_{不堵} \\ 136_{堵} \\ 136_{不堵} \\ 145_{堵} \\ 145_{不堵} \\ 154_{堵} \\ 154_{不堵} \\ 163_{堵} \\ 163_{不堵} \\ 172_{堵} \\ 172_{不堵} \\ 181_{堵} \\ 181_{不堵} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & h_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{2,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{4,2} & h_{4,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{6,3} & h_{6,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{8,4} & h_{8,5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{10,5} & h_{10,6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{12,6} & h_{12,7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{14,7} & 0 & h_{14,9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{16,8} & h_{16,9} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

在二级矩阵 H_1 中, $h_{1,2}$ 为状态 118_堵 到状态 217_{不堵} 转移概率。状态 118_堵 包括(1,1,8)_{PPW}、(1,1,8)_{WPW}、(1,1,8)_{PPW}、(1,1,8)_{PWP} 4 种。在状态 118 (拣选者 1 和拣选者 2 距离为 1, 拣选者 2 和拣选者 3 的距离为 1, 拣选者 3 和拣选者 1 的距离为 8 的状态) 所有情况中, 状态为(1,1,8)_{PPW}、(1,1,8)_{WPW}、(1,1,8)_{PPW}、(1,1,8)_{PWP} 的概率分别为 pq^2 、 pq^2 、 p^2q 、 p^2q 。因此在 118_堵 中, 状态(1,1,8)_{PPW} 发生的概率为:

$$\frac{pq^2}{pq^2 + pq^2 + p^2q + p^2q} = \frac{q}{2}$$

同理, 状态(1,1,8)_{WPW} 发生的概率为 $\frac{q}{2}$, 状态(1,1,8)_{PPW} 发生的概率为 $\frac{p}{2}$, 状态(1,1,8)_{PWP} 发生的概率为 $\frac{p}{2}$ 。

对状态(1,1,8)_{PPW} 进行分析, (1,1,8)_{PPW} 下一状态一定为(1,1,8)_{WWW}, 而(1,1,8)_{WWW} 属于 118_{不堵}, 因此(1,1,8)_{PPW} 到 118_{不堵} 的转移概率为 1; 对状态(1,1,8)_{WPW}

进行分析, (1,1,8)_{WPW} 下一状态一定为可能为(2,1,7)_{WWW} 或者(2,1,7)_{PWW}, 状态(2,1,7)_{WWW} 和(2,1,7)_{PWW} 都属于(2,1,7)_{不堵}, 因此(1,1,8)_{WPW} 到状态(2,1,7)_{不堵} 的转移概率为 1; 对状态(1,1,8)_{PPW} 进行分析, 可知(1,1,8)_{PPW} 到 118_{不堵} 的转移概率为 1; 同理, (1,1,8)_{PWP} 到 118_{不堵} 的转移概率也为 1。

综上所述, 118_堵 到 217_{不堵} 的转移概率为:

$$\frac{q}{2} \times 1 = \frac{q}{2}$$

$$\text{即 } h_{1,2} = \frac{q}{2}。$$

其他转移概率求解过程同上, 求得 H_1 中各元素取值见表 1。同理可求其他二级转移矩阵。

表 1 H_1 中各元素取值
Tab.1 The values of the elements in H_1

元素	值	元素	值
$h_{1,2}$	$\frac{q}{2}$	$h_{10,5}$	$\frac{pq^2}{p+q^2}$
$h_{2,2}$	$\frac{p^2q}{p^2+q^2}$	$h_{10,6}$	$\frac{p^2q}{p+q^2}$
$h_{4,2}$	$\frac{pq^2}{p+q^2}$	$h_{12,6}$	$\frac{pq^2}{p+q^2}$
$h_{4,3}$	$\frac{p^2q}{p+q^2}$	$h_{12,7}$	$\frac{p^2q}{p+q^2}$
$h_{6,3}$	$\frac{pq^2}{p+q^2}$	$h_{14,7}$	$\frac{pq^2}{p+q^2}$
$h_{6,4}$	$\frac{p^2q}{p+q^2}$	$h_{14,9}$	$\frac{p^2q}{p+q^2}$
$h_{8,4}$	$\frac{pq^2}{p+q^2}$	$h_{16,8}$	$\frac{p^2q^3}{p^2+q^2}$
$h_{8,5}$	$\frac{p^2q}{p+q^2}$	$h_{16,9}$	$\frac{pq^2(p+q^2)}{p^2+q^2}$

3.1.2 平稳分布与拥堵率

用 Z_1 表示状态转移矩阵 T_1 的平稳分布, 求解状态转移矩阵的稳态, 即求解稳态方程 $Z_1T_1=Z_1$ 中的向量 Z_1 。以货位 $n=10$ 为例, 用 Matlab 求解得出平稳分布 Z_1 为 57 维向量, 记为:

$$Z_1 = (z_1^1, z_1^2, \dots, z_1^{56}, z_1^{57})$$

3 位拣选者的平均拥堵率可表示为 $(x_1, x_2, x_3)_{堵}$, 占平稳分布中相应位置比重的三分之一, 记为 $D_1(3)$, “1”表示一个货位只拣选一件货物的情况, “3”表示仓库中有 3 名拣选者。那么, 当货位 $n=10$, 3 名拣选者在一个货位只拣选一件货物情况下的平均拥堵率为:

$$D_1(3) = \frac{z_1^2 + z_1^3 + z_1^5 + z_1^7 + z_1^9 + z_1^{11} + z_1^{13} + z_1^{15} + z_1^{17} + z_1^{24} + z_1^{26} + z_1^{32} + z_1^{34} + z_1^{39} + z_1^{41} + z_1^{45} + z_1^{47} + z_1^{50} + z_1^{52} + z_1^{54} + z_1^{56}}{3 \times \sum_{i=1}^{57} z_1^i}$$

由图 6 可知, 当货位总数量固定在 10 时, 随着拣选概率 p 的增加, 拣选者平均拥堵率 $D_1(3)$ 先增大到最大值再减小, 当拣选概率 $p = 0.26$ 时, 平均拥堵率 $D_1(3)$ 取最大值 0.024 6。

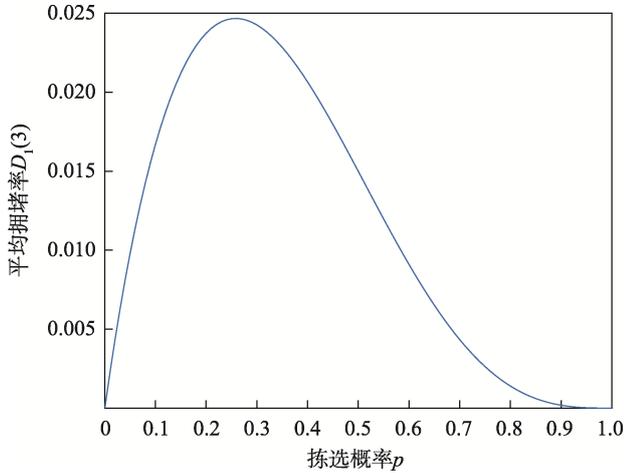


图 6 货位单件拣选情况下 p 与 $D_1(3)$ 的关系
Fig.6 Relationship between p and $D_1(3)$ under single picking

3.2 货位多件拣选

在拣选者为 3 人、货位 $n = 10$ 的传统布局, 以及货位多件拣选的条件下对拥堵率模型进行建立与求解。在这个模型中, 拣选者在一个货位可拣多件货物, 若时刻 t 某一拣选者在某一货位开始拣选作业 (即该拣选者处于拣选状态 P), 则在时刻 $t+1$ 该拣选者完成一种商品的拣选, 并以概率 p 继续在此货位进行下一

种商品的拣选, 以概率 q 行进至下一个货位。若时刻 t 某一拣选者在货位处于行走状态, 则在时刻 $t+1$ 该拣选者以概率 1 行进至下一个货位。

3.2.1 状态转移矩阵

本节分析货位多件拣选情况下, 3 名拣选者的状态转移情况。图 7 表示在 $t=0$ 时刻仓库状态为 $(1,2,7)_{堵}$, $t=1$ 时刻仓库状态转变为 $(1,1,8)_{堵}$ 、 $(1,1,8)_{不堵}$ 、 $(1,2,7)_{堵}$ 和 $(1,2,7)_{不堵}$ 。 $(1,2,7)_{堵}$ 以概率 p 表示为 $(1,2,7)_{PWP}$, 以概率 q 表示为 $(1,2,7)_{PWW}$ 。当 $t=0$ 时刻为 $(1,2,7)_{PWP}$ 状态时, $t=1$ 时刻拣选者 1 将以概率 p 在本货位继续拣选, 以概率 q 在本货位行走, 拣选者 2 保持行走不变, 拣选者 3 将以概率 p 在本货位继续拣选, 以概率 q 在本货位行走, 即仓库状态转变为 $(1,2,7)_{PWP}$ 、 $(1,2,7)_{PWW}$ 、 $(1,2,7)_{WWP}$ 或 $(1,2,7)_{WWW}$ 。其中状态 $(1,2,7)_{PWP}$ 和 $(1,2,7)_{PWW}$ 中拣选者 1 和拣选者 2 之间发生了拥堵, 属于 $(1,2,7)_{堵}$; $(1,2,7)_{WWP}$ 和 $(1,2,7)_{WWW}$ 未发生拥堵, 属于 $(1,2,7)_{不堵}$ 。当 $t=0$ 时刻为 $(1,2,7)_{PWW}$ 状态时, 拣选者 1 将以概率 p 在本货位继续拣选, 以概率 q 在本货位行走, 拣选者 2 保持行走不变, 拣选者 3 以概率 p 到下一货位拣选, 以概率 q 到下一货位行走, 即仓库状态转变为 $(1,1,8)_{PWP}$ 、 $(1,1,8)_{PWW}$ 、 $(1,1,8)_{WWP}$ 或 $(1,1,8)_{WWW}$ 。其中状态 $(1,1,8)_{PWP}$ 和 $(1,1,8)_{PWW}$ 中拣选者 1 和拣选者 2 之间发生了拥堵, 属于 $(1,1,8)_{堵}$; 状态 $(1,1,8)_{WWP}$ 和 $(1,1,8)_{WWW}$ 中未发生拣选者拥堵, 属于 $(1,1,8)_{不堵}$ 。

依次类推, 绘制部分马尔科夫链状态转移见图 8。

对货位多件拣选的状态转移矩阵 T_2 进行分级描述, 具体操作步骤如下。

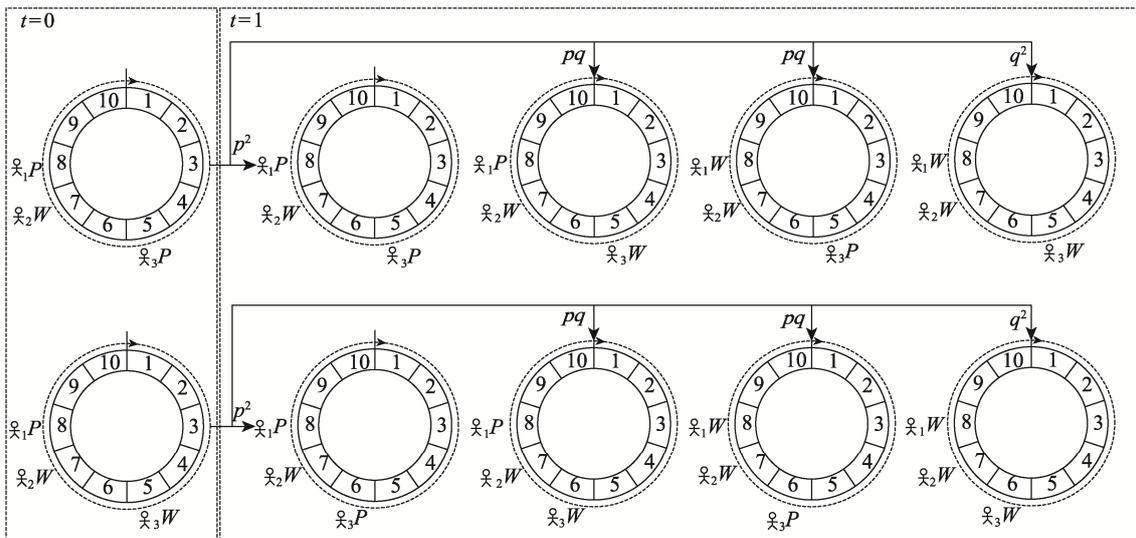


图 7 货位多件拣选下 $(1,2,7)_{堵}$ 的状态转移情况
Fig.7 State transfer of $(1,2,7)_{堵}$ under multiple picking

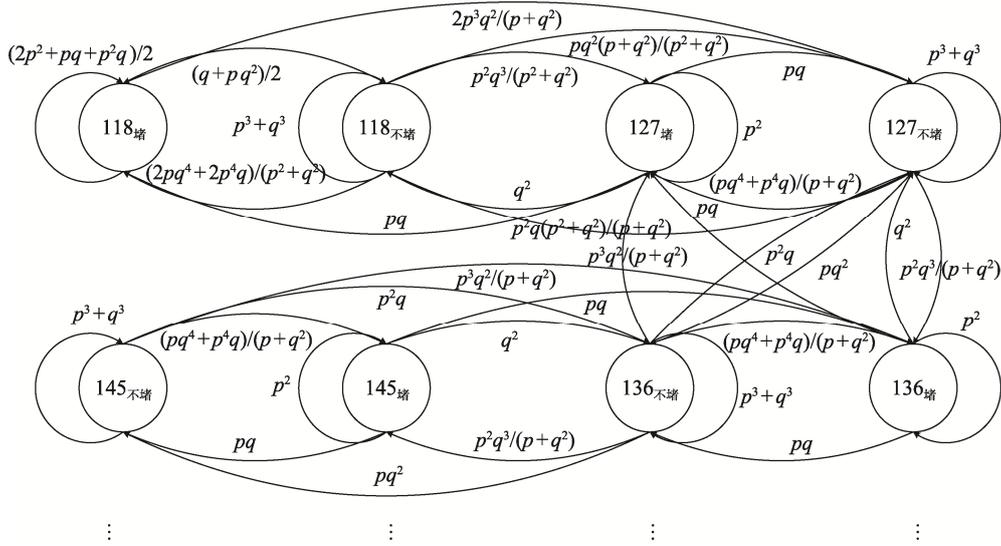


图8 货位多件拣选下状态转移图

Fig.8 State transfer diagram under multiple picking incargo slot

1) 第1次分级。定义状态转移矩阵 T_2 为一级矩阵, 由各二级矩阵组成。例如, J_2 为从状态 1 到状态 1 的概率转移矩阵, I_2 为从状态 2 到状态 1 的概率转移矩阵, H_2 为从状态 1 到状态 2 的概率转移矩阵。

$$T_2 = \begin{bmatrix} J_2 & H_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I_2 & F_2^7 & G_2^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_2^7 & F_2^6 & G_2^5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_2^6 & F_2^5 & G_2^4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_2^5 & F_2^4 & G_2^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_2^4 & F_2^3 & G_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_2^3 & D_2 & B_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_2 & A_2 \end{bmatrix}_{8 \times 8}$$

2) 第2次分级。将状态 1 中各具体状态作为横向标签, 状态 2 中各具体状态作为纵向标签, 两两组合计算转移概率, 得到二级矩阵 H_2 :

$$H_2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 217_{堵} & 217_{不堵} & 226 & 235 & 244 & 253 & 262 & 271_{堵} & 271_{不堵} \end{matrix} \\ \begin{matrix} 118_{堵} \\ 118_{不堵} \\ 127_{堵} \\ 127_{不堵} \\ 136_{堵} \\ 136_{不堵} \\ 145_{堵} \\ 145_{不堵} \\ 154_{堵} \\ 154_{不堵} \\ 163_{堵} \\ 163_{不堵} \\ 172_{堵} \\ 172_{不堵} \\ 181_{堵} \\ 181_{不堵} \end{matrix} & \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{2,1} & h_{2,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{4,1} & h_{4,2} & h_{4,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{6,3} & h_{6,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{8,4} & h_{8,5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{10,5} & h_{10,6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{12,6} & h_{12,7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{14,7} & h_{14,8} & h_{14,9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{16,8} & h_{16,9} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

在二级矩阵 H_2 中, $h_{1,1}$ 为状态 118 堵到状态 217 堵的转移概率。状态 118 堵包括 $(1,1,8)_{PWW}$ 、 $(1,1,8)_{PWP}$ 、 $(1,1,8)_{PPW}$ 、 $(1,1,8)_{PPW}$ 等 4 种, 概率分别为 pq^2 、 pq^2 、 p^2q 、 p^2q , 因此在 118 堵中, 状态 $(1,1,8)_{PWW}$ 发生的概率为:

$$\frac{pq^2}{pq^2 + pq^2 + p^2q + p^2q} = \frac{q}{2}$$

同理, 状态 $(1,1,8)_{WPPW}$ 、 $(1,1,8)_{PPW}$ 、 $(1,1,8)_{PWP}$ 发生的概率分别为 $\frac{q}{2}$ 、 $\frac{p}{2}$ 、 $\frac{p}{2}$ 。

对状态 $(1,1,8)_{PWW}$ 进行分析, $(1,1,8)_{PWW}$ 下一状态可能为 $(1,1,8)_{PWW}$ 或者 $(1,1,8)_{WWW}$, 因此 $(1,1,8)_{PWW}$ 以概率 p 转移到 $(1,1,8)_{堵}$, 以概率 q 转移到 $(1,1,8)_{不堵}$; 对状态 $(1,1,8)_{WPPW}$ 进行分析, $(1,1,8)_{WPPW}$ 下一状态可能为 $(2,1,7)_{WPPW}$ 或者 $(2,1,7)_{WWW}$, 因此 $(1,1,8)_{WPPW}$ 以概率 p 转移到 $(2,1,7)_{堵}$, 以概率 q 转移到 $(2,1,7)_{不堵}$; 对状态 $(1,1,8)_{PPW}$ 进行分析, $(1,1,8)_{PPW}$ 下一状态可能为 $(1,1,8)_{PPW}$ 、 $(1,1,8)_{PWW}$ 、 $(1,1,8)_{PWP}$ 或 $(1,1,8)_{WWW}$, 因此 $(1,1,8)_{PPW}$ 以概率 $p^2 + 2pq$ 转移到 $(1,1,8)_{堵}$, 以概率 q^2 转移到 $(1,1,8)_{不堵}$; 对状态 $(1,1,8)_{PWP}$ 进行分析, $(1,1,8)_{PWP}$ 下一状态可能为 $(1,1,8)_{PWW}$ 、 $(1,1,8)_{PWP}$ 、 $(1,1,8)_{WWW}$ 或 $(1,1,8)_{WPPW}$, 因此 $(1,1,8)_{PWP}$ 以概率 p 移到 $(1,1,8)_{堵}$, 以概率 q 转移到 $(1,1,8)_{不堵}$ 。

综上所述, 118 堵到 217 堵的转移概率为:

$$\frac{q}{2} \times p = \frac{pq}{2}$$

$$\text{即 } h_{1,1} = \frac{pq}{2}$$

其他转移概率求解过程同上, 可求出 H_2 中各元素取值, 见表 2。同理可求其他二级转移矩阵。

3.2.2 平稳分布与拥堵率

用 Z_2 表示状态转移矩阵 T_2 的平稳分布, 求解状态转移矩阵的稳态, 即求解稳态方程 $Z_2 T_2 = Z_2$ 中的向量 Z_2 。以货位 $n=10$ 为例, 用 Matlab 求解得出平稳分布 Z_2 也为 57 维向量, 记为:

$$D_2(3) = \frac{z_2^2 + z_2^3 + z_2^5 + z_2^7 + z_2^9 + z_2^{11} + z_2^{13} + z_2^{15} + z_2^{17} + z_2^{24} + z_2^{26} + z_2^{32} + z_2^{34} + z_2^{39} + z_2^{41} + z_2^{45} + z_2^{47} + z_2^{50} + z_2^{52} + z_2^{54} + z_2^{56}}{3 \times \sum_{i=1}^{57} z_2^i}$$

表 2 H_2 中各元素取值
Tab.2 Values of the elements in H_2

元素	值	元素	值
$h_{1,1}$	$\frac{pq}{2}$	$h_{8,5}$	$\frac{p^2q}{p+q^2}$
$h_{1,2}$	$\frac{q^2}{2}$	$h_{10,5}$	$\frac{pq^2}{p+q^2}$
$h_{2,1}$	$\frac{p^3q^2}{p^2+q^2}$	$h_{10,6}$	$\frac{p^2q}{p+q^2}$
$h_{2,2}$	$\frac{p^2q(p+q^2)}{p^2+q^2}$	$h_{12,6}$	$\frac{pq^2}{p+q^2}$
$h_{4,1}$	$\frac{p^2q^3}{p+q^2}$	$h_{12,7}$	$\frac{p^2q}{p+q^2}$
$h_{4,2}$	pq^2	$h_{14,7}$	$\frac{pq^2}{p+q^2}$
$h_{4,3}$	$\frac{p^2q}{p+q^2}$	$h_{14,8}$	$\frac{p^3q^2}{p+q^2}$
$h_{6,3}$	$\frac{pq^2}{p+q^2}$	$h_{14,9}$	p^2q
$h_{6,4}$	$\frac{p^2q}{p+q^2}$	$h_{16,8}$	$\frac{p^2q^3}{p^2+q^2}$
$h_{8,4}$	$\frac{pq^2}{p+q^2}$	$h_{16,9}$	$\frac{pq^2(p+q^2)}{p^2+q^2}$

如图 9 所示, 当 $p=0.5$ 时, $D_2(3)=0.074 3$, 当货位总数量固定在 10 时, 随着拣选概率 p 的增加, 拣选者平均拥堵率 $D_2(3)$ 增大, 但是, 图 9 中也直观地展示出, 即使拣选概率 p 很大时, 拣选者的平均拥堵率 $D_2(3)$ 不会大于 0.141 8。综上, 当拣选者在一个货位拣选多个货品, 且拣选与行走时间比为 1:1 时, 拣选系统不会产生很大的拥堵。

4 拥堵率模型仿真分析

4.1 不同货位的仿真模拟

以上基于货位 $n=10$ 的假设对拥堵率进行了理论推导, 但是在实际仓库拣选作业中, 货位 n 的数量

$$Z_2 = (z_2^1, z_2^2, \dots, z_2^{56}, z_2^{57})$$

用 $D_2(3)$ 表示一个货位可拣多件货物情况下 3 位拣选者的平均拥堵率, 其中“2”表示一个货位可拣选多件货物的情况, “3”表示仓库中有 3 名拣选者。那么, 当货位 $n=10$, 3 名拣选者在一个货位可拣选多件货物情况下的平均拥堵率为:

远大于 10。下面分别对货位 $n=50$ 、 $n=100$ 、 $n=200$ 、 $n=300$ 和 $n=500$ 的情况做仿真研究。图 10 和图 11 分别表示一个货位只拣一件货物时和一个货位可拣多件货物时不同货位数量下的 3 人平均拥堵率仿真情况, 图 10 中曲线从上到下依次代表货位数量 $n=50$ 、 $n=100$ 、 $n=200$ 、 $n=300$ 和 $n=500$ 。

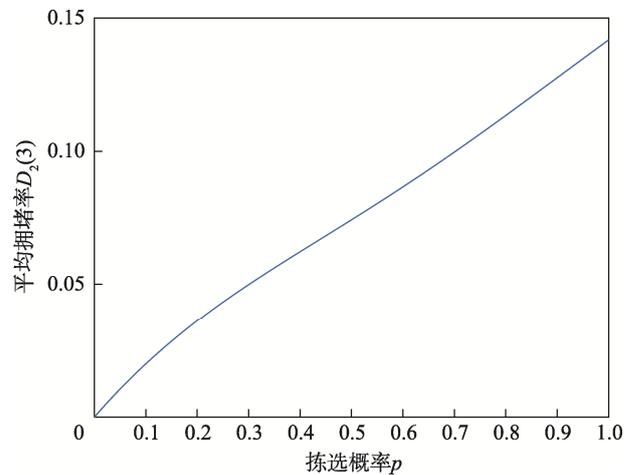


图 9 货位多件拣选情况下 p 与 $D_2(3)$ 的关系
Fig.9 Relationship between p and $D_2(3)$ under multiple picking in cargo slot

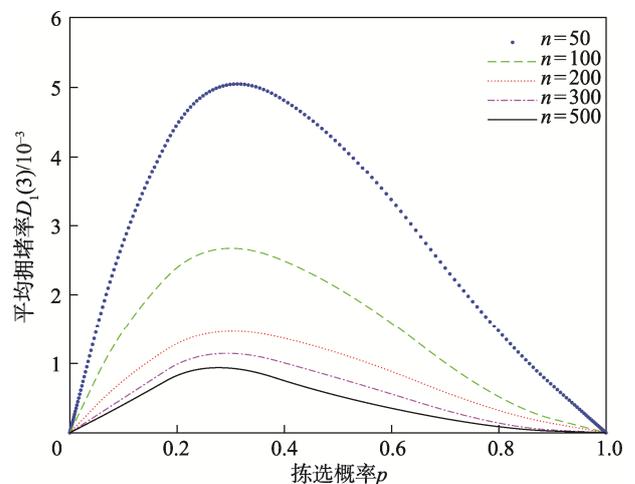


图 10 货位单件拣选情况下货位变化对拥堵率的影响
Fig.10 Effect of slot change on congestion rate under single picking

由图 10 可知,在货位单件拣选的情况下,拥堵率随拣选概率的变化呈偏态分布。当拣选概率确定,拣选者平均拥堵率随着货位总数 n 的增大而减小。当拣选区域固定,随着拣选密度 p 的增加,拣选者平均拥堵率先增大到最大值再减小,并且随着 n 的变化, p 属于 $(0.25,0.32)$ 时,拥堵率最高。拣选概率 $p=0$ 时拥堵率为 0,显然,当每个货位都不被拣选时,所有拣选人员一直处于行走状态,系统不会产生拥堵。当拣选概率 $p=1$ 时,每个货位都需要被拣选,所有拣选人员依次对每个货位进行拣选,不会产生拥堵。

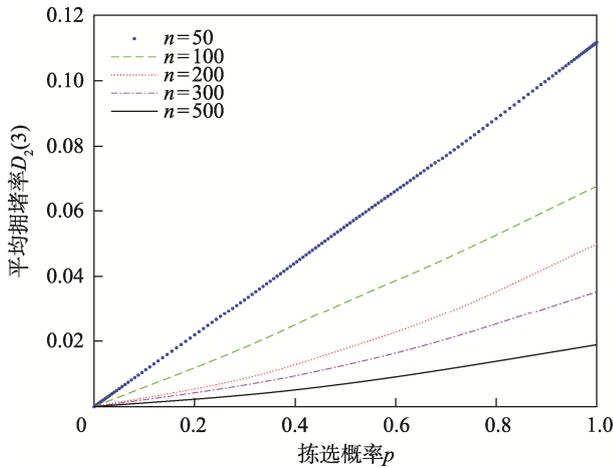


图 11 货位多件拣选情况下货位变化对拥堵率的影响

Fig.11 Effect of cargo slot change on congestion rate under multiple picking

由图 11 可知,在货位多件拣选的情况下,当拣选概率固定时,随着货位总量的增加拥堵率不断减小,显然货位总量的增加减小了拣选人员相遇的概率;当货位总数量固定时,拥堵率随着拣选概率的增大而增大,因为单个货位被重复拣选的次数越多,越容易阻塞后方的拣选者。

图 11 与图 10 的区别在于单个货位的拣选次数,当单个货位拣选次数大于 1,拣选次数的增加会导致拣选概率与平均拥堵率呈现正比例关系,并在拣选概率为 1 时取峰值。

4.2 不同拣选者的仿真模拟

当拣选者人数增加时,马尔科夫转移矩阵的维数迅速增大,很难构建拥堵率模型,所以下面采用仿真模拟的方法对 $n=200$ 时,不同拣选者人数情况下的平均拥堵率进行仿真研究。图 12 和图 13 分别表示一个货位只拣一件货物时和一个货位可拣多件货物时,不同拣选者人数下的拥堵率仿真情况,图 12 中曲线从下到上依次代表拣选者人数为 4、5、6、8 和 10 的情况。

由图 12 可知,在拣选者人数固定的情况下,平

均拥堵率随着拣选概率的增大仍然是从 0 开始先增大后减小为 0,并且平均拥堵率 $D_1(3)$ 在拣选概率 $p=0.3$ 左右达到峰值,与 3 人拥堵规律大致相同。在货位单件拣选情况下,当拣选概率一定时,随着拣选者人数的增加,拥堵率也在增加,这是由于处于窄通道拣选,通道只能由一人通过,拣选者人数的增加使拥堵的概率上升。在图 12 中,当仓库有 4 个拣选者时,拣选的平均拥堵率最小,因此,当一个拣选面只拣选一件货品且拣选者人数少时,拥堵在拣选系统中不是关键的问题。

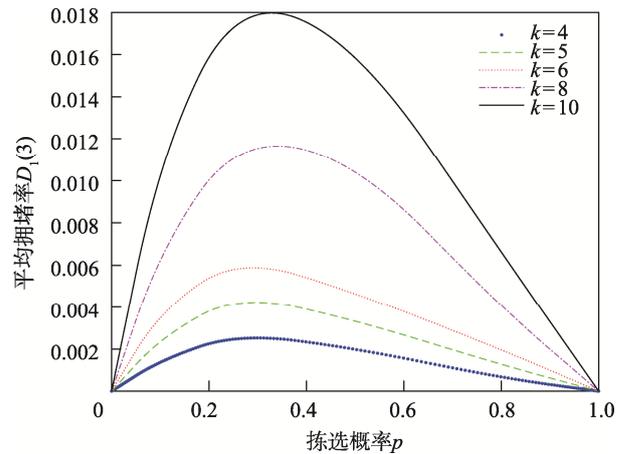


图 12 货位单件拣选下拣选者人数变化对拥堵率的影响

Fig.12 Effect of the change of the number of pickers on the congestion rate under single picking

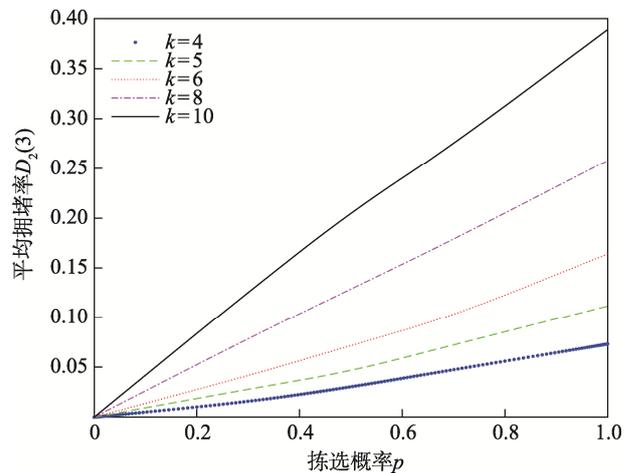


图 13 货位多件拣选下拣选者人数变化对拥堵率的影响

Fig.13 Effect of the change of the number of pickers on congestion rate under multiple picking

由图 13 可知,在货位多件拣选情况下,同一拣选概率,拣选者人数越多,在拣选系统中相遇的概率越高。由于在窄通道内,当一个拣选者进行拣选时,另一个拣选者不能通过,因此拥堵率增大。当拣选者人数确定时,单个货位被拣选的概率增大带动了平均

拥堵率的增加,且平均拥堵率 $D_2(3)$ 随着拣选概率 p 的变化关系与3人拥堵的情况相同。

5 结语

文中设计了一种基于马尔科夫的多人拣选拥堵模型,在传统仓库窄通道拣选的背景下,将仓库布局抽象成环形拣选系统,对货位单件拣选和货位多件拣选这2种拣选方式分别建立马尔科夫状态转移矩阵,通过求解平稳分布,获得拥堵率表达式,并分析拣选概率与拥堵率函数关系图。

在货位单件拣选情况下,存在使拥堵率 $D_1(3)$ 达到最大的拣选概率 p ,在实际拣选作业中应尽量避免拣选概率 p 取值为0.26,拣选概率 p 大于或小于0.26都可以降低拥堵率 $D_1(3)$ 。在货位多件拣选情况下,拥堵率 $D_1(3)$ 随着拣选概率 p 的增加一直增加,在实际拣选作业中应尽量降低拣选概率 p 。

在实际仓库拣选作业中,货位总数量 n 和拣选者人数 k 是不确定的,文中分别在不同货位量和不同拣选者人数的情况下,对拣选概率和拥堵率之间的关系进行了仿真研究,仿真结果与3人马尔科夫拥堵模型具有极大的相似性,证明了文中提出的拥堵率模型具有一定的可信度,对实际拣选作业有一定的借鉴意义。

在后续工作中,将进一步研究拣选时间与行走时间不同比值下的拥堵率。在理论方面,文章丰富了随机过程理论在仓储拣选方面的相关理论和研究内容,为研究仓库拥堵率提供了新的思路。在实践方面,文中提出的拥堵模型有望进一步降低仓库订单拣选的拥堵率,提高拣选速度,增强社会应对公共突发事件的应急能力。

参考文献:

- [1] WU Liang, XU Dong. Research on Method and Technology of Emergency Logistics Intelligent System Engineering[M]. Singapore: Springer, 2021: 159-167.
- [2] SUN Hua-li, WANG Yang, XUE Yao-feng. A Bi-Objective Robust Optimization Model for Disaster Response Planning under Uncertainties[J]. Computers & Industrial Engineering, 2021, 155(3): 107-213.
- [3] WANG Wei, WU Shi-ning, WANG Shuai-an, et al. Emergency Facility Location Problems in Logistics: Status and Perspectives[J]. Transportation Research Part E Logistics and Transportation Review, 2021, 154(4): 102465.
- [4] LIU Jin-pei, Zheng Y, ZHOU L, et al. A Novel Probabilistic Linguistic Decision-making Method with Consistency Improvement Algorithm and DEA Cross- Efficiency[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2021, 99(2): 104-108.
- [5] 董朝瑞, 郭欣, 李宁, 等. 基于改进 A~*算法的多机器人动态路径规划[J]. 高技术通讯, 2020, 30(1): 71-81.
DONG Zhao-rui, GUO Xin, LI Ning, et al. Multi-Robot Dynamic Path Planning Based on Improved A~* Algorithms[J]. Chinese High Technology Letters, 2020, 30(1): 71-81.
- [6] 刘盼盼, 杨三慧. 多移动机器人路径规划方法研究[J]. 福建质量管理, 2020, 11(1): 262-263.
LIU Pan-pan, YANG San-hui. Research on Path Planning Method of Multi-mobile Robot[J]. Fujian Quality Management, 2020, 11(1): 262-263.
- [7] 张志文, 张鹏, 毛虎平, 等. 改进 A^(*)算法的机器人路径规划研究[J]. 光电与控制, 2021, 28(4): 21-25.
ZHANG Zhi-wen, ZHANG Peng, MAO Hu-ping, et al. Path Planning of Mobile Robot Based on Improved A^(*)Algorithm[J]. Electronics Optics & Control, 2021, 28(4): 21-25.
- [8] 王秀红, 刘雪豪, 王永成. 基于改进 A~*算法的仓储物流移动机器人任务调度和路径优化研究[J]. 工业工程, 2019, 22(6): 34-39.
WANG Xiu-hong, LIU Xue-hao, WANG Yong-cheng. A Research on Task Scheduling and Path Planning of Mobile Robot in Warehouse Logistics Based on Improved A~* Algorithm[J]. Industrial Engineering Journal, 2019, 22(6): 34-39.
- [9] 刘建娟, 薛礼敬, 张会娟, 等. 融合改进 A^(*)与DWA算法的机器人动态路径规划[J]. 计算机工程与应用, 2021, 57(15): 73-81.
LIU Jian-juan, XUE Li-qi, ZHANG Hui-juan, et al. Robot Dynamic Path Planning Based on Improved A^(*) and DWAAAlgorithm[J]. Computer Engineering and Applications, 2021, 57(15): 73-81.
- [10] 陈少华, 周丽, 程晓. 拣选作业拥堵率影响因素研究综述[J]. 物流技术, 2015, 34(17): 22-25.
CHEN Shao-hua, ZHOU Li, CHENG Xiao. Summary of Researches on Influence Factors of Sorting Activity Congestion Rate[J]. Logistics Technology, 2015, 34(17): 22-25.
- [11] FRANZKE T, GROSSE E H, GLOCK C H, et al. An Investigation of the Effects of Storage Assignment and Picker Routing on the Occurrence of Picker Blocking in Manual Picker-to-Parts Warehouses[J]. The International Journal of Logistics Management, 2017, 28(3): 841-863.
- [12] PRIYA I D, SALAJA S, BLESSING R E. Centrality

- Based Congestion Detection Using Reinforcement Learning Approach for Traffic Engineering in Hybrid SDN[J]. *Journal of Network and Systems Management*, 2021, 30(1): 1-22.
- [13] AIMTONGKHAM P, HORKAEW P, SO-IN C. Multistage Fuzzy Logic Congestion-Aware Routing Using Dual-stage Notification and the Relative Barring Distance in Wireless Sensor Networks[J]. *Wireless Networks*, 2021, 27(2): 1287-1308.
- [14] NALIVAJEVS O, KARAPETYAN D. Conditional Markov Chain Search for the Generalised Travelling Salesman Problem for Warehouse Order Picking[C]// 2019 11th Computer Science and Electronic Engineering (CEECE), IEEE, 2019: 75-78.
- [15] WANG Zi-ru, LI Shao-xian, ZHANG Zheng-yuan, et al. Research on UWB Positioning Accuracy in Warehouse Environment[J]. *Procedia Computer Science*, 2018, 131: 946-951.
- [16] ROY D, KRISHNAMURTHY A, HERAGU S S, et al. A Multi-Tier Linking Approach to Analyze Performance of Vehicle-Based Warehouse Systems[J]. *SSRN Electronic Journal*, 2016, 83: 173-188.
- [17] ZHOU Li, NIU Xia-xia, ZHAO Sheng-li, et al. Research on Congestion Rate of Classified Storage Narrow Channel Picking System for IoT Security[J]. *Wireless Networks*, 2020, 26(8): 1-17.
- [18] ZHOU Li, LIU Hong-jian, ZHAO Xiao-qing, et al. Study on the Estimation of Blocking Rate in Wide-Aisle Picking System[J]. *Soft Computing*, 2019, 23(13): 4891-4902.

责任编辑：曾钰婵