

图文信息技术

基于可分离字典的稀疏和低秩表示图像去噪

张雷, 刘丛

(上海理工大学, 上海 200093)

摘要: **目的** 为了有效去除图像中的椒盐噪声, 提高图像质量。**方法** 文中将可分离字典和低秩表示结合, 提出基于可分离字典的稀疏和低秩表示算法 (SLRR-SD)。首先, 使用可分离字典代替传统的过完备字典可分离字典可以对二维图像直接表示。其次, 使用 Frobenius 范数对分离字典进行约束以挖掘字典内部的低秩性。此外, 为了挖掘图像内部的稀疏结构, 对表示系数使用稀疏约束进一步提升表示的有效性。**结果** 提出的算法在噪声强度为 5%、10%、20% 和 30% 下, PSNR/FSIM 的平均值分别为 32.736/0.975、29.769/0.957、29.295/0.951 和 26.768/0.921。**结论** 文中算法保留了相邻列之间的相关性, 并且可分离字典优化过程也降低了计算负担。实验结果表明, 该算法在保留原图像信息的同时能更好地完成去噪任务。**关键词:** 图像去噪; 低秩表示; 稀疏表示; 可分离字典学习

中图分类号: TP391.4 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2022)21-0153-09

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2022.21.020

Sparse and Low-rank Representation with Separable Dictionary for Image Denoising

ZHANG Lei, LIU Cong

(University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

ABSTRACT: The work aims to effectively remove the salt and pepper noise in the image and improve the image quality. Separable dictionary and low-rank representation were combined to propose a sparse and low-rank representation with separable dictionary for image denoising (SLRR-SD). Firstly, the traditional overcomplete dictionary was replaced by a separable dictionary, which could directly represent two-dimensional images. Secondly, the Frobenius norm was used to separate dictionary constraints to mine the low-rankness inside the dictionary. In addition, in order to mine the sparse structure inside the image, the effectiveness of the representation was further improved by sparse constraints on the representation coefficients. The mean values of PSNR and FSIM of the proposed algorithm at 5%, 10%, 20% and 30% noise intensity were 32.736/0.975, 29.769/0.957, 29.295/0.951 and 26.768/0.921, respectively. The algorithm proposed preserves the correlation between adjacent columns. The optimization process of separable dictionary also reduces the computational burden. The experimental results show that the algorithm can better complete the denoising task while retaining the original image information.

KEY WORDS: image denoising; low-rank representation; sparse representation; separable dictionary learning

在图像采集、传输等过程中, 由于采集设备和传感设备的影响, 不可避免地会产生噪声图像。这严重影响了图像分割、图像识别等后续的图像解译工作^[1]。图像

质量的下降会影响人们对图像的视觉观察效果, 同时后续也会阻碍对图像提取有用的信息^[2]。图像去噪是一种基本的图像处理技术, 其通过对噪声图像处理以

收稿日期: 2021-12-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61703278)

作者简介: 张雷 (1997—), 男, 硕士生, 主攻图像处理。

通信作者: 刘丛 (1983—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为计算智能、模式识别和图像处理。

恢复原始的清晰图像。该技术广泛地应用于图像处理、信号处理以及计算机视觉等诸多领域。

传统的图像去噪研究利用图像的先验信息进行去噪,如梯度模型^[3]、低秩模型^[4]和稀疏模型^[5]。在稀疏表示去噪中,原始图像通过一个过完备字典和一组稀疏系数矩阵的线性组合映射到低维空间以去除噪声。在该模型中,每个子图像都是独立的,没有考虑到相似子图像间的相关性。针对该问题,低秩表示(LRR)^[6-7]可以挖掘不同系数之间的相关性。LRR将整个图像分为多个子向量,每个子向量对应一个系数,并对系数矩阵添加低秩约束以更好地捕捉数据的全局结构。LRR在图像去噪中获得了成功,但其自身仍存在问题。首先,它在去噪过程中仍然将整个图像划分为多个图像块或者向量操作,不可避免地会带来巨大的计算量。其次,该模型通常将图像自身作为字典而缺乏有效的字典表示。针对上述问题,Bahri等^[8-9]采用了一种具有Kronecker结构的低秩可分离字典(SeDiL)。一方面,低秩可分离字典可以克服LRR中无结构良好的字典的问题,可以很好地反映整幅图像的低秩性。另一方面,在文献[8-9]中,它可以出色地完成高水平噪声下的去噪任务。针对该改进,文中进一步结合可分离字典的学习和低秩表示的优点,设计了一种高效的去噪模型以应对高强度噪声图像去噪,称为基于可分离字典的稀疏和低秩表示(SLRR-SD)。该模型首先使用可分离字典代替LRR中的过完备字典,以解决LRR无法寻找合适字典的问题。其次,使用Frobenius范数对2个分离字典约束,以寻找字典内部的低秩性。进一步,受Zhang提出的结构化低秩表示(SLRR)^[10-11]的启发,为了获得更有效的表示,使用SLRR以增加系数矩阵的稀疏性。大量的实验结果表明,提出的算法在面对高强度噪声时,获得了较好的去噪效果。

1 相关工作

1.1 低秩表示

给定一组数据向量 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$,可以通过字典 $A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ 中的基的线性组合来表示:

$$\min_{Z, E} \|Z\|_* + \lambda \|E\|_1, \text{ s.t. } X = AZ + E \quad (1)$$

式中: Z 为系数矩阵, $Z = [z_1, z_2, \dots, z_n]$,每个 z_i 是 x_i 的基表示; E 为稀疏噪声矩阵。给定一组从多个子空间中提取的数据向量,与SR不同的是,LRR联合地寻找所有数据的最低秩表示。与SR相比,LRR更擅长捕捉全局信息数据结构,但LRR缺少有效表示的字典,因此图像本身经常被用作字典:

$$\min_{Z, E} \|Z\|_* + \lambda \|E\|_1, \text{ s.t. } X = XZ + E \quad (2)$$

虽然LRR可以在一定程度上缓解SR的行列信息丢失问题,但并没有从根本上解决这个问题。在实际

操作中,图像的表示是从矩阵变为列向量。

1.2 结构化低秩表示

SLRR是LRR的改进模型,它在LRR的基础上增加了稀疏表示来建立新的模型。

$$\min_{Z, E} \|Z\|_* + \lambda \|E\|_1 + \beta \|Z\|_1, \text{ s.t. } X = DZ + E \quad (3)$$

从这个新模型中可以看出,低秩分量揭示了全局信息,而稀疏性决定了图像属于哪一类^[7]。此外,SLRR还提出了一种学习字典的方法,解决了LRR没有较好结构字典的问题。与LRR类似,SLRR仍然不能解决数据的维度问题。

1.3 可分离字典学习

过完备字典应该有一个可分离的结构,因此,它应用2个小的独立字典而不是过完备字典。假设过完备字典是 D ,它可以使用Kronecker积分分解为2个较小的字典 $A \in \mathbb{R}^{m \times a}$ 和 $B \in \mathbb{R}^{n \times b}$:

$$D = B \otimes A \quad (4)$$

式中: $\otimes$ 为Kronecker乘积。给定一个二维信号 $S \in \mathbb{R}^{m \times n}$,它可以表示为:

$$S = AZB^T \quad (5)$$

图1描述了式(5)的视觉分解。 $Z \in \mathbb{R}^{a \times b}$ 代表稀疏表示。 A 和 B 代表2个分离字典。SeDiL可以避免图像在LRR和SLRR中需要从二维矩阵排列成长特征向量的问题,在文献[8-9]中,它可以出色地完成高强度噪声的去噪任务。

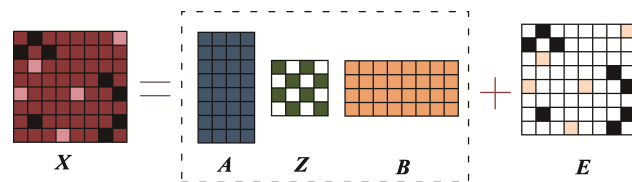


图1 基于可分离字典表示的二维数据

Fig.1 Two-dimensional data based on separable dictionary representation

2 基于可分离字典的稀疏和低秩表示

此节介绍基于可分离字典的稀疏和低秩表示模型。该模型结合了SLRR和SeDiL的优点,能有效地去除高密度的噪声。一方面,对于模型的优化,不仅要考虑某些因素,还要考虑它们之间的相互影响。在弹性网络^[12-14]中, L_1 和 L_2 范数作为联合惩罚项,解决了稀疏性和稳定性之间的平衡问题。压缩感知理论表明,模型解的稀疏性和稳定性是不能同时实现的,因此在模型设计过程中应充分考虑它们之间的相互作用。基于这个思想, L_1 范数和核范数被结合在文中的稀疏和低秩表示模型中。 L_1 范数控制表示系数的稀疏性,而核范数控制其低秩性,使得表示系数更稳健

有效, 恢复结果更好。此外, SLRR-SD 能够将整个图像表示为一个低秩矩阵以克服行和列之间信息丢失的缺点, 并获得有效的全局表示。另一方面, 传统的 K-SVD 方法得到的字典只适用于小图像块, 而不能处理大图像块甚至整幅图像。SLRR-SD 获得的 Kronecker 结构的可分离字典可以很好地解决这个问题, 而且可分离字典具有低秩性, 图像重建能力更强。通过低秩表示和低秩分离字典, 可以使恢复的图像达到理想的低秩。最后, K-SVD 方法需要通过预训练样本来学习字典, 这种方法会带来沉重的计算负担, 而 SLRR-SD 通过在线学习字典很好地克服了这一缺陷。

2.1 模型

LRR-SD 模型见式 (6)。

$$\min_{A,B,Z,E} \alpha \|Z\|_* + \lambda \|E\|_1 + \alpha_2 \|Z\|_1 + \beta \|B \otimes A\|_F, \quad (6)$$

$$\text{s.t. } X = DZ + E$$

其中 α 用于调整低秩系数和可分离字典之间的关系, $Z \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 为表示系数, $E \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 为噪声矩阵, $A \in \mathbb{R}^{m \times r}$ 和 $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 为可分离字典, $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 为观察到的图像为观察到的图像。 λ 用于控制噪声

的影响。这里使用 Schatten-p 范数的性质 (矩阵的 Schatten-p 范数是其奇异值的 l_p 范数) 可以获得 $\|B \otimes A\|_F = \|A\|_p \|B\|_p$, 并据此得到一个松弛上限^[15]

$$\|A\|_F \|B\|_F \leq \frac{\|A\|_F^2 + \|B\|_F^2}{2}。式 (6) 变为:$$

$$\min_{A,B,Z,E} \alpha \|Z\|_* + \lambda \|E\|_1 + \alpha_2 \|Z\|_1 + \frac{1}{2} (\|A\|_F^2 + \|B\|_F^2), \quad (7)$$

$$\text{s.t. } X = AZB^T + E$$

2.2 迭代优化

式 (7) 的近似解很难求得, 因此使用迭代优化来优化这些变量。此外, 式 (7) 是一个非凸函数, 但是在优化一个变量同时固定其他变量时, 它可以转换为凸函数。由于 $\|Z\|_*$ 不能直接求解, 需要用分离变量策略引入 3 个变量 K 、 W 和 T 来代替 Z , 并且增加了一个调节参数 β 来平衡低秩系数和可分离字典:

$$\min_{A,B,Z,K,E} \alpha \|Z\|_* + \lambda \|E\|_1 + \alpha_2 \|W\|_1 + \frac{\beta}{2} (\|A\|_F^2 + \|B\|_F^2), \quad (8)$$

$$\text{s.t. } X = AZB^T + E; Z = W; Z = T, T \geq 0$$

在这里, 使用交替方向乘子法 (ADMM)^[16] 来优化式 (8) 可得:

$$L(A, B, Z, K, W, T, E, Y_1, Y_2, \mu, \mu_k) = \alpha_1 \|Z\|_* + \lambda \|E\|_1 + \alpha_2 \|W\|_1 + \frac{\beta}{2} (\|A\|_F^2 + \|B\|_F^2) + \langle Y_1, X - AKB^T - E \rangle + \langle Y_2, Z - K \rangle + \langle Y_3, Z - W \rangle + \langle Y_4, Z - T \rangle + \frac{\mu}{2} \|X - AKB^T - E\|_F^2 + \frac{\mu_k}{2} (\|Z - K\|_F^2 + \|Z - W\|_F^2 + \|Z - T\|_F^2) \quad (9)$$

如上所述, 当优化一个参数同时固定其他参数时, 式 (9) 的损失函数是凸的。通过交替更新每个参数来优化它, 直到达到收敛。

2.2.1 更新变量 E

假设所有其他参数都是固定的, 通过求解式 (10) 来更新噪声矩阵 E 。

$$\arg \min_E \lambda \|E\|_1 + \frac{\mu}{2} \left\| E - (X - AKB^T + \frac{Y_1}{\mu}) \right\|_F^2 = S_{\lambda/\mu} (X - AKB^T + \frac{Y_1}{\mu}) \quad (10)$$

式中: $S(\cdot)$ 为软阈值收缩算子^[17-18]。

2.2.2 更新变量 A

假设所有其他参数都是固定的, 通过求解式 (11) 来更新可分离字典 A 。

$$\arg \min_A \frac{\beta}{2} \|A\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| X - AKB^T - E + \frac{Y_1}{\mu} \right\|_F^2 \quad (11)$$

通过计算式 (11) 中 A 的偏导数, 可以得到式 (11) 的近似公式 (12)。

$$\mu AKB^T B K^T + \beta A = \mu X B K^T - \mu E B K^T + Y_1 B K^T \Rightarrow A = (\mu(X - E) + Y_1) B K^T (\mu K B^T B K^T + \beta I)^{-1} \quad (12)$$

2.2.3 更新变量 B

假设所有其他参数都是固定的, 通过求解式 (13) 来更新可分离字典 B 。

$$\arg \min_B \frac{\beta}{2} \|B\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| X - AKB^T - E + \frac{Y_1}{\mu} \right\|_F^2 \quad (13)$$

通过计算式 (13) 中 B 的偏导数, 可以得到式 (13) 的近似公式 (14)。

$$\mu B K^T A^T A K + \beta B = \mu X^T A K - \mu E^T A K + Y_1^T A K \Rightarrow B = (\mu(X - E) + Y_1)^T A K (\mu K^T A^T A K + \beta I)^{-1} \quad (14)$$

2.2.4 更新变量 K

假设所有其他参数都是固定的, 通过求解式 (15) 来更新分离变量 K 。

$$\arg \min_K \frac{\mu}{2} \left\| X - AKB^T - E + \frac{Y_1}{\mu} \right\|_F^2 + \frac{\mu_k}{2} \left\| Z - K - \frac{Y_2}{\mu_k} \right\|_F^2 \quad (15)$$

通过计算式 (15) 中 K 的偏导数, 可以得到式 (15) 的近似公式 (16)。

$$-\frac{\mu}{\mu_k} A^T A K B^T B + \mu_k K = A^T [Y_1 + \mu(X - E)] B + \mu_k Z + Y_2 \quad (16)$$

更新式 (16) 中的 K 是一个挑战。其中式 (16)

是 Stein 方程, 可以用离散时间的 Sylvester 方程求解, 如 Hessenberg-Schur 方法。

2.2.5 更新变量 Z

假设所有其他参数都是固定的, 通过求解式 (17) 来更新低秩表示 Z 。

$$\arg \min_Z \alpha_1 \|Z\|_* + \frac{\mu_k}{2} \|Z - M\|_F^2, \text{ where } M = \frac{1}{3}(K + W + T - \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4}{\mu_k}) = D_{\alpha_1 \setminus \mu_k}(M) \quad (17)$$

式中: $D()$ 为奇异值收缩算子^[17-18]。

2.2.6 更新变量 W

固定其他的变量, 通过求解式 (18) 来更新分离变量 W 。

$$\arg \min_W \alpha_2 \|W\|_1 + \frac{\mu}{2} \left\| Z - W + \frac{Y_3}{\mu_k} \right\|_F^2 \quad (18)$$

$$= S_{\alpha_2 \setminus \mu_k}(Z + \frac{Y_3}{\mu_k})$$

2.2.7 更新变量 T

固定其他的变量, 通过求解式 (19) 来更新分离变量 T 。

$$T = Z + \frac{Y_4}{\mu_k}, T = \max(T, 0) \quad (19)$$

3 实验及结果分析

3.1 实验设置

3.1.1 数据集

1) 基准图像, 即 Facade 图像^[19]。这幅画具有鲜明的特征, 如黑色的十字架、窗户, 以及用墙纹装饰的窗户中的物体。

2) Berkeley Segmentation 数据集^[20]。它由 300 张图像组成, 用于灰度和颜色分割。

3) Set 12 数据集。该数据集包含 12 幅图像处理中应用最广泛的灰度图像, 如 Lena、House、Parrot 等。文中测试了 3 个数据集的 100 多张图像, 这里只应用了 8 张测试图像来展示去噪结果, 见图 2, 分别为 Façade (202×194)、Flower (321×481)、Bear (481×321)、Ostrich (481×321)、Lena (128×128)、Barbara (256×256)、House (256×256)、Parrot (256×256)。

3.1.2 对比方法

文中将 2 个去噪模型与 6 种相关的方法进行比较。前 3 种比较方法是基于不同的字典^[21], 包括 K-SVD 字典 (K-SVD)、DCT 字典 (DCT) 和全局字典 (Global); 第 4 个比较方法是最小权重核范数 (WNNM)^[22], 其中奇异值被赋予不同的权重; 第 5

种比较方法是稳健主成分分析 (RPCA)^[23]; 第 6 种比较方法是鲁棒非线性矩阵分解的鲁棒非线性分解方法 (SNLMF)^[24]。



图 2 测试图像
Fig.2 Test images

3.1.3 参数设置

在实验中, 使用椒盐 (Laplacian) 噪声, 噪声强度设置为 5%、10%、20% 和 30%。在 SLRR-SD 中, 当噪声强度为 5% 和 10% 时, α_1 和 α_2 的值均设置为 1×10^{-6} 。当噪声强度为 20% 和 30% 时, α_1 和 α_2 的值均设置为 1×10^{-4} 。 λ 的值在所有噪声强度下均设置为 $\sqrt{\max(m, n)}$ 。

3.1.4 对比定量

峰值信噪比 (PSNR)^[25]可以衡量恢复图像的平滑度, 而特征相似度指数 (FSIM, 彩色图像为 FSIMc)^[26]可以衡量恢复图像的特征信息。

3.2 视觉及定量对比

在 3 个数据集 (Facade 图像、Berkeley Segmentation 数据集和 Set 12 数据集) 上的实验结果如图 4 所示。在实验中使用了 4 种噪声强度, 噪声强度 5% 用于模拟低强度噪声损伤, 噪声强度 10% 和 20% 用于模拟中度破坏, 噪声强度 30% 用于模拟严重破坏。

3.2.1 基准 Façade 图像

现在分析在 Façade 图像上通过不同方法获得的去噪结果。在噪声强度 5%、10%、20% 和 30% 下, 定量结果分别显示在表 1、表 2、表 3 和表 4 的第 1 列中。从表 1—4 中可以看出, 所提出的 SLRR-SD 表现出最好的性能。在表 4 中, 其他模型在数值上与文中算法有很大的差距。

在噪声强度 10% 和 30% 下的视觉结果如图 3 和图 4 的第 1 行所示。从图 3 中可以看出, 大多数比较方法都能很好地恢复图像, 噪声去除比较干净并保留了图像的大部分信息。DCT、K-SVD、Global 和 WNNM 得到的去噪结果严重丢失了图像的原始信息, 如建筑物上的黑色十字、窗户上的物体和墙上的线条, 而提出的 SLRR-SD 可以更好地恢复原始信息, 它保留了建筑外墙的这些特点。



图 3 噪声强度为 10%的去噪结果
Fig.3 Denoising results for 10% noise intensity

3.2.2 Berkeley Segmentation 数据集

在噪声强度为 5%、10%、20%和 30%下, 定量结果分别见表 1、表 2、表 3 和表 4 的第 2、3、4 列中。从表 1—4 中可以看到提出的 SLRR-SD 在所有噪声强度下仍然获得了 3 图像的最高测量值。在表 4 中, 其他模型在数值上与文中法有很大的差距。

在噪声强度为 10%和 30%下的视觉结果如图 3 和图 4 的第 2、3、4 行所示。图 3 中的大多数方法都可以很好地恢复这 3 个图像的原始信息。在噪声强度为 30%下, 大部分比较方法都丢失了花瓣、花瓣上的

线条和中心花蕊的细节。熊头部和周围杂草的轮廓已经模糊, 有些甚至看不到杂草。鸵鸟的眼睛和嘴巴已经变形或以其他方式丢失, 并且背景噪声也没有完全消除。这表明在高强度噪声条件下, 文中算法在保留原图像信息的同时能够很好地完成去噪任务。

3.2.3 Set 12 数据集

在噪声强度为 5%、10%、20%和 30%下, 定量结果分别显示在表 1、表 2、表 3 和表 4 的第 1、2、3、4 列中。提出的 SLRR-SD 在所有表中的值依然是最高的。



图 4 噪声强度为 30%的去噪结果
Fig.4 Denoising results for 30% noise intensity

表 1 噪声强度为 5%的 PSNR/FSIM 值
Tab.1 Values of PSNR/FSIM for 5% noise intensity

方法	Facade	Flower	Bear	Ostrich	Lena	Barbara	House	Parrot
DCT	19.867/0.574	23.218/0.794	19.696/0.827	26.087/0.847	19.265/0.699	19.190/0.661	22.064/0.746	21.300/0.815
KSVD	19.884/0.581	23.263/0.796	19.925/0.828	26.130/0.849	19.366/0.702	19.348/0.661	22.122/0.749	21.356/0.816
Global	20.005/0.576	23.263/0.796	19.925/0.829	26.130/0.849	19.377/0.703	19.348/0.663	22.128/0.749	21.371/0.817
WNNM	24.688/0.825	25.658/0.873	24.040/0.937	23.729/0.859	25.978/0.882	27.455/0.904	29.067/0.872	26.642/0.901
RPCA	33.370/0.979	30.293/0.970	24.391/0.968	33.103/0.976	25.964/0.938	28.260/0.950	33.113/0.968	27.799/0.956
RNLMF	33.362/0.979	31.114/0.972	24.866/0.963	33.561/0.968	27.870/0.947	30.753/0.965	34.487/0.971	30.415/0.945
SLRR-SD	33.881/0.980	32.753/0.981	36.093/0.979	33.625/0.978	28.486/0.956	31.198/0.975	35.401/0.980	30.533/0.970

表 2 噪声强度为 10% 的 PSNR/FSIM 值
Tab.2 Values of PSNR/FSIM for 10% noise intensity

方法	Facade	Flower	Bear	Ostrich	Lena	Barbara	House	Parrot
DCT	21.888/0.679	22.650/0.792	19.221/0.819	26.020/0.839	21.004/0.757	19.854/0.685	23.892/0.795	23.812/0.851
KSVD	22.310/0.707	22.705/0.794	20.035/0.820	26.392/0.840	21.701/0.777	20.567/0.698	23.848/0.807	23.610/0.859
Global	22.590/0.701	22.707/0.794	19.549/0.820	27.029/0.839	21.623/0.778	20.270/0.689	25.401/0.807	23.835/0.854
WNNM	24.400/0.788	24.459/0.846	20.638/0.829	22.615/0.867	23.956/0.843	25.725/0.873	28.577/0.859	25.997/0.886
RPCA	31.244/0.966	28.828/0.955	19.242/0.910	31.513/0.965	24.220/0.905	25.810/0.921	30.701/0.946	26.149/0.938
RNLMF	31.502/0.968	28.994/0.955	23.423/0.952	31.782/0.966	25.409/0.910	27.446/0.934	30.853/0.943	27.991/0.932
SLRR-SD	31.851/0.969	29.536/0.964	28.287/0.970	31.934/0.967	26.345/0.928	27.927/0.945	33.633/0.963	28.641/0.949

表 3 噪声强度为 20% 的 PSNR/FSIM 值
Tab.3 Values of PSNR/FSIM for 20% noise intensity

方法	Facade	Flower	Bear	Ostrich	Lena	Barbara	House	Parrot
DCT	19.859/0.592	21.763/0.782	20.114/0.802	25.893/0.822	18.887/0.701	19.913/0.663	22.181/0.749	20.980/0.810
KSVD	19.948/0.599	21.782/0.783	20.119/0.802	25.977/0.822	18.979/0.705	19.959/0.666	22.254/0.752	21.071/0.811
Global	19.898/0.596	21.782/0.783	20.113/0.801	25.969/0.822	18.973/0.705	19.959/0.666	22.263/0.753	21.121/0.812
WNNM	22.571/0.722	23.674/0.817	18.716/0.813	23.242/0.848	21.410/0.801	22.675/0.825	25.376/0.830	22.192/0.850
RPCA	26.696/0.937	26.180/0.916	21.346/0.935	28.930/0.941	22.275/0.856	23.601/0.873	26.268/0.887	24.109/0.896
RNLMF	27.446/0.932	26.265/0.911	22.064/0.920	29.066/0.923	22.350/0.851	24.177/0.886	26.693/0.890	22.475/0.844
SLRR-SD	28.637/0.942	27.236/0.933	27.699/0.939	29.979/0.948	23.276/0.876	24.334/0.897	27.677/0.923	25.304/0.914

表 4 噪声强度为 30% 的 PSNR/FSIM 值
Tab.4 Values of PSNR/FSIM for 30% noise intensity

方法	Facade	Flower	Bear	Ostrich	Lena	Barbara	House	Parrot
DCT	19.541/0.600	21.031/0.778	14.932/0.783	24.916/0.795	18.643/0.718	19.449/0.655	21.583/0.749	17.156/0.797
KSVD	19.866/0.607	20.915/0.778	14.284/0.782	24.890/0.792	18.029/0.719	19.213/0.660	21.948/0.750	18.786/0.798
Global	19.900/0.607	20.913/0.778	18.547/0.779	24.849/0.793	19.268/0.733	19.052/0.662	22.234/0.754	18.062/0.801
WNNM	20.400/0.638	20.375/0.778	17.147/0.801	21.411/0.833	20.607/0.788	20.049/0.782	23.691/0.803	21.508/0.829
RPCA	21.021/0.901	22.964/0.862	19.242/0.910	26.706/0.916	19.529/0.789	21.461/0.819	23.261/0.835	21.862/0.861
RNLMF	23.721/0.883	23.285/0.830	23.666/0.694	26.930/0.871	19.788/0.785	21.747/0.824	23.323/0.831	22.475/0.844
SLRR-SD	27.281/0.922	25.109/0.896	26.082/0.929	28.210/0.933	21.431/0.832	22.391/0.851	26.113/0.870	23.011/0.880

在噪声强度 10% 和 30% 下的视觉结果如图 3 和图 4 的第 5、6、7、8 行所示。在噪声强度 30% 下, 该数据集数值与视觉的对比更加明显。首先, 在图 4 中, 大多数方法的 Lena 和 Barbara 人物的面部轮廓、头发、帽子和围巾完全看不清楚。此外, House 和 Parrot 几乎看不到图像的轮廓, 细节信息完全丢失。SLRR-SD 不仅可以保留大致的轮廓结构, 还可以恢复一些原始细节, 例如 Lena 的面部结构和 Parrot 的纹理信息。

3.3 收敛分析

SLRR-SD 算法的迭代收敛过程见图 5。误差项 $\|X - AKB^T - E\|_F^2$ 、 $\|Z - K\|_F^2$ 、 $\|Z - W\|_F^2$ 和 $\|Z - T\|_F^2$ 为算法的终止条件。实验中设置最小误差为 1×10^{-6} , SLRR-SD 最终的迭代次数为 84, 说明该算法具有良好的收敛性。

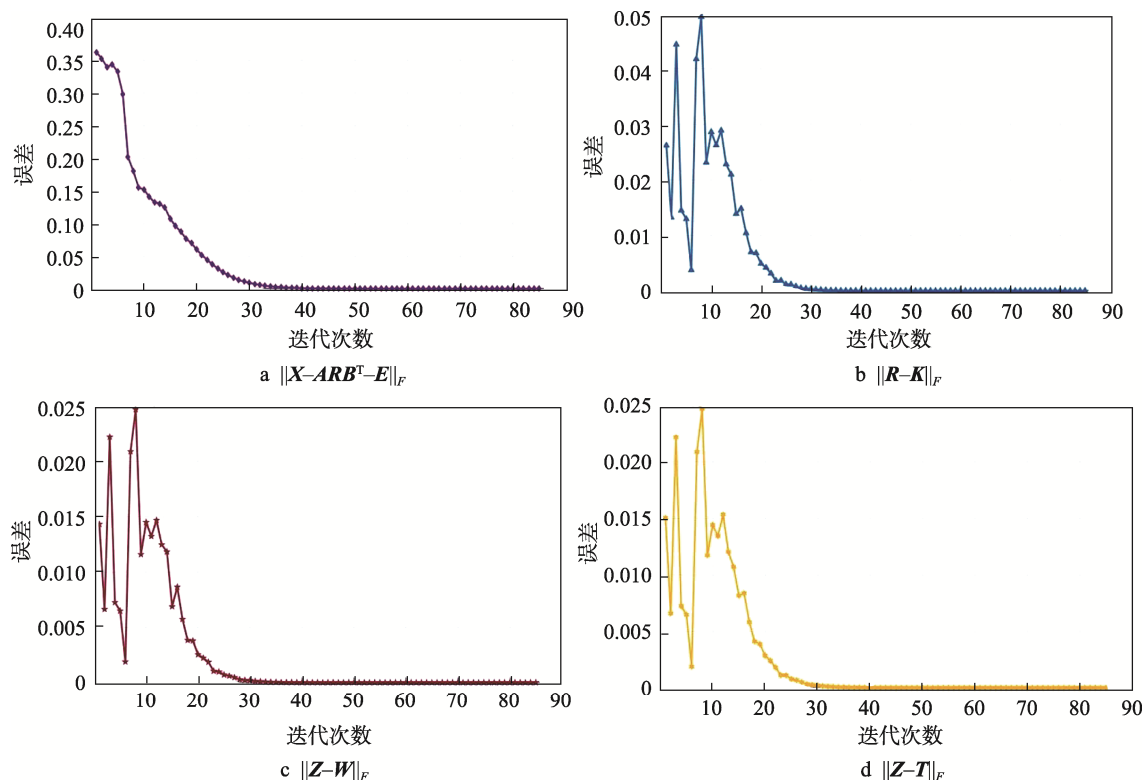


图5 迭代误差
Fig.5 Error of iteration

4 结语

文中提出了基于可分离字典的稀疏和低秩表示算法用于图像去噪。在 SLRR-SD 中, 低秩表示和低秩可分离字典用来提升整幅图像的低秩性。将稀疏表示与低秩表示相结合, 以获得更有效的表示, 进一步增加了整幅图像的低秩性。此外 SLRR-SD 不仅能保留相邻列之间的相关性, 并且它的可分离字典优化过程也降低了计算负担。提出的算法在噪声强度 5%、10%、20%和 30%下的 PSNR/FSIM 的平均值分别为 32.736/0.975、29.769/0.957、29.295/0.951 和 26.768/0.921。仿真实验结果表明, 提出的模型不仅可以消除噪声, 而且可以恢复更多的图像特征信息, 并且在高强度噪声的破坏下 SLRR-SD 依然可以获得良好的恢复效果。在未来的工作中, 将继续深入研究图像去噪领域, 探索高维度、高规模的图像去噪技术。

参考文献:

- [1] 麻祥才, 顾萍, 钱志伟, 等. 基于 HSI 颜色空间噪声检测的彩色图像去噪算法[J]. 包装工程, 2021, 42(3): 270-275.
MA Xiang-cai, GU Ping, QIAN Zhi-wei, et al. Color Image Denoising Algorithm Based on HSI Color Space Noise Detection[J]. Packaging Engineering, 2021, 42(3): 270-275.
- [2] 王晓红, 刘芳, 麻祥才. 基于深度残差学习的彩色图像去噪研究[J]. 包装工程, 2019, 40(17): 235-242.
WANG Xiao-hong, LIU Fang, MA Xiang-cai. Color Image Denoising Based on Depth Residual Learning[J]. Packaging Engineering, 2019, 40(17): 235-242.
- [3] LIU Jing-jing, MA Rui-jie, ZENG Xiao-yang, et al. An Efficient Non-Convex Total Variation Approach for Image Deblurring and Denoising[J]. Applied Mathematics and Computation, 2021, 397: 125977.
- [4] YANG Chen, CHEN Fei. Adaptive Iterative Low-Rank for Real Image Denoising[C]// 2020 IEEE 5th International Conference on Signal and Image Processing (ICSIP), IEEE, 2020.
- [5] MARYAM A, HORRIYEH H, FARIDI M M, et al. Image Denoising Using Sparse Representation and Principal Component Analysis[J]. International Journal of Image and Graphics, 2022, 22(4): 2250033.
- [6] LU Gui-fu, WANG Yong, TANG Gan-yi. Robust Low-Rank Representation with Adaptive Graph Regularization from Clean Data[J]. Applied Intelligence, 2021: 1-11.
- [7] MEHRBANI E, KAHAEI M H, BEHESHTI S A. Tensor Laplacian Regularized Low-Rank Representation for Non-Uniformly Distributed Data Subspace Cluster-

- ing[J]. CoRR, 2021, 64: 1-5.
- [8] BAHRI M, PANAGAKIS Y, ZAFEIRIOU S. Robust Kronecker-Decomposable Component Analysis for Low-Rank Modeling[C]// IEEE International Conference on Computer Vision, 2017: 3372-3381.
- [9] BAHRI M, PANAGAKIS Y, ZAFEIRIOU S. Robust Kronecker Component Analysis[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2019, 41(10): 2365-2379.
- [10] ZHU Qi, ZHANG Rui, HUANG Sheng-jun, et al. LGSRR: Towards Fusing Discriminative Ordinal Local and Global Structured Low-Rank Representation for Image Recognition-ScienceDirect[J]. Information Sciences, 2020, 539: 522-535.
- [11] XU J, WANG F, PENG Q, et al. Modal-Regression-Based Structured Low-Rank Matrix Recovery for Multiview Learning[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2021, 32(3): 1204-1216.
- [12] AMAA B, MHL A, ZYA C. Gene Selection and Classification of Microarray Gene Expression Data Based on A New Adaptive L1-norm Elastic Net Penalty[J]. Informatics in Medicine Unlocked, 2021, 24: 100622.
- [13] AHETO J M K, DUAH H O, AGBADI P, et al. A Predictive Model, and Predictors of Under-Five Child Malaria Prevalence in Ghana: How do LASSO, Ridge and Elastic Net Regression Approaches Compare? [J]. Preventive Medicine Reports, 2021, 23: 101475.
- [14] KEPPLINGER D. Robust Variable Selection and Estimation via Adaptive Elastic Net S-Estimators for Linear Regression[J]. arXiv:2107.03325v2, 2021: 1-51.
- [15] RECHT B, FAZEL M, PARRILO P A. Guaranteed Minimum-rank Solutions of Linear Matrix Equations via Nuclear Norm Minimization[J]. Siam Review, 2010, 52(3): 471-501.
- [16] BOYD S, PARIKH N, CHU E, et al. Distributed Optimization and Statistical Learning via The Alternating Direction Method of Multipliers[J]. Foundations and Trends in Machine Learning, 2010, 3(1): 1-122.
- [17] YANG LIQIAO, KOU K I, MIAO JIFEI. Weighted Truncated Nuclear Norm Regularization for Low-Rank Quaternion Matrix Completion[J]. 2021, 81: 103335.
- [18] LU C, FENG J, CHEN Y, et al. Tensor Robust Principal Component Analysis with a New Tensor Nuclear Norm[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2020, 42(4): 925-938.
- [19] CHEN XI-AI, HAN ZHI, WANG YAO, et al. A General Model for Robust Tensor Factorization with Unknown Noise[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(11): 5380-5393.
- [20] MARTIN D, FOWLKES C, TAL D, et al. A Database of Human Segmented Natural Images and Its Application to Evaluating Segmentation Algorithms and Measuring Ecological Statistics[J]. Proc. 8th Int'l Conf. Computer Vision, 2001, 2: 416-423.
- [21] LEBRUN M, LECLAIRE A. An Implementation and Detailed Analysis of the K-SVD Image Denoising Algorithm[J]. Image Processing on Line, 2012, 2: 96-133.
- [22] GU Shu-hang, ZHANG Lei, ZUO Wang-meng, et al. Weighted Nuclear Norm Minimization with Application to Image Denoising[C]// 2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2014.
- [23] CANDES E J, LI XIAODONG, MA YI, et al. Robust Principal Component Analysis?[J] Journal of the ACM, 2011, 58(3): 1-37.
- [24] FAN Ji-cong, YANG Cheng-run, UDELL M. Robust Non-Linear Matrix Factorization for Dictionary Learning, Denoising, and Clustering[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021(69): 1755-1770.
- [25] MOHAMMADI P, EBRAHIMI-MOGHADAM A, SHIRANI S. Subjective and Objective Quality Assessment of Image: A Survey[J]. Zte Communications, 2019, 17(1): 42-51.
- [26] ZHANG L, ZHANG L, MOU X, et al. FSIM: A Feature Similarity Index for Image Quality Assessment[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(8): 2378-2386.

责任编辑: 曾钰婵