

## 基于自动包装码垛技术的码垛机器人研究

朱洪雷<sup>1</sup>, 代慧<sup>2</sup>, 罗隆<sup>1</sup>

(1. 广州工程技术职业学院, 广州 510925; 2. 广州番禺职业技术学院, 广州 511483)

**摘要:** **目的** 为了更全面地了解码垛机器人的使用性能, 使其更好地应用于工程实践中, 对其动力学进行理论及仿真分析。**方法** 采用第 2 类 Lagrange 方程对工业码垛机器人进行动力学方程计算, 并运用 ADAMS 软件建立工业码垛机器人虚拟样机模型, 考虑负载及关节转动时的摩擦, 依照码垛机器人的循环工作流程进行仿真分析。**结果** 得出了码垛机器人的动力学方程组, 码垛机器人的动力学方程与机器人的负载、部件的结构质量、运动时的加速度等具有正相关关系。仿真得到了机器人工作过程中各个关节的受力曲线图, 各关节所需驱动力及力矩随着负载的增加及末端执行器的位置变化而不断增加和变化。**结论** 仿真结果验证了动力学理论分析的正确性, 为工业码垛机器人的驱动部件的选型及控制系统的设计提供了有效的理论依据, 为工业码垛机器人大范围走向工程应用实践提供了有力的技术支持。

**关键词:** 工业码垛机器人; Lagrange 方程; 动力学仿真分析

**中图分类号:** TP246 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2020)13-0231-06

**DOI:** 10.19554/j.cnki.1001-3563.2020.13.033

## Palletizing Robot Based on Automatic Packaging Palletizing Technology

ZHU Hong-lei<sup>1</sup>, DAI hui<sup>2</sup>, LUO Long<sup>1</sup>

(1. Guangzhou Institute of Technology, Guangzhou 510925, China; 2. Guangzhou Panyu Polytechnic, Guangzhou 511483, China)

**ABSTRACT:** The work aims to fully understand the performance of palletizing robot, make it better applied in the engineering practice, and carry out the theoretical and simulation analysis on its dynamics. The second Lagrange equation was used for the dynamic equation of industrial palletizing robot, and the ADAMS software was used to establish the virtual prototype model of industrial palletizing robot. Considering the friction of load and joint rotation, the simulation analysis was carried out according to the cyclic workflow of the palletizing robot. Dynamic equations of the palletizing robot were obtained and had positive correlation with the load of the robot, the structural mass of the parts and the acceleration during the movement. The stress curves of each joint in the working process of the robot were obtained by simulation, and the driving forces and torques required for each joint increased and varied with the increase in the load and the changing position of the end-effector. The simulation results verify the correctness of the theoretical dynamic analysis, providing an effective theoretical basis for the drive components selection of industrial palletizing robot, and a strong technical support for the industrial palletizing robot to move towards the engineering application in a large scale.

**KEY WORDS:** industrial palletizing robot; Lagrange equation; dynamic simulation analysis

随着工业 4.0 时代的到来, 自动包装码垛技术的作用越来越大, 运用自动码垛技术不仅可以减少用人

成本, 而且可以提高工作效率, 实现更大的产值<sup>[1]</sup>。我国现阶段主要靠进口的码垛机器人, 我国自主研发

收稿日期: 2019-08-21

基金项目: 广东省教育厅 2017 年重点平台及科研项目 (2017GKTSCX048)

作者简介: 朱洪雷 (1978—), 男, 硕士, 广州工程技术职业学院讲师, 主要研究方向为机电一体化技术、机器人技术。

的码垛机器人在性能和处理速度等方面与进口码垛机器人相比还存在较大差距<sup>[2]</sup>,因此研发自有的低成本、高性能的码垛机器人将有重要意义。文中主要对基于平行四连杆机构的四自由度码垛机器人进行理论及仿真分析,采用第2类 Lagrange 方程对工业码垛机器人进行动力学方程计算,并运用 ADAMS 软件建立工业码垛机器人虚拟样机模型,考虑负载及关节转动时的摩擦,依照码垛机器人的循环工作流程进行仿真分析,得出码垛机器人在工作过程中各个关节的受力曲线图,验证动力学方程理论分析的正确性。

### 1 平行四连杆码垛机器人基本结构

现有的码垛机器人主要有2种形式:各关节串联的关节式码垛机器人及由水平竖直运动和腰部、腕部旋转组成的圆柱坐标式码垛机器人<sup>[3]</sup>。文中研究的码垛机器人为圆柱坐标式码垛机器人,其结构见图1,主要由基于平行四杆机构的机械臂、底座、腕部旋转机构及腰部旋转机构等组成,所以此码垛机器人由腰部的旋转、水平方向的伸展、竖直方向的俯仰和腕部的旋转4个自由度组成,分别由4个伺服电机驱动来实现其运动,其中,腰部和腕部的旋转分别经行星减速器减速增扭,以达到所需力矩的要求,而水平和竖直运动是由伺服电机经过同步带和滚珠丝杆实现滑座的水平和竖直运动。后大臂、后小臂、前臂及后大臂和后小臂下部的连接板组成平行四边形,从而实现位移的放大功能,其腕部在水平和垂直方向的位移仅与水平滑座和竖直滑座的位移成比例放大关系,便于机器人运动的控制和操作。



图1 工业码垛机器人本体结构  
Fig.1 Body structure of the industrial palletizing robot

### 2 平行四连杆码垛机器人动力学分析

目前用于推导机器人动力学主要有2种方法:牛顿-欧拉方程和 Lagrange 方程,由于 Lagrange 方程在对机器人进行动力学分析过程中不考虑其系统内

力而只通过速度求解系统的总动能与势能,所以比较适合于复杂系统的动力学分析<sup>[4-7]</sup>。Langrange 函数的定义是系统的总动能与总势能之差。

$$L = K - P \tag{1}$$

式中: $L$ 为 Langrange 函数; $K$ 为系统的总动能; $P$ 为系统的总势能。

运用齐次坐标求得连杆*i*上任一点的速度:

$$v = \frac{dr}{dt} = \left( \sum_{j=1}^i \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \dot{q}_j \right)^T r \tag{2}$$

式中: $r$ 为机械手的位置矢量; $T$ 为机械手的变换矩阵; $q$ 为机器人的广义坐标。

考虑各关节的传动动能<sup>[8]</sup>,求得总动能为:

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i Trace \left( \frac{\partial T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \right) \dot{q}_j \dot{q}_k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n I_{ai} \dot{q}_i^2 \tag{3}$$

式中: $I_{ai}$ 为传动件的等效转动惯量; $T_i^T$ 为机械手变换矩阵的转置矩阵; $Trace$ 为矩阵的迹,即为求解矩阵主对角线上各元素之和。

求得系统的总势能为:

$$P = \sum_{i=1}^n (P_i - P_{ai}) \approx \sum_{i=1}^n P_i = - \sum_{i=1}^n m_i g T_i^T r_i \tag{4}$$

根据式(1—4)得到机器人的 Langrange 方程为:

$$T_i = \sum_{j=1}^n D_{ij} \ddot{q}_j + I_{ai} \ddot{q}_i + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n D_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k + D_i \tag{5}$$

式中:

$$D_{ij} = \sum_{p=\max(i,j)}^n Trace \left( \frac{\partial T_p}{\partial q_j} J_p \frac{\partial T_p^T}{\partial q_i} \right) \tag{6}$$

$$D_{ijk} = \sum_{p=\max(i,j,k)}^n Trace \left( \frac{\partial^2 T_p}{\partial q_j \partial q_k} J_p \frac{\partial T_p^T}{\partial q_i} \right) \tag{7}$$

$$D_i = \sum_{p=i}^n -m_p g^T \frac{\partial T_p}{\partial q_i} p \bar{r}_p \tag{8}$$

式中: $D_{ij}$ 为系统惯性量系数; $D_{ijk}$ 为系统向心力和哥氏力系数; $D_i$ 为系统重力项系数。

码垛机器人运动简图见图2,各臂结构尺寸见表1。

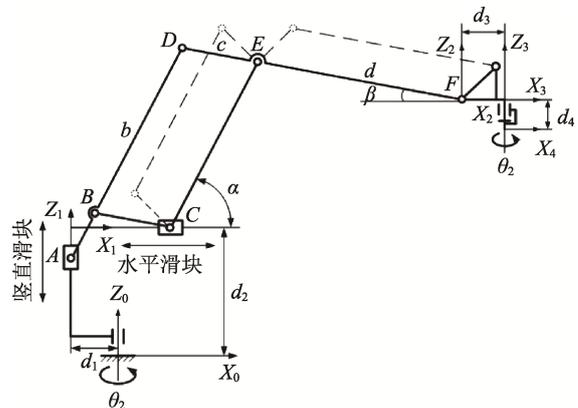


图2 工业码垛机器人运动简图  
Fig.2 Schematic diagram of industrial palletizing robot

表 1 码垛机器人各臂结构尺寸  
Tab.1 Size of arm structure of palletizing robot

杆件	长度/mm
AB	210
BD	1050
CE	1050
BC	250
DE	250
EF	1250

运用广义坐标建立码垛机器人系统的动力学模型，得到各连杆相对于基座坐标系的齐次转换矩阵<sup>[9-11]</sup>见式（9—11）。

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & a \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & a \sin \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$${}^0T_2 = {}^0T_1 {}^1T_2 = \begin{bmatrix} -\cos \theta_1 \sin \alpha & -\cos \theta_1 \cos \alpha & \sin \theta_1 & [(a+b) \cos \alpha + a] \cos \theta_1 \\ -\sin \theta_1 \sin \alpha & -\sin \theta_1 \cos \alpha & -\cos \theta_1 & [(a+b) \cos \alpha + a] \sin \theta_1 \\ \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & -(a+b) \cos \alpha + z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$${}^0T_3 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 = \begin{bmatrix} -\cos \theta_1 \cos \beta & \cos \theta_1 \sin \beta & \sin \theta_1 & [(a+b) \cos \beta - (c+d) \sin(2\alpha - \beta) + a] \cos \theta_1 \\ -\sin \theta_1 \cos \beta & \sin \theta_1 \sin \beta & -\cos \theta_1 & [(a+b) \cos \beta - (c+d) \sin(2\alpha - \beta) + a] \sin \theta_1 \\ -\sin \beta & -\cos \beta & 0 & (c+d) \cos(2\alpha - \beta) - (a+b) \sin \alpha + z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中： $\theta_1$ 为机器人的腰部旋转关节转动角； $\alpha$ 为机器人的后大臂相对于竖直方向的转动角； $\beta$ 为机器人的前臂相对于水平方向的转动角。

根据设计的机器人结构和材料得到，各连杆的质心的坐标矩阵为：

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.068 & 0.377 & 1.04 \\ 0 & -0.108 & -0.913 \\ 0.253 & -0.022 & -0.010 \end{bmatrix} \quad (12)$$

得到各连杆的惯性量系数矩阵：

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ & D_{22} & D_{23} \\ \text{对称} & & D_{33} \end{bmatrix} \quad (13)$$

将各杆的杆长及质量、质心等参数代入式（13）得到：

$$D_{11} = \sum_{p=1}^3 \text{Trace} \left( \frac{\partial T_p}{\partial q_1} J_p \frac{\partial T_p^T}{\partial q_1} \right) = 27.2 \sin^2 \theta_1 + 40.75 \sin^2 \theta_1 \cos^2 \beta + 41.55 \cos^2 \theta_1 \sin^2 \beta$$

$$D_{12} = \sum_{p=2}^3 \text{Trace} \left( \frac{\partial T_p}{\partial q_2} J_p \frac{\partial T_p^T}{\partial q_1} \right) = -12.6 \sin 2\theta_1 \sin 2\alpha$$

$$D_{13} = \text{Trace} \left( \frac{\partial T_3}{\partial q_3} J_p \frac{\partial T_3^T}{\partial q_1} \right) = \begin{bmatrix} 20.375 \sin(2\alpha + \beta) \cos \beta \\ -20.775 \cos(2\alpha + \beta) \sin \beta \end{bmatrix} \sin 2\theta_1$$

$$D_{22} = 45.945 \cos^2 \theta_1 \cos^2 \alpha + 4.445 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \alpha$$

$$D_{23} = 0$$

$$D_{33} = 40.75 \cos^2 \theta_1 \sin^2(2\alpha + \beta) + 41.55 \sin^2 \theta_1 \cos^2(2\alpha + \beta)$$

得到向心力与哥氏力系数矩阵为：

$$D_{ijk} = \begin{bmatrix} D_{i11} & D_{i12} & D_{i13} \\ D_{i21} & D_{i22} & D_{i23} \\ D_{i31} & D_{i32} & D_{i33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{i11} & D_{i12} & D_{i13} \\ & D_{i22} & D_{i23} \\ \text{对称} & & D_{i33} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中： $D_{i11}, D_{i22}, D_{i33}$ 为向心力系数， $D_{111} = [50.1475 - 25.2 \cos^2 \alpha - 41.15 \sin^2 \beta] \sin 2\theta_1$ ， $D_{122} = (20.9725 - 25.2 \cos^2 \alpha) \cdot \sin 2\theta_1$ ， $D_{133} = (20.375 - 41.5 \sin^2 \beta) \sin 2\theta_1$ ， $D_{211} = (2.2275 - 25.2 \cos^2 \theta_1) \sin 2\alpha$ ， $D_{222} = (2.2275 - 25.2 \cos^2 \theta_1) \sin 2\alpha$ ， $D_{233} = 0$ ， $D_{311} = 40.75 \cos^2 \theta_1 \sin(2\alpha + \beta) \cos \beta + 41.55 \sin^2 \theta_1 \cos(2\alpha + \beta) \sin \beta$ ， $D_{322} = 0$ ， $D_{333} = (20.375 - 41.15 \sin^2 \theta_1) \sin(4\alpha + 2\beta)$ ； $D_{i12}, D_{i23}, D_{i13}$ 为哥氏力系数， $D_{112} = -(2.2275 + 20.945 \sin^2 \theta_1) \sin 2\alpha$ ， $D_{113} = -(20.775 - 41.15 \sin^2 \theta_1) \sin 2\beta$ ， $D_{123} = 0$ ， $D_{212} = (2.2275 + 20.745 \cos^2 \alpha) \sin 2\theta_1$ ， $D_{213} = 0$ ， $D_{223} = 0$ ， $D_{312} = 0$ ， $D_{313} = -[20.375 \sin(2\alpha + \beta) \sin \beta + 20.755 \cos(2\alpha + \beta) \cos \beta] \sin 2\theta_1$ ， $D_{323} = 0$ 。

得到重力项系数为：

$$\begin{cases} D_1 = 0 \\ D_2 = [125.386 \sin \varphi + 2.772 \cos \beta - 114 \cdot \cos(2\alpha - \beta)] g \\ D_3 = [39.52 \cos(2\alpha + \beta) - 34.694 \cdot \sin(2\alpha + \beta)] g \end{cases} \quad (15)$$

将各项系数带入 Langrange 动力学方程，得到所设计码垛机器人的动力学方程组为：

$$T_1 = D_{11} \ddot{\theta}_1 + D_{12} \ddot{\alpha} + D_{13} \ddot{\beta} + I_{1(act)} \ddot{\theta}_1 + D_{111} \dot{\theta}_1^2 + D_{122} \dot{\alpha}^2 + D_{133} \dot{\beta}^2 + 2D_{112} \dot{\theta}_1 \dot{\alpha} + 2D_{113} \dot{\theta}_1 \dot{\beta} + 2D_{123} \dot{\alpha} \dot{\beta} + D_1 \quad (16)$$

$$T_2 = D_{21} \ddot{\theta}_1 + D_{22} \ddot{\alpha} + D_{23} \ddot{\beta} + I_{2(act)} \ddot{\theta}_1 + D_{211} \dot{\theta}_1^2 + D_{222} \dot{\alpha}^2 + D_{233} \dot{\beta}^2 + 2D_{212} \dot{\theta}_1 \dot{\alpha} + 2D_{213} \dot{\theta}_1 \dot{\beta} + 2D_{223} \dot{\alpha} \dot{\beta} + D_2 \quad (17)$$

$$T_3 = D_{31} \ddot{\theta}_1 + D_{32} \ddot{\alpha} + D_{33} \ddot{\beta} + I_{3(act)} \ddot{\theta}_1 + D_{311} \dot{\theta}_1^2 + D_{322} \dot{\alpha}^2 + D_{333} \dot{\beta}^2 + 2D_{312} \dot{\theta}_1 \dot{\alpha} + 2D_{313} \dot{\theta}_1 \dot{\beta} + 2D_{323} \dot{\alpha} \dot{\beta} + D_3 \quad (18)$$

式中： $I_{(act)}$ 为各旋转关节的等效转动惯量。

可以看出，码垛机器人的动力学方程与机器人的负载、部件的结构质量、运动时的加速度等有关，由动力学方程可以得到码垛机器人在完成规定运动时各运动轴所需的驱动力大小，可以为机器人的控制系统优化提供理论基础。

### 3 平行四连杆码垛机器人动力学仿真

将本体结构进行简化，去除部分轴承、螺钉等零部件，仅保留机器人的主要部件。将简化后的三维模型导入 ADAMS 软件中进行分析。导入后定义各个零部件的材料属性、质量参数等，并设置工作环境（单位、重力加速度等）。未来进一步简化模型，对不发生相对运动的零件进行布尔操作，合并为一个零件。然后根据码垛机器人的实际运动，添加各部件的运动副，并添加相应的载荷及驱动，从而模拟机器人的真实运动状况。对模型添加了3个驱动：水平滑块水平移动的移动副驱动；竖直滑座沿竖直移动的移动副驱动；底座绕腰部旋转的转动副驱动。

为了使模型更加切合实际，仿真结果更加准确，添加了负载及每个关节的摩擦因数，见图3<sup>[12-15]</sup>。

负载的变化函数为：

$$\text{Step}(\text{time}, 0, 0, 0.5, 50) + \text{Step}(\text{time}, 0.5, 0, 1.0, 1000) + \text{Step}(\text{time}, 3.0, 0, 3.5, -1000) \quad (19)$$

仿真完成后，得到码垛机器人各关节的动力学仿真曲线。

由图4可以看出，在0~0.5s时，机器人是从初始位置运动到目标位置，此时处于空载，所以负载为0；0.5~1.0s的过程中，完成目标物的抓取，所以负载曲线由0变到1kN；1.0~3.0s是从目标物位置到码放位置的转换，此时负载未发生变化，所以机器人载重仍是1kN；3.0~3.5s机器人完成目标物的码放，所以负载由1kN变为0；3.5~5s是机器人返回初始位置的过程，处于空载，所以显示负载为0，至此码垛机器人完成一个作业循环。仿真模拟的工作过程的负载变化与实际工作过程保持一致。

由图5—7可以看出，码垛机器人在作业过程中底座旋转驱动、水平驱动和竖直驱动所需的最大驱动力。在1.5~2.5s和4.0~5.0s时，机器人处于作业过程中的旋转动作，所以需要较大的旋转驱动力矩，因此在图5中会出现大的力矩变化。在码垛机器人的作业过程中，机械臂的水平伸展运动是与腰部旋转运



图3 摩擦因数设定  
Fig.3 Frictional coefficient setting

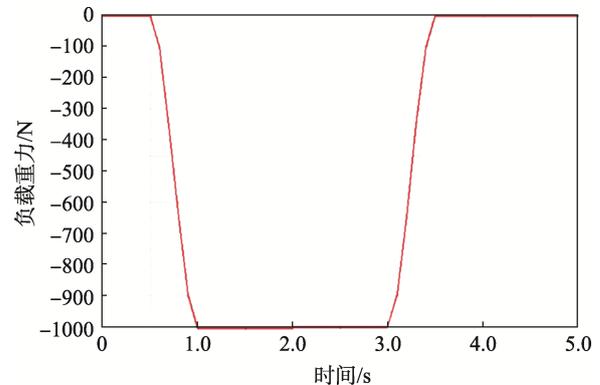


图4 负载曲线  
Fig.4 Load curve

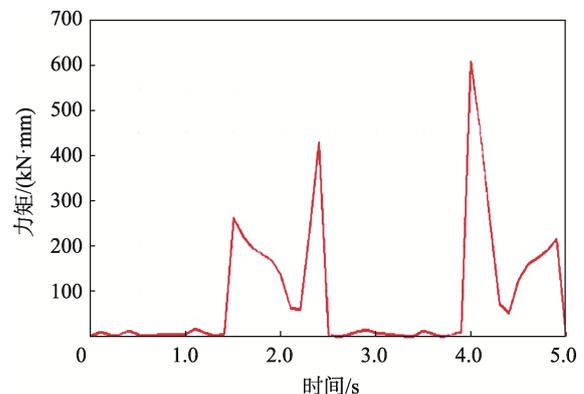


图5 底座旋转力变化曲线  
Fig.5 Change curves of base rotation torque

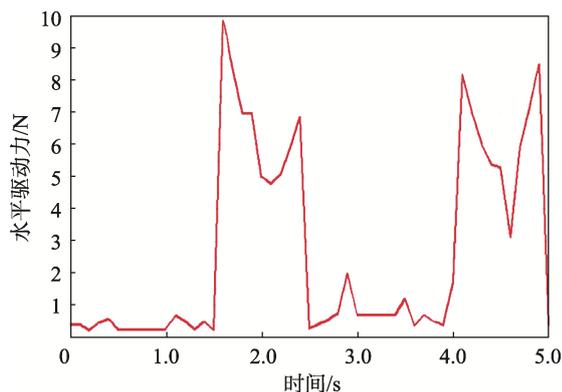


图 6 水平力变化曲线

Fig.6 Change curves of horizontal force

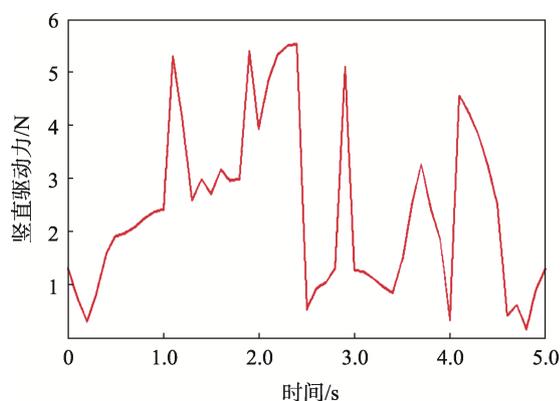


图 7 竖直力变化曲线

Fig.7 Change curves of vertical force

动同时进行的，而机械臂的俯仰运动是时刻在进行的，伴随整个作业过程，所以在 1.5~2.5 s 和 4.0~5.0 s 时段需要较大的水平驱动力矩，而竖直驱动力一直在频繁变换，图 6 和图 7 验证了这一特点。仿真结果验证了第 2 节动力学方程理论分析的正确性，为工业码垛机器人的驱动部件的选型、控制系统的设计、结构优化和性能评价提供了有效的理论依据。

## 4 结语

文中介绍了基于平行四杆机构的圆柱坐标式码垛机器人的基本结构及其特点，运用第 2 类 Lagrange 方程对码垛机器人进行动力学方程推导，得到了机器人各连杆的惯性量系数、向心力与哥氏力系数、重力项系数、总动能与势能方程，最终求得了系统完整的动力学方程组。运用 ADAMS 软件建立了工业码垛机器人虚拟样机模型，考虑负载及关节转动时的摩擦，依照码垛机器人的循环工作流程进行仿真分析，得出了码垛机器人在工作过程中各个关节的受力曲线图，验证了动力学方程理论分析的正确性，为工业码垛机器人的驱动部件的选型、控制系统的设计、结构优化和性能评价提供了有效的理论依据，为工

业码垛机器人大范围走向工程应用实践提供了有力的技术支持。

## 参考文献：

- [1] 胡洪国, 高建华, 杨汝清. 码垛技术综述[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2000(6): 6—9.  
HU Hong-guo, GAO Jian-hua, YANG Ru-qing. The Development of Palletizing Technology[J]. Combination Machine Tools and Automatic Processing Technology, 2000(6): 6—9.
- [2] 李晓刚, 刘晋浩. 码垛机器人的研究与应用现状、问题及对策[J]. 包装工程, 2011, 32(2): 96—102.  
LI Xiao-gang, LIU Jin-hao. Study and Application Situation, Problems and Solutions of Palletizing Robots[J]. Packaging Engineering, 2011, 32(2): 96—102.
- [3] ENIC H. Palletizing Robots Industry[J]. Industrial Robot, 1998, 25(6): 384—388.
- [4] 李小清. 多自由度可控码垛机器人机构的运动分析与仿真[D]. 南宁: 广西大学, 2013: 5.  
LI Xiao-qing. Kinematic Analysis and Simulation of Multi-freedom Palletizing Robot with Controllable Mechanism[D]. Nanning: Guangxi University, 2013: 5.
- [5] HUNT K H. Structural Kinematics of In Parallel-actuated Robot-arms[J]. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1983, 105: 705—712.
- [6] HUNT K H, PRIMROSE E J F. Assemble Configurations of Some In Parallel Actuated Manipulators[J]. Mach. Mech Theory, 1993, 28(1): 31—42.
- [7] 刘善增, 余跃庆, 倡国宁, 等. 3 自由度并联机器人的运动学与动力学分析[J]. 机械工程学报, 2009, 45(8): 11—16.  
LIU Shan-zeng, YU Yue-qing, SI Guo-ning, et al. Kinematic and Dynamic Analysis of a Three-degree-of-freedom Parallel Manipulator[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(8): 11—16.
- [8] 宁凤艳. 码垛机器人动力学建模与滑移模糊控制[J]. 机械设计与研究, 2010, 26(2): 44—47.  
NING Feng-yan. Dynamic Modelling and Sliding-mode Fuzzy Control for Robot Palletizer[J]. Machine Design and Research, 2010, 26(2): 44—47.
- [9] 原焕林, 栾楠. 混联码垛机器人动力学分析与仿真[J]. 机械与电子, 2013(11): 74—76.  
YUAN Huan-lin, RUAN Nan. Hybrid Palletizing Robot Dynamics Analysis and Simulation[J]. Machinery and Electronics, 2013(11): 74—76.
- [10] 管小清, 吕志强. 工业码垛机器人动力学仿真分析与研究[J]. 食品与机械, 2013, 29(1): 149—151.  
GUAN Xiao-qing, LYU Zhi-qiang. Dynamic Simulation Analysis and Research of Industrial Palletizing

- Robot[J]. Food and Machinery, 2013, 29(1): 149—151.
- [11] MERLET J P. Singular Configurations of Parallel Manipulators and Grassmann Geometry[J]. Lecture Notes in Computer Science, 1989, 391: 194—212.
- [12] HODJAT P, MARYAM M, HASSAN Z. Singularity Analysis of Parallel Manipulators Using Constraint Plane Method[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46: 33—43.
- [13] 喻涛, 李文蔚. ADAMS 约束问题讨论[J]. 计算机应用技术, 2004, 34(12): 50—51.  
YU Tao, LI Wen-wei. Discussion of Constraint Questions Based on ADAMS[J]. Computer Application Technology, 2004, 34(12): 50—51.
- [14] 惠记庄, 魏芳胜, 高凯, 等. 基于 ADAMS 的冗余驱动并联机器人动力学仿真研究[J]. 工程设计学报, 2012, 19(5): 362—365.  
HUI Ji-zhuang, WEI Fang-sheng, GAO Kai, et al. Study of Dynamic Simulation of Redundantly Actuated Parallel Robot Based on ADAMS[J]. Journal of Engineering Design, 2012, 19(5): 362—365.
- [15] CHENG H, YIU Y K, LI Z X. Dynamics and Control of Redundantly Actuated Parallel Manipulators[J]. IEEE/ASME Transaction on Mechatronics, 2003, 8(4): 483—491.