

规则排列圆形蜂窝共面对角线方向缓冲性能的研究

李国志¹, 孙德强¹, 张超², 常露¹, 许亚利³, 朱建华¹, 本金翠¹, 葛凤¹, 孙玉瑾¹
(1. 陕西科技大学 a. 中国轻工业功能印刷与运输包装重点实验室 b. 轻化工程国家级实验教学示范中心
c. 3S 包装新科技研究所, 西安 710021; 2. 西安西电变压器有限责任公司, 西安 710077;
3. 西安国际港务区新农小学, 西安 710026)

摘要: **目的** 研究冲击速度和结构参数对规则排列圆形蜂窝共面对角线方向缓冲性能的影响规律。**方法** 使用有限元分析软件 ANSYS/LS-DYNA 建立规则排列圆形蜂窝共面对角线方向动态冲击有限元模型, 基于此模型进行参数化仿真模拟, 得到不同冲击速度和结构参数下规则排列圆形蜂窝共面对角线方向的变形模式、密实化应变、平台应力和能量吸收特征, 并以图表的形式呈现。**结果** 在共面对角线方向的不同冲击速度下, 规则排列圆形蜂窝表现出不同的变形模式。密实化应变在低速和高速冲击下, 只与壁厚半径比有关; 在中速冲击下, 密实化应变同时受冲击速度和壁厚半径比的影响。在给定壁厚半径比下, 共面平台应力(或最佳单位体积能量吸收)与冲击速度的平方呈线性关系; 在给定冲击速度下, 共面平台应力(或最佳单位体积能量吸收)与壁厚半径比呈幂指数函数关系。**结论** 并基于有限元计算结果, 得到了动态密实化应变、平台应力和单位体积能量吸收的经验表达式。

关键词: 规则排列圆形蜂窝; 对角线方向; 变形模式; 密实化应变; 平台应力; 最佳单位体积能量吸收

中图分类号: TB485.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2022)23-0234-10

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2022.23.028

In-plane Cushioning Performance of Regularly-arranged Circular Honeycombs in the Diagonal Line

LI Guo-zhi¹, SUN De-qiang¹, ZHANG Chao², CHANG Lu¹, XU Ya-li³,
ZHU Jian-hua¹, BEN Jin-cui¹, GE Feng¹, SUN Yu-jin¹

(1. a. Key Lab of Functional Printing and Transport Packaging of China National Light Industry
b. National Demonstration Center for Experimental Light Chemistry Engineering Education
c. 3S Research Institute of Novel Packaging Science and Technology, Shaanxi University of Science and Technology,
Xi'an 710021, China; 2. Xian XD Transformer CO., Ltd., Xi'an 710077, China; 3. Xin-nong Primary School of
Xi'an International Trade and Logistics District, Xi'an 710026, China)

ABSTRACT: The work aims to study the influences of impact velocity and configuration parameters on the in-plane cushioning properties of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line. The finite element model of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line was established with the software ANSYS/LS-DYNA. Based on this

收稿日期: 2022-03-08

基金项目: 国家自然科学基金(51575327); 陕西省教育厅重点实验室及基地项目(16JS014); 陕西省教育厅 2014 陕西本科高校专业综合改革试点子项目(陕教高[2014]16号)

作者简介: 李国志(1979—), 男, 副教授, 主要研究方向为缓冲包装动力学、运输包装及包装结构设计。

通信作者: 孙德强(1976—), 男, 博士, 教授, 博导, 主要研究方向为轻质绿色智能共享循环可持续性包装系统的结构、性能与设计。

finite element model, the parametric simulations of the honeycombs with various configuration parameters and impact velocities were carried out. At different impact velocities in the diagonal line, the deformation modes, densification strains, plateau stresses and energy absorption properties were obtained and presented in tables and figures for the regularly-arranged circular honeycombs with different configuration parameters. At different impact velocities, the regularly-arranged circular honeycombs had different deformation modes in the diagonal line. At low or high impact velocities, the densification strain was only related to the ratio of cell wall thickness to radius, but was affected by both the impact velocities and the ratio of cell wall thickness to radius at moderate impact velocities. For a given ratio of cell wall thickness to radius, the in-plane plateau stress (or optimal energy absorption per unit volume) was linear with the square of impact velocity; at a given impact velocity, the in-plane plateau stress (or optimal energy absorption per unit volume) lied on the ratio of cell wall thickness to radius by a power exponential function. Based on the finite element results, the empirical formulas of densification strain, plateau stress, energy absorption per unit volume are derived.

KEY WORDS: regularly-arranged circular honeycombs; the diagonal line direction; deformation mode; densification strain; plateau stress; optimal energy absorption per unit volume

圆形蜂窝以低密度、耐冲击性、隔音和绝热为特征, 广泛应用于交通运输、军工和包装等领域。相关研究表明, 胞元排列方式、胞元结构参数、冲击速度和载荷方向, 影响着圆形蜂窝的冲击力学行为^[1-4]。规则和交错排列是圆形蜂窝常见的胞元排列方式^[5-6], 关于胞元规则排列的圆形蜂窝, 已有研究涉及了 2 个共面主方向上的冲击力学行为^[7-10], 而共面对角线方向上的力学行为鲜有报道。

众多学者对圆形蜂窝的弹性变形、塑性破坏和能量吸收进行了理论、有限元和试验研究。例如, Gotkhindi^[11]针对规则排列圆形蜂窝, 给出了其相对密度和共面弹性模量的计算公式。Papka 等^[12]和 Chung 等^[13]通过对圆形蜂窝共面方向进行单轴压缩试验与仿真, 得到试验与仿真的共面变形模式相吻合。Lin 等^[14]针对圆形蜂窝, 基于有限元法研究了蜂窝结构参数与强度之间的关系。Sun 等^[15]借助有限元模拟研究多层规则排列圆形蜂窝的动态冲击力学行为, 得到冲击速度和结构参数对其缓冲性能的影响以及相关经验公式。

文中借鉴前人研究各种构型蜂窝材料的方法, 使用有限元软件 ANSYS/LS-DYNA 建立规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上缓冲性能分析的有限元模型, 以表格和图表的形式给出不同单元结构参数和冲击速度下缓冲性能各评价指标的计算结果, 以此来研究冲击速度和结构参数对其共面对角线方向上缓冲性能的影响规律。

1 计算模型的建立

1.1 样品及其相对密度

规则排列圆形蜂窝的结构见图 1, 其中任一胞元与周围 4 个胞元 (蓝色框标识) 相切。直线表示共面对角线方向, 文中研究该方向上的力学性能, 所用样品见图 2。

图 2a 中也用方框标示出了任一胞元与周围胞元的关系, 图 2c 表示特征胞元。胞元的半径为 R , 壁厚为 t , 试样整体厚度 (即胞元深度) 为 b 。假设基材密度为 ρ_s , 样品密度为 ρ , 则芯材的相对密度 $\bar{\rho}$ 可表示为:

$$\bar{\rho} = \rho / \rho_s = \frac{\pi t}{2R} \quad (1)$$

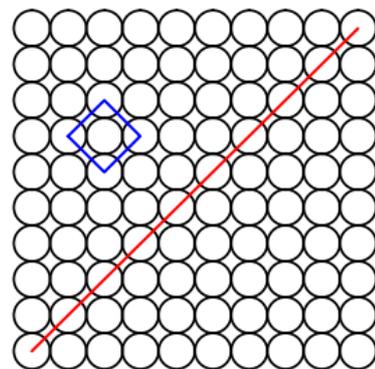


图 1 规则排列圆形蜂窝样品
Fig.1 Regularly-arranged circular honeycombs

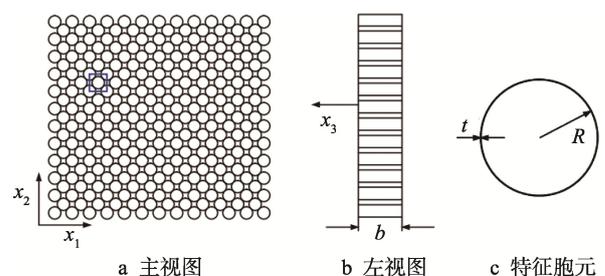


图 2 用于共面对角线方向性能研究的规则排列圆形蜂窝样品
Fig.2 Specimen of regularly-arranged circular honeycombs used for studying the mechanical properties in the diagonal line direction

1.2 有限元模型

按照 Sun 等^[15]的方法, 利用 ANSYS/LS-DYNA 建立的规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上冲击的有限元模型, 如图 3 所示。该样品放置在刚性上压板 P_1 和支撑板 P_2 之间, 并约束上压板 P_1 和支撑板 P_2 的自由度, 只允许上压板 P_1 在 x_2 方向上移动, 支撑板 P_2 的所有自由度均被约束为 0, 使上压板 P_1 以某一速度 v (1~250 m/s) 匀速向下冲击, 推进样品发生变形。每个胞元半径均为 $R=3$ mm, 整个模型定义为 Self-contact 接触, 样品与两压板之间定义为 Surface-to-Surface 接触, 摩擦因数为 0.02。对样品利用 5 个积分点的 Belytschko-Tsay 壳单元 Shell163 进行自由网格划分, 壳单元边长为 0.3 mm。基材选用应变率不敏感的双线性应变硬化材料, 各项力学参数为: 弹性模量 E_s 为 68.97 GPa, 屈服应力 σ_{ys} 为 292 MPa, 正切模量 E_{tan} 为 689.7 MPa, 泊松比 ν_s 为 0.35, 基材密度为 ρ_s 为 2 700 kg/m³。

为了消除样品单元阵列中胞元数量对有限元模型计算结果的尺寸效应, 大量试探性模拟计算后发现, 样品合理厚度 (孔深) $b=10$ mm, x_1 和 x_2 方向上的单元数分别为 13×12 。

2 分析方法

有限元模型计算完成后, 使用 LSPREPOSTD 这一后处理软件处理模型计算结果, 首先获取冲击力-时间曲线 $F-T$ 和位移-时间曲线 $u-T$, 由此得到力-位移曲线 $F-u$, 对其积分后得到功-位移曲线 $W-u$; 还可以得到样品总能量吸收 (E)、内能 (U) 和动能 (K) 关于位移的曲线。规则排列圆形蜂窝对角线方向上典型的 $F-u$ 、 $W-u$ 、 $E-u$ 、 $U-u$ 和 $K-u$ 曲线 ($t=0.3$ mm

和 $v=70$ m/s), 见图 4。

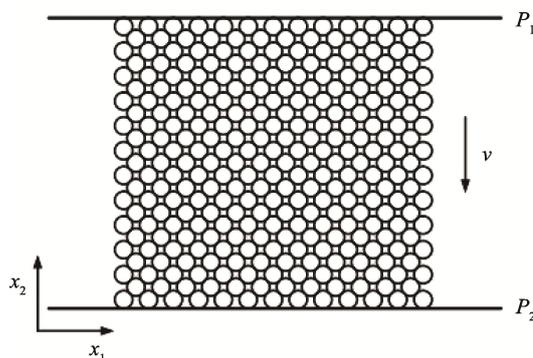


图 3 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上冲击分析的有限元模型
Fig.3 Finite element model for the in-plane crushing analysis of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line direction

标准化处理 $F-u$, 得到应力-应变曲线, 进而得到单位体积能量吸收曲线, 见式 (2)。

$$\sigma = F/(w \times b); \quad \varepsilon = u/H; \quad e = \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon \quad (2)$$

式中: σ 、 ε 和 e 为样品应力、应变和单位体积能量吸收; w 为冲击方向横截面宽度; H 为样品沿冲击方向上的初始高度。

图 4a 中, 初始峰压缩力对应的位移称之为初始位移 u_0 ; 图 4b 中, 相应样品密实时, 蜂窝材料的动能会出现峰值, 并且总能量吸收以及冲击力功和内能开始急剧增加现拐点, 此时的位移称为密实化位移 u_D 。相应于 u_0 和 u_D 的冲击力功 W_0 和 W_D , 可从 $W-u$ 曲线上对应获取, 故共面平台应力 σ_p 的计算公式为:

$$\sigma_p = \frac{W_D - W_0}{(w \times b)(u_D - u_0)} \quad (3)$$

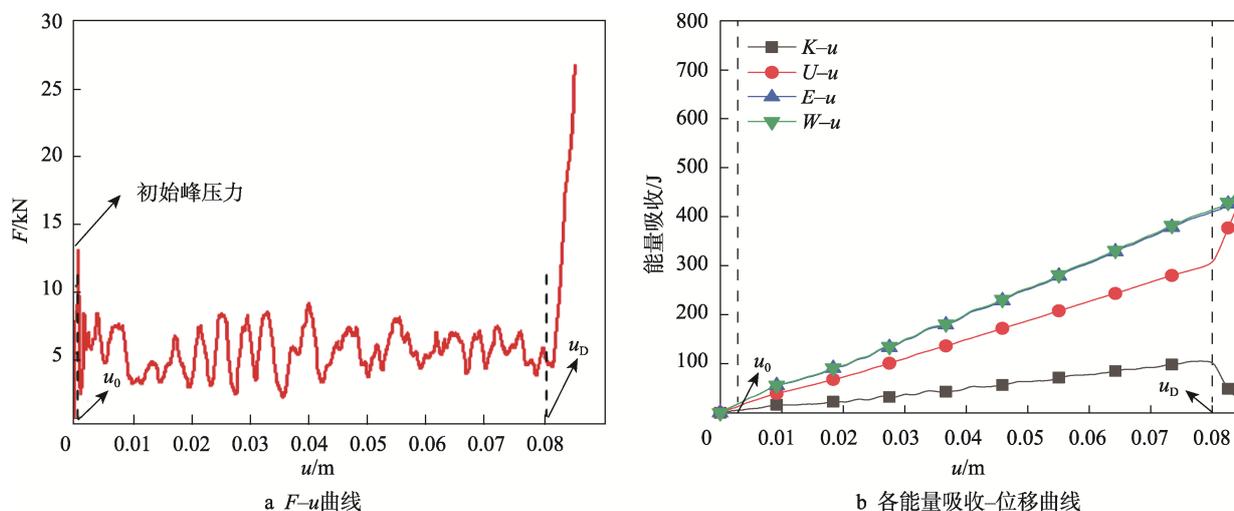


图 4 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的典型冲击响应曲线 ($t=0.3$ mm 和 $v=70$ m/s)
Fig.4 Typical impact response curves of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line direction ($t=0.3$ mm and $v=70$ m/s)

根据式 (2) 可以得到规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上典型的 $\sigma-\varepsilon$ 和 $e-\varepsilon$ 曲线 ($t=0.3\text{ mm}$ 和 $v=70\text{ m/s}$), 分别见图 5a 和 5b。从图 5a 可见, 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的 $\sigma-\varepsilon$ 曲线包含典型的 4 个阶段。第 1 阶段是线弹性变形过程, 弹性变形末端相应于图 4 的 u_0 是初始峰应力 σ_0 和初始应变 ε_0 ; 接着是屈服阶段, 很快应力降低到一定值; 随后是平台区阶段, 应力在一定范围内上下波动, 这段范围内的应力平均值即为 σ_p ; 最后进入密实化阶段, 这一阶段开始时的应变为密实化应变 ε_D , 相应于图 4 的 u_D 。从图 5b 可以看出此时单位体积能量吸收开始急剧增加, 并伴随拐点 P_G 出现, 拐点后是密实化区域, 应力和单位体积能量吸收均急剧增加。

3 结果分析

3.1 变形模式

类似于其他二维多孔结构材料, 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上, 随着冲击速度的增加, 依次出现类静态、过渡态和动态 3 种变形模式。

典型的类静态变形模式见图 6。初始样品整体发生向外均匀的扩展 (图 6a); 然后出现一条沿主对角线倾斜的坍塌带 (图 6b); 随后靠近主对角线两侧的单元也卷入坍塌变形中, 但远离对角线的胞元不会产生坍塌变形 (图 6c—f); 随着时间的推移, 坍塌带始终沿着对角线方向逐渐向两边扩展 (图 6c—g); 当所有单元全部卷入坍塌带, 最终密实 (图 6h)。

典型的过渡态变形模式见图 7。期初变形就不是均匀的, 靠近上压板的第 1 行胞元首先发生较大变形, 被压成椭圆形 (图 7a); 随着冲击变形的进

一步发展, 样品上部的中间单元变形滞后于左右两侧的单元, 同时上部中间偏下的单元出现坍塌, 导致样品上部逐渐出现近似“V”字形坍塌带 (图 7b、d); 随后样品底部也出现类似的变形过程, 最终发展成为倒“V”字形坍塌带 (图 7c 和 7d); 随着变形的进一步增加, 2 个“V”字形坍塌带逐步向周边扩展 (图 7e 和 7f), 持续一段时间后最终两坍塌带融为一体 (图 7g); 当所有单元坍塌后, 样品最终发生密实 (图 7h)。

典型的动态变形模式见图 8。样品顶部第 1 层单元首先开始变形, 并出现“一”字形坍塌带 (图 8a); 然后随着时间的推移, 坍塌带保持“一”字形逐层向下推进, 总是最接近坍塌带的单元层最先被卷入 (图 8b—d); 接着, 靠近支撑板两侧的胞元发生变形, 但是坍塌带仍以“一”字形推进 (图 8e—g); 直至最后完全被压实 (图 8h), 始终保持“一”字形坍塌带逐步扩展。

对于规则排列圆形蜂窝共面对角线方向的变形来说, 由类静态变形模式向过渡态模式转换的临界速度假设为 v_{c1} , 由过渡态模式向动态模式转换的临界速度假设为 v_{c2} 。通过大量的参数化仿真计算, 可以得到不同壁厚条件下 v_{c1} 和 v_{c2} 的值。 v_{c1} 受 t/R 的影响较小, 可忽略; v_{c2} 与 $(t/R)^{1/2}$ 成正比^[7]。由此, 便可得到 2 个临界速度的经验公式为:

$$v_{c1} \approx 6\text{ m/s}; v_{c2} = 419 \left(\frac{t}{R} \right)^{1/2} \text{ m/s} \quad (4)$$

3.2 密实化应变

密实化应变 ε_D 是衡量蜂窝材料能量吸收与缓冲性能的指标之一, 将不同 v 和 t 下对应的 ε_D 值列于表 1。

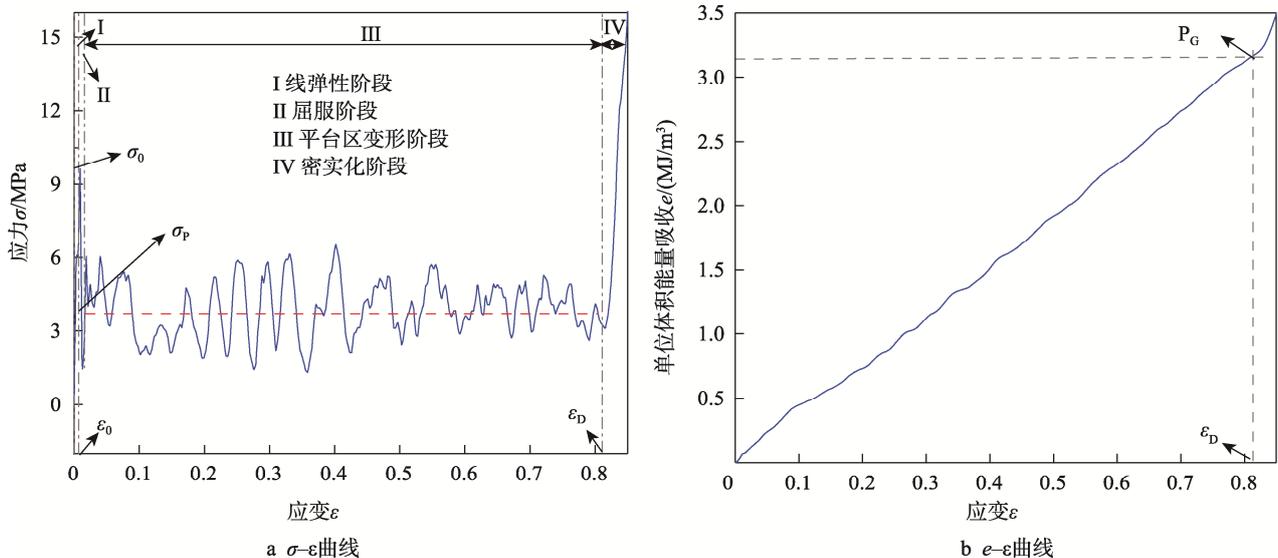


图 5 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的 $\sigma-\varepsilon$ 曲线和 $e-\varepsilon$ 曲线 ($t=0.3\text{ mm}$ 和 $v=70\text{ m/s}$)
 Fig.5 Typical stress and energy absorption per unit volume curves of the regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line direction under the in-plane crushing loading ($t=0.3\text{ mm}$ and $v=70\text{ m/s}$)

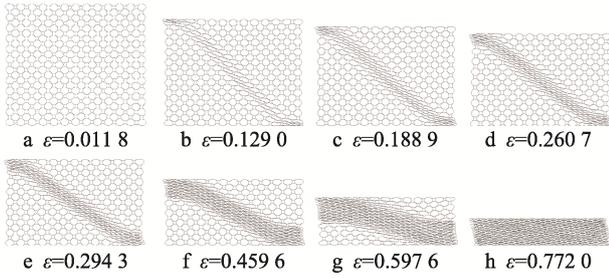


图6 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向典型低速类静态变形模式 ($t=0.25\text{ mm}$ 和 $v=3\text{ m/s}$)

Fig.6 Typical quasi static deformation mode of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line direction ($t=0.25\text{ mm}$ and $v=3\text{ m/s}$)

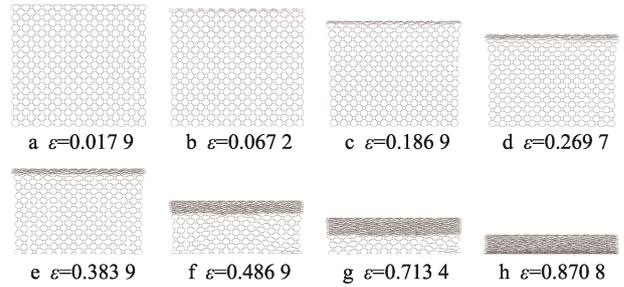


图8 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向典型高速动态变形模式 ($t=0.25\text{ mm}$ 和 $v=150\text{ m/s}$)

Fig.8 Typical dynamic deformation mode of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line direction ($t=0.25\text{ mm}$ and $v=150\text{ m/s}$)

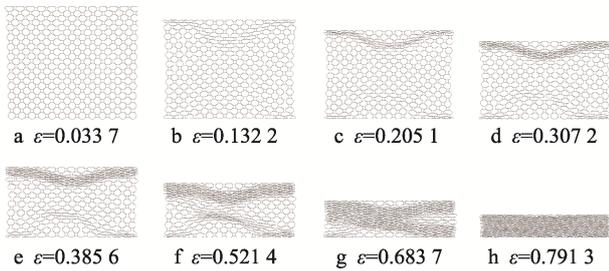


图7 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向典型中速过渡态变形模式 ($t=0.25\text{ mm}$ 和 $v=20\text{ m/s}$)

Fig.7 Typical transition deformation mode of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line direction ($t=0.25\text{ mm}$ and $v=20\text{ m/s}$)

从表1中可以看到,在给定 v 下, ϵ_D 随 t/R 的增大而减小;在给定 t/R 下, ϵ_D 随 v 的增大而增大。这是由于不同 v 和 t/R 会导致不同的变形模式,从而决定了不同的 ϵ_D 值。

从表1第2—4行可以看出低速类静态模式下($v \leq v_{c1}$)的密实化应变 ϵ_D 对 v 是不敏感的,可以认为 ϵ_D 仅与 t/R 有关,见图9a,两者可视为呈线性关系。

在中速过渡态模式下($v_{c1} < v < v_{c2}$), v 一定时,从图9b可以看出 ϵ_D 与 t/R 近似呈线性关系,并且在不同 v 下, ϵ_D 斜率近似保持一致;当 t/R 一定时,从图10b可以看出 ϵ_D 与 v 呈线性关系,并且在不同 t/R 下, ϵ_D 斜率相同。

表1 不同 t 和 v 下规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的密实化应变值 ($R=3\text{ mm}$)

Tab.1 Dynamic densification strains of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line direction with different values of t and v ($R=3\text{ mm}$)

项目	$v/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	t/mm						
		0.03	0.05	0.07	0.10	0.20	0.25	0.30
ϵ_D	1	0.782 9	0.776 4	0.766 3	0.759 8	0.722 6	0.717 7	0.715 0
	3	0.785 6	0.777 7	0.766 9	0.760 3	0.722 8	0.718 0	0.715 1
	6	0.787 8	0.780 5	0.769 1	0.761 8	0.723 7	0.719 6	0.715 3
	10	0.873 6	0.866 4	0.855 3	0.852 5	0.821 9	0.822 1	0.812 5
	20	0.874 2	0.871 5	0.862 1	0.858 7	0.829 3	0.824 0	0.817 8
	30	0.879 8	0.878 1	0.865 3	0.864 3	0.833 6	0.828 6	0.822 9
	50	0.935 1	0.900 3	0.884 3	0.878 5	0.842 5	0.836 2	0.830 8
	70	0.935 3	0.928 4	0.914 2	0.894 8	0.857 2	0.851 5	0.832 0
	100	0.935 5	0.929 0	0.920 3	0.901 7	0.877 4	0.867 1	0.858 3
	125	0.935 9	0.929 3	0.920 7	0.910 4	0.881 0	0.876 5	0.870 4
	150	0.936 4	0.929 5	0.921 1	0.914 7	0.886 3	0.879 3	0.872 0
	175	0.936 7	0.930 1	0.921 5	0.915 0	0.887 6	0.879 6	0.872 4
	200	0.937 4	0.930 6	0.921 7	0.916 4	0.888 9	0.880 0	0.872 9
	250	0.937 8	0.931 2	0.922 1	0.918 3	0.889 3	0.880 2	0.873 1
	$v_{c2}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$		42	54	64	76	108	121
ϵ_{DQ}		0.785 4	0.778 2	0.767 4	0.760 6	0.723 0	0.7184	0.715 1
ϵ_{DD}		0.936 3	0.929 7	0.920 2	0.912 8	0.886 6	0.879 1	0.872 6

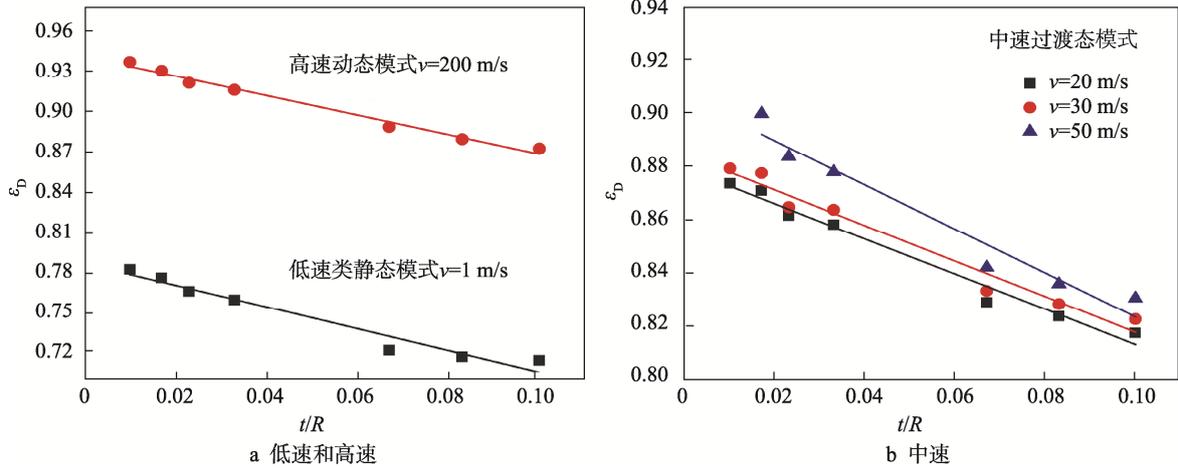


图 9 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的 ε_D-t/R 关系曲线

Fig.9 ε_D-t/R curves of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line direction under in-plane crushing loadings

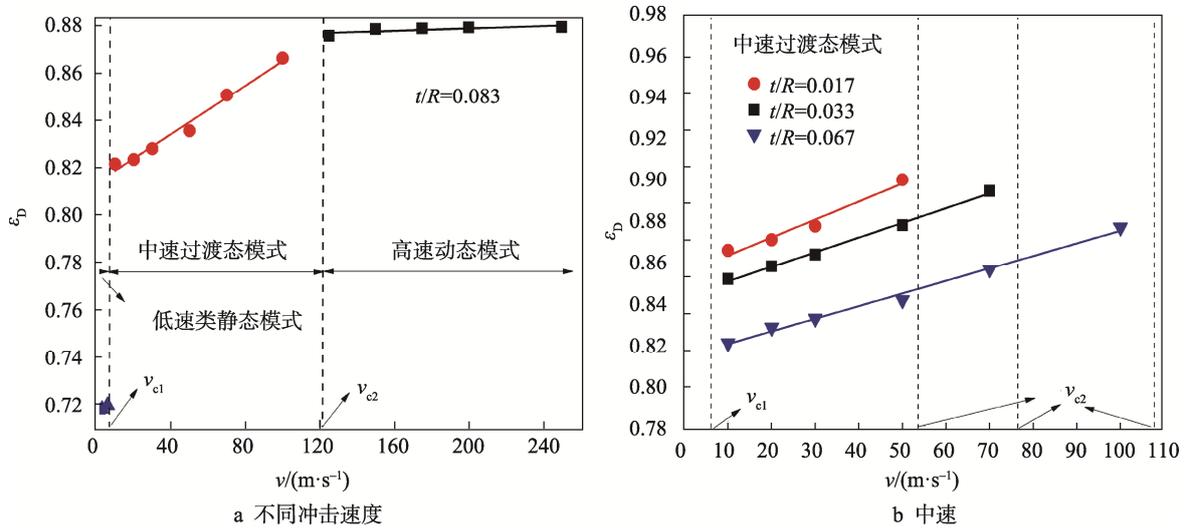


图 10 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的 ε_D-v 关系曲线

Fig.10 ε_D-v curves of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line direction under in-plane crushing loadings

在高速动态模式下 ($v \geq v_{c2}$), 当 t/R 一定时, 从图 10a 可以看出 v 对 ε_D 影响较小, ε_D 可视为对 v 不敏感的, 可认为此时 ε_D 仅与 t/R 有关, 两者呈线性关系, 如图 9a。

综上所述, 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的密实化应变与冲击速度和壁厚半径比的关系可以表示为:

$$\begin{cases} \varepsilon_{DQ} = k_Q - \lambda_Q \frac{t}{R} (v \leq v_{c1}) \\ \varepsilon_{DT} = k_T - \lambda_T \frac{t}{R} + k_v v (v_{c1} < v < v_{c2}) \\ \varepsilon_{DD} = k_D - \lambda_D \frac{t}{R} (v \geq v_{c2}) \end{cases} \quad (5)$$

式中: ε_{DQ} 、 ε_{DT} 和 ε_{DD} 分别为低、中和高速冲击下的密实化应变, k_Q 、 k_T 、 k_D 是常数, λ_Q 、 λ_T 、 λ_D 和 k_v 为关系系数。

如前所述, 低速和高速冲击下的 ε_D 与 v 无关, 那么一定 t/R 在不同 v 下可把低速和高速下 ε_D 的平

均值视为 ε_{DQ} 和 ε_{DD} , 并将其值列于表 1 后 2 行。利用最小二乘法拟合, 得到规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的密实化应变 ε_D 的最终经验表达式为

$$\begin{cases} \varepsilon_{DQ} = 0.7891 - 0.8282t/R & v \leq v_{c1} \\ \varepsilon_{DT} = (0.8675 - 0.6601t/R) + \\ \quad 0.6009 \times 10^{-3} v & v_{c1} < v < v_{c2} \\ \varepsilon_{DD} = 0.9393 - 0.7148t/R & v \geq v_{c2} \end{cases} \quad (6)$$

3.3 平台应力

3.3.1 平台应力与冲击速度的关系

平台应力 σ_p 是衡量蜂窝材料缓冲性能的重要指标, 将不同 v 和 t 下规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的 σ_p 值列于表 2。基于一维冲击波理论^[16], σ_p 可以表示为:

$$\sigma_p = \sigma_{p0} + Av^2 \quad (7)$$

表2 不同 t 和 v 下规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的平台应力值($R=3\text{ mm}$)
 Tab.2 Plateau stresses of regularly-arranged circular honeycombs with various t values in the diagonal line direction at different v values($R=3\text{ mm}$)

项目	$v/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	t/mm						
		0.03	0.05	0.07	0.10	0.20	0.25	0.30
σ_p/MPa	1	0.003 2	0.022 0	0.035 0	0.128 9	0.462 6	1.270 5	1.882 4
	3	0.005 1	0.022 1	0.038 1	0.138 0	0.481 0	1.302 6	1.909 2
	6	0.006 1	0.022 7	0.043 0	0.143 5	0.501 2	1.326 6	1.945 0
	10	0.007 5	0.023 0	0.048 3	0.164 2	0.521 4	1.370 7	2.051 3
	20	0.009 2	0.028 7	0.058 1	0.198 0	0.541 6	1.422 8	2.321 4
	30	0.022 4	0.047 0	0.082 6	0.248 7	0.574 6	1.606 2	2.780 5
	50	0.056 2	0.108 9	0.167 3	0.348 9	1.052 8	2.155 8	2.970 1
	70	0.257 5	0.198 8	0.318 5	0.539 6	1.712 0	2.950 9	3.892 5
	100	0.359 6	0.438 7	0.651 1	1.000 5	2.843 0	4.654 3	5.931 6
	125	0.435 3	0.724 1	1.073 7	1.557 9	4.071 2	6.454 0	8.103 7
	150	0.629 2	1.063 5	1.565 4	2.309 2	5.251 3	8.477 4	10.707 0
	175	0.851 6	1.500 9	2.141 1	3.343 0	6.219 0	11.002 1	13.707 0
	200	1.145 5	1.985 2	2.871 6	4.282 6	7.863 8	13.993 0	17.042 9
	250	1.670 2	2.814 8	3.986 8	5.235 5	8.924 1	15.050 2	19.841 2
	$A/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$		28	46	66	91	163	267

式中： σ_{p0} 为静态平台应力； A 为关系系数。

当 $v=1\text{ m/s}$ 时，该样品的动能占比很小，此时的平台应力 σ_p 近似等于静态平台应力 σ_{p0} ^[15]。基于表2中的有限元计算结果，按照式(7)，利用最小二乘法拟合，拟合出的平台应力和冲击速度的关系曲线，见图11。同时得到关系系数 A 的值，将其列于表2最后一行。

Qiu 等给出了 σ_p 的3套经验公式^[17]：

$$\begin{cases} \sigma_p = A_1 \sigma_{ys} \bar{\rho}^{-2} + (C_2 \bar{\rho}^{-2} + C_1 \bar{\rho} + C_0) \rho_s v^2 \\ \sigma_p = A_1 \sigma_{ys} \bar{\rho}^{-2} + B_1 \bar{\rho} \rho_s v^2 \\ \sigma_p = A_1 \sigma_{ys} \bar{\rho}^{-2} + \bar{\rho} \rho_s v^2 / (1 - B_2 \bar{\rho}) \end{cases} \quad (8)$$

式中： A_1 、 B_1 、 B_2 、 C_0 、 C_1 、 C_2 为关系系数； σ_{ys} 为屈服应力； $\bar{\rho}$ 为相对密度。

基于最小二乘法，用 $\sigma_{p0}=A_1 \sigma_{ys} \bar{\rho}^{-2}$ 拟合得到 A_1 值为0.244 7；然后用式(8)进行拟合，得到 $\sigma_p=A_1 \sigma_{ys} \bar{\rho}^{-2} + (C_2 \bar{\rho}^{-2} + C_1 \bar{\rho} + C_0) \rho_s v^2$ 和 $\sigma_p=A_1 \sigma_{ys} \bar{\rho}^{-2} + B_1 \bar{\rho} \rho_s v^2$ 2个经验公式的拟合误差较小。最终得到规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的 σ_p 关于 v 的经验公式为：

$$\begin{cases} \sigma_p = 0.244 7 \sigma_{ys} \bar{\rho}^{-2} + \\ \quad (3.163 0 \bar{\rho}^{-2} + 0.235 3 \bar{\rho} + 0.008 9) \rho_s v^2 \\ \sigma_p = 0.244 7 \sigma_{ys} \bar{\rho}^{-2} + 0.725 7 \bar{\rho} \rho_s v^2 \end{cases} \quad (9)$$

3.3.2 平台应力与壁厚半径比的关系

Ruan 等^[18]发现，在给定 v 下，二维多孔材料的共面平台应力 σ_p 与壁厚边长比 t/l 呈幂指数函数关系，关系式为：

$$\sigma_p = \sigma_{ys} B (t/l)^k \quad (10)$$

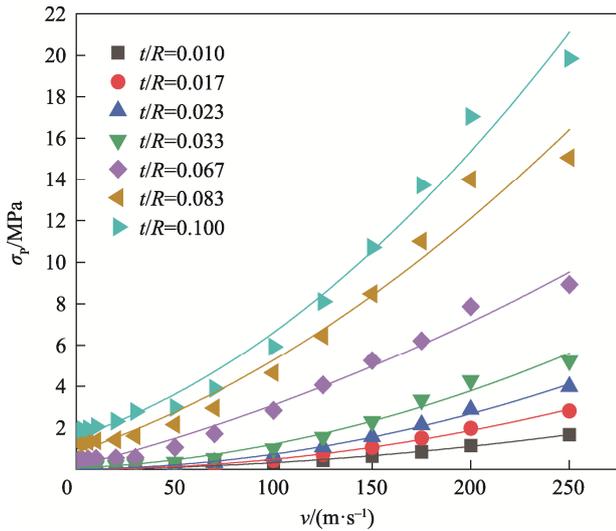


图 11 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的 σ_p - v 关系曲线
Fig.11 σ_p - v curves of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line direction

式中: B 和 k 为关系系数。此公式同时适用于规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的 σ_p 。

基于表 2 中的有限元计算结果, 按照式 (10), 通过最小二乘法拟合出的平台应力与壁厚半径比关系曲线见图 12, 同时也可以得到关系系数 B 和 k 的值, 将其列于表 3 中。

表 3 不同冲击速度下关系系数 B 和 k 的值
Tab.3 Values of B and k at different impact velocities

$v/(m \cdot s^{-1})$	B	k
1	4.97	2.88
3	4.45	2.82
6	4.24	2.79
10	4.88	2.83
30	21.69	3.35
50	1.59	2.18
70	0.86	1.81
100	0.81	1.6
125	0.84	1.48
150	0.96	1.42
175	1.13	1.39
200	1.26	1.34
250	1.13	1.24

3.4 最佳单位体积能量吸收

密实化应变 ε_D 所对应的单位体积能量吸收 e , 称为最佳单位体积能量吸收 e_D 。由于初始应变 ε_0 很小, 近似接近于 0, 再加上密实化应变 ε_D 之前要完成能量吸收, 才不至于发生产品损坏。所以, e_D 近似等于 ε_D 与 σ_p 的乘积。

$$e_D = \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_D} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \approx \sigma_p \varepsilon_D \quad (11)$$

如前所述, 尽管随着冲击速度和壁厚半径比的变化, ε_D 也会发生变化, 但变动范围不大。再根据式 (11), 可知在一定范围内 σ_p 与 v 和 t/R 的关系同样适用于 e_D 。也就是说, 在固定 t/R 下, 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的 e_D 与 v^2 近似呈线性关系; 在 v 固定时, 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的 e_D 与 t/R 呈幂指数函数关系。基于有限元计算结果, 通过最小二乘法拟合, 得到 e_D 与 v 和 t/R 的关系曲线见图 13。

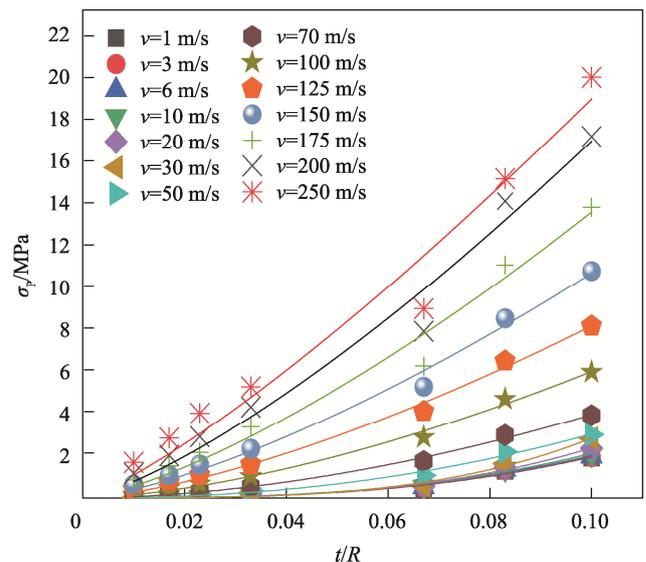
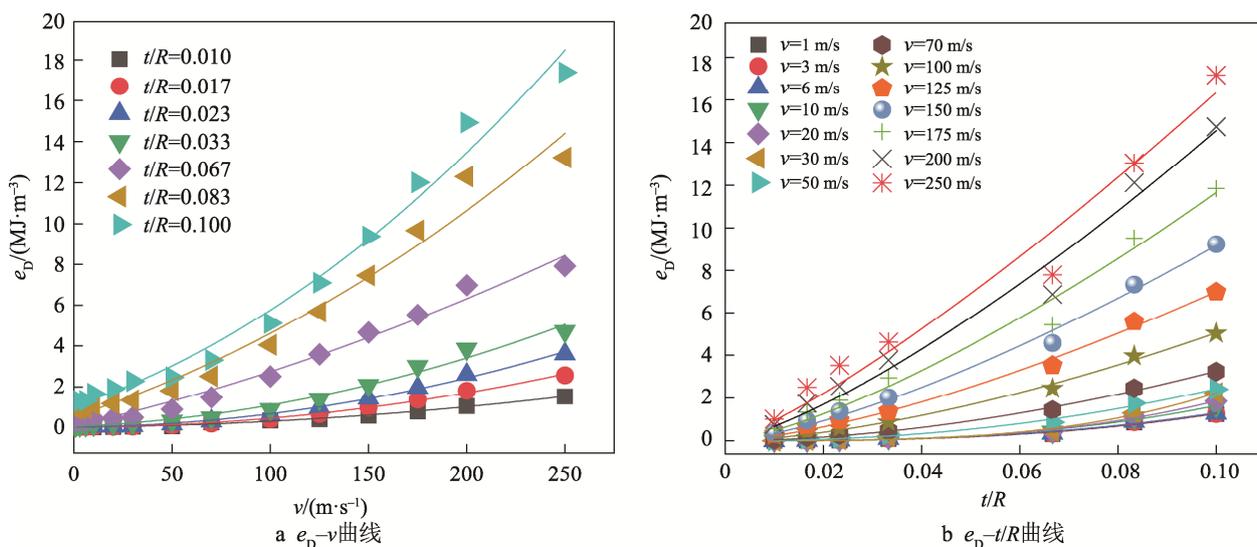


图 12 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的 σ_p - t/R 关系曲线
Fig.12 σ_p - t/R curves of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line direction

根据式 (6) 和 (11), 最终可以得出规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上 e_D 的经验公式为:

$$\begin{cases} e_D = (0.7891 - 0.828 t/R) \sigma_p & v \leq v_{c1} \\ e_D = [(0.8675 - 0.660 1t/R) \\ 0.6609 \times 10^{-3} v] \sigma_p & v_{c1} < v < v_{c2} \\ e_D = (0.9393 - 0.7148 t/R) \sigma_p & v \geq v_{c2} \end{cases} \quad (12)$$

图13 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的 e_D-v 和 e_D-t/R 关系曲线Fig.13 e_D-v and e_D-t/R curves of regularly-arranged circular honeycombs in the diagonal line

4 结语

文中采用有限元分析软件 ANSYS/LS-DYNA 研究了规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的缓冲性能,分析总结了冲击速度和壁厚半径比对其缓冲性能的影响规律,并给出相关经验公式,具体结论如下。

1) 规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的类静态变形模式是沿主对角线坍塌并向两侧扩展;过渡态变形模式表现为“V”形坍塌,随后底部发生变形;动态变形模式为稳定的“一”字形坍塌。

2) 低速和高速冲击下,规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的密实化应变只与壁厚半径比有关;在中速冲击下,密实化应变同时受冲击速度和壁厚半径比的影响。在中速过渡变形模式下,在给定冲击速度下,密实化应变与壁厚半径比呈线性关系;在给定壁厚半径比下,密实化应变也与冲击速度呈线性关系。

3) 给定壁厚半径比情况下,规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的平台应力(最佳单位体积能量吸收)与冲击速度的平方呈线性关系;给定冲击速度下,规则排列圆形蜂窝共面对角线方向上的平台应力(最佳单位体积能量吸收)与壁厚半径比呈幂指数函数关系。

参考文献:

- [1] 张金山, 乔及森, 孔海勇, 等. 铝圆管蜂窝材料制备及其准静态压缩性能研究[J]. 机械工程学报, 2020, 56(16): 78-83.
ZHANG Jin-shan, QIAO Ji-sen, KONG Hai-yong, et al. Fabrication and Quasi-Static Compression Performance of Aluminum Circular Honeycomb[J]. Journal of Me-

chanical Engineering, 2020, 56(16): 78-83.

- [2] 孙玉瑾, 孙德强, 安兴, 等. 圆形蜂窝的异面冲击性能研究[J]. 陕西科技大学学报, 2021, 39(5): 139-145.
SUN Yu-jin, SUN De-qiang, AN Xing, et al. Study on Out-of-Plane Impact Properties of Circular Honeycomb Cores[J]. Journal of Shaanxi University of Science & Technology, 2021, 39(5): 139-145.
- [3] SUN De-qiang. In-Plane Crushing and Energy Absorption Performance of Multi-Layer Regularly Arranged Circular Honeycombs[J]. Composite Structures, 2013, 96: 726-735.
- [4] 安兴. 正多边形填充圆形组合蜂窝异面缓冲性能的研究[D]. 西安: 陕西科技大学, 2021: 1-83.
AN Xing. Research on the Out-of-Plane Dynamic Cushioning Performance of Circular Honeycomb Cores Filled with Regular Polygonal Tubes[D]. Xi'an: Shaanxi University of Science & Technology, 2021: 1-83.
- [5] 孙玉瑾, 孙德强, 谭一, 等. EPE 泡沫填充圆形纸蜂窝异面缓冲性能的试验研究[J]. 包装工程, 2020, 41(13): 82-89.
SUN Yu-jin, SUN De-qiang, TAN Yi, et al. Experimental Study on the Out-of-Plane Cushioning Performance of Circular Paper Honeycomb Filled with EPE Foam[J]. Packaging Engineering, 2020, 41(13): 82-89.
- [6] 孙德强, 焦思涵, 孙玉瑾, 等. 圆形蜂窝结构异面冲击性能研究[J]. 包装工程, 2021, 42(11): 143-149.
SUN De-qiang, JIAO Si-han, SUN Yu-jin, et al. Out-of-Plane Impact Performance of Circular Honeycombs[J]. Packaging Engineering, 2021, 42(11): 143-149.
- [7] 付春英, 罗显洲, 孙德强. 圆形蜂窝共面冲击力学性

- 能[J]. 包装工程, 2016, 37(19): 27-32.
- FU Chun-ying, LUO Xian-zhou, SUN De-qiang. In-Plane Dynamic Mechanics of Circular Honeycomb Cores[J]. Packaging Engineering, 2016, 37(19): 27-32.
- [8] YANG Xian-feng. In-Plane Dynamic Crushing of a Novel Circular-Celled Honeycomb Nested with Petal-Shaped Mesostructure[J]. Composite Structures, 2019, 226: 111219.
- [9] ALOMAR Z, CONCLI F. Compressive Behavior Assessment of a Newly Developed Circular Cell-Based Lattice Structure[J]. Materials & Design, 2021, 205: 109716.
- [10] WU He-xiang, et al. In-Plane Crushing Behavior of Density Graded Cross-Circular Honeycombs with Zero Poisson's Ratio[J]. Thin-Walled Structures, 2020, 151: 106767.
- [11] GOTKHINDI T P. In-Plane Elastic Responses of Circular Cell Honeycombs and Bundled Circular Tubes in a Diamond Array Structure[J]. Composite Structures, 2015, 134: 311-330.
- [12] PAPKA S D, et al. Biaxial Crushing of Honeycombs[J]. International Journal of Solids and Structures, 1999, 36(29): 4367-4396.
- [13] CHUNG J, WAAS A M. Elastic Imperfection Sensitivity of Hexagonally Packed Circular-Cell Honeycombs[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2002, 458(2028): 2851-2868.
- [14] LIN Ting-chun, et al. Creep-Rupturing of Elliptical and Circular Cell Honeycombs[J]. Composite Structures, 2013, 106: 799-805.
- [15] SUN De-qiang, LI Guo-zhi, SUN Yu-jin. The In-Plane Crashworthiness of Multi-Layer Regularly Arranged Circular Honeycombs[J]. Science Progress, 2020, 103(1): 36850419879028.
- [16] REID S R. Dynamic Uniaxial Crushing of Wood[J]. International Journal of Impact Engineering, 1997, 19(5/6): 531-570.
- [17] QIU X M. Collapse of Periodic Planar Lattices under Uniaxial Compression, Part II: Dynamic Crushing Based on Finite Element Simulation[J]. International Journal of Impact Engineering, 2009, 36(10/11): 1231-1241.
- [18] RUAN D. In-Plane Dynamic Crushing of Honeycombs—A Finite Element Study[J]. International Journal of Impact Engineering, 2003, 28(2): 161-182.

责任编辑: 曾钰婵