

## 转轴轴线可变的 2T1R 并联机构运动模式分析

刘伟<sup>1,2</sup>, 曹亚斌<sup>1,2</sup>

(1.西安工程大学 机电工程学院,西安 710660;2.西安市现代智能纺织装备重点实验室,西安 710660)

**摘要:** **目的** 设计一种可调整包装件姿态的分拣、装箱的并联机器人构型。**方法** 使用位移流形理论综合具有 2T1R 运动模式的并联机构。用旋量理论分析这种新型机构在一般位形下运动模式的自由度特征,并分析其支链驱动副选取的可行性。**结果** 这种新型并联机构能实现具有转动轴线方向可变的 2T1R 运动模式。**结论** 该机构具有的运动模式与设计预期相符,可进行平面的移动和转动轴线变化的一维球面转动。复杂形状的产品在装箱、分拣时,可能需要调整产品的空间姿态,具有转动轴线可变的 2T1R 运动模式的并联机构,可在该工况下进行应用。

**关键词:** 并联机构; 转轴轴线可变; 运动模式

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2020)13-0192-05

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2020.13.027

### Motion Mode of 2T1R Parallel Mechanism with a Variable Rotation Axis

LIU Wei<sup>1,2</sup>, CAO Ya-bin<sup>1,2</sup>

(1.School of Mechanical and Electrical Engineering, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710660, China;  
2.Xi'an Key Laboratory of Modern Intelligent Textile Equipment, Xi'an 710660, China)

**ABSTRACT:** The work aims to design a parallel mechanism which is suitable for the sorting and packaging of the package required to adjust its attitude. In this paper, the parallel mechanism with 2T1R motion mode was synthesized based on the displacement manifold theory. The screw theory was used to analyze the DOF characteristics of the motion mode of this new mechanism in general configuration, and the feasibility of selecting the drive pair of its branched chain was analyzed. The new parallel mechanism could realize the 2T1R motion mode with variable rotation axis. The motion mode of the proposed mechanism is in line with the design expectation, and enables the mechanism to move in a plane and rotate with a variable rotation axis which forms a one-dimensional spherical surface. In packaging and sorting products with complex shape, it may be necessary to adjust the spatial attitude of the products. The parallel mechanism with 2T1R motion mode with variable rotation axis can be applied under this working condition.

**KEY WORDS:** parallel mechanism; variable rotation axis; motion mode

并联机构<sup>[1]</sup>的高刚度、高精度、高速运动的特性,使得其在分拣、抓取、装箱,等包装工业领域有着广泛的应用<sup>[2-3]</sup>。复杂形状的产品在装箱时,可能需要调整产品的空间姿态,机械手具有在平面

内移动,且可在空间进行姿态调整的能力,在上述包装工业生产领域具有一定应用前景。目前存在的具有 2 个移动自由度和 1 个转动自由度的并联机构可分为 2 类:一类是平面并联机构,即具有平面内

收稿日期: 2019-08-09

基金项目: 科技创新平台建设工程/重点实验室建设项目(2019220614SYS021CG043)

作者简介: 刘伟(1985—),男,西安工程大学讲师,主要研究方向为并联机构及机构学。

通信作者: 曹亚斌(1976—),女,博士,西安工程大学讲师,主要研究方向为车辆设计。

的移动和垂直于移动平面的转动自由度，机构具有  $T_x T_y R_z$  运动模式；另外一类，是转动轴线在移动平面之内，机构具有  $T_x T_y R_y$ <sup>[4]</sup> 运动模式。一些学者对这 2 类并联机构进行了综合和分析。KONG<sup>[5]</sup>综合了具有平面运动模式和空间移动模式，即  $T_x T_y R_z$  和  $T_x T_y T_z$  2 种运动模式的并联机构。RUGGIU<sup>[6]</sup>综合了具有  $T_x T_y R_y$  和  $T_x T_y R_z$  这 2 种模式的并联机构。从  $T_x T_y R_y$  运动模式向  $T_x T_y R_z$  运动模式变换，实际上是转动轴线的方向发生了改变。LI<sup>[7]</sup>研究了具有运动分岔的 3T1R 并联机构，实际上也是实现了转动轴线在 2 个方向间的变化。值得一提的是 FANG<sup>[8]</sup>提出的 4-RUC 并联机构也能实现 3 个移动和 1 个转动自由度的并联机构，然而这种并联机构的运动模式既不属于转动轴线分岔的 3T1R 并联机构，也不属于一般的 3T1R 运动，即转动轴线方向是固定的 Schoenflies<sup>[9]</sup>运动。4-RUC 并联机构动平台的运动模式比较特殊，使用 3 个正交的移动副与空间 4R<sup>[10]</sup> 闭环机构进行串联，4R 闭环机构输出构件的运动模式与其相同。在这一研究的启发下，YANG<sup>[11]</sup>提出了具有转动轴线在空间变化的 3T1R 并联机构。闭环空间 4R 球面机构的输出构件具有 1 个转动自由度，这个转动自由度的转动轴线在空间中会发生改变。当 2 个独立的移动副串联一个闭环空间 4R 球面机构，空间 4R 球面机构上输出杆件的运动模式，是一种新型的 2T1R 运动模式。结合现有文献资料，该类型的并联机构较少见。文中使用位移流形理论，设计一种具有 2T1R 转轴轴线空间变换的 3 自由度并联机构。该类型并联机构在平面可进行移动，且可调整位姿，在一些复杂形状的产品装箱时具有一定应用价值。

### 1 并联机构支链设计

能实现 2T1R 型转动轴线空间可变的运动模式的并联机构，其支链中应具有  $T_x$  和  $T_y$  2 个方向的移动自由度。实现转动轴线变化需要不同支链中的 R 副能组成一个空间的 4R 球面机构。球面 4R 机构的 4 个转动副分别分布在 2 条支链上，一般情况下，考虑到支链结构尽可能对称或相似，则一条支链上有 2 个等效于球面 4R 机构中的 2 个转动副。如果支链上具有 3 个空间的转动自由度，支链上的转动副轴线可以在空间任意选取。基于以上的分析，支链结构就有 2 种情况。

1) 第 1 条支链结构为  ${}^x P^y P^{u_1} R^{v_1} R$ ，其中转动副  ${}^{u_1} R$  与  ${}^{v_1} R$  轴线相交于点  $N$ 。第 2 条支链结构为  ${}^x P^y P^N S$ 。第 3 条支链结构为  ${}^x P^y P^z P^{u_2} R^{v_2} R$ 。

2) 第 1 条支链结构为  ${}^x P^y P^z P^{u_1} R^{v_1} R$ 。第 2 条支链结构为  ${}^x P^y P^N S$ 。第 3 条支链结构为  ${}^x P^y P^z P^{u_2} R^{v_2} R$ 。

现以第 1 种情况进行机构综合分析。根据支链 1 结构可得到支链 1 末端的位移流形<sup>[12-13]</sup>可表示为：

$$\{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{R(N, u_1)\} \{R(N, v_1)\} \quad (1)$$

根据支链 2 结构可得到支链 2 末端的位移流形可表示为：

$$\{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{S(N)\} \quad (2)$$

根据支链 3 结构可得到支链 3 末端的位移流形可表示为：

$$\{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{T_1(z)\} \{R(A, u_2)\} \{R(B, v_2)\} \quad (3)$$

3 条支链的位移流形的交集为：

$$\begin{aligned} & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{R(N, u_1)\} \{R(N, v_1)\} \cap \\ & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{S(N)\} \cap \\ & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{T_1(z)\} \{R(A, u_2)\} \{R(B, v_2)\} = \\ & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{R(N, u_1)\} \{R(N, v_1)\} \cap \\ & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{T_1(z)\} \{R(N, u_2)\} \{R(N, v_2)\} = \\ & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{R(N, u_1)\} \{R(N, v_1)\} \cap \\ & \{R(N, u_2)\} \{R(N, v_2)\} \end{aligned} \quad (4)$$

现以第 2 种情况进行机构综合分析。根据支链 1 结构可得到支链 1 末端的位移流形可表示为：

$$\{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{T_1(z)\} \{R(A, u_1)\} \{R(B, v_1)\} \quad (5)$$

根据支链 2 结构可得到支链 2 末端的位移流形可表示为：

$$\{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{S(N)\} \quad (6)$$

根据支链 3 结构可得到支链 3 末端的位移流形可表示为：

$$\{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{T_1(z)\} \{R(C, u_2)\} \{R(D, v_2)\} \quad (7)$$

3 条支链的位移流形的交集为：

$$\begin{aligned} & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{T_1(z)\} \{R(A, u_1)\} \{R(B, v_1)\} \cap \\ & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{S(N)\} \cap \\ & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{T_1(z)\} \{R(C, u_2)\} \{R(D, v_2)\} = \\ & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{T_1(z)\} \{R(N, u_1)\} \{R(N, v_1)\} \cap \\ & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{S(N)\} \cap \\ & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{T_1(z)\} \{R(N, u_2)\} \{R(N, v_2)\} = \\ & \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{R(N, u_1)\} \{R(N, v_1)\} \cap \\ & \{R(N, u_2)\} \{R(N, v_2)\} \end{aligned} \quad (8)$$

式 (4—8) 中位移流形  $\{R(N, u_1)\} \{R(N, v_1)\} \{R(N, u_2)\} \{R(N, v_2)\}$  进行求交运算时，可以把空间球面机构输出连杆的位移流形等同于上述 2 个位移流形的交集。上述 2 个位移流形的生成元分别对应连接连杆和机架的 2 条支链，支链 1 由转动副  $R_{11} R_{12}$  组成，其位移流形为  $\{R(N, u_1)\} \{R(N, v_1)\}$ ，支链 2 由转动副  $R_{21} R_{22}$  组成，其流形为  $\{R(N, u_2)\} \{R(N, v_2)\}$ ，见图 1。连接转动副  $R_{12}$ ， $R_{22}$  的连杆做绕点  $N$  做转轴轴线变化的 1 维转动。

综上所述，上述 2 种情况下综合的并联机构具有转轴轴线可变的 2T1R 运动模式。

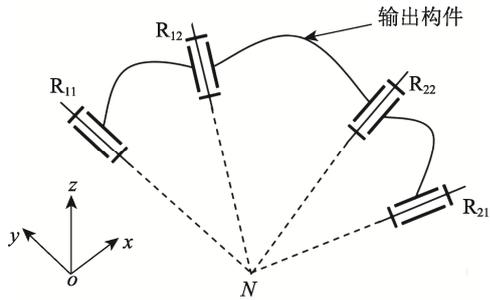


图1 4R空间机构  
Fig.1 4R space Mechanism

## 2 等效机构

文献[14]中对支链结构为  ${}^xP^yP^zP^u{}^2R^v{}^2R$  进行了综合,这些等效机构都可作为第1支链和第3支链。支链结构为  ${}^xP^yP^zN$  的位移流形可表示为:

$$\{T_1(x)\}\{T_1(y)\}\{S(N)\} = \{T_1(x)\}\{T_1(y)\}R\{z\}\{R(N,y)\}\{R(N,x)\} \quad (9)$$

式中:  $\{T_1(x)\}\{T_1(y)\}\{R(z)\}$  为平面位移子群,可以选取对应的等效结构,从得到相应的等效支链。

## 3 转轴轴线可变的2T1R并联机构举例分析

### 3.1 变转轴2T1R并联机构模型

根据支链结构及装配几何关系,可以将3条支链与动平台、定平台一起组装。图2中的1支链  $B_1A_1$  结构为  ${}^yP^xT^yR^uR$ , 移动副  ${}^yT$  与定平台在点  $B_1$  相连接, 转动副  ${}^uR$  与动平台在点  $A_1$  相连接。2支链  $B_2O$  结构为  ${}^yT^xT^A{}^2S$ , 移动副  ${}^yT$  与定平台在点  $B_2$  相连接, 球副  ${}^A{}^2S$  与动平台在点  $A_2$  相连接。3支链  $B_3A_3$  结构为  ${}^zT^xT^yT^u{}^3R^v{}^3R$ , 移动副  ${}^zT$  与定平台在点  $B_3$  相连接, 转动副  ${}^v{}^3R$  与动平台在点  $A_3$  相连接。

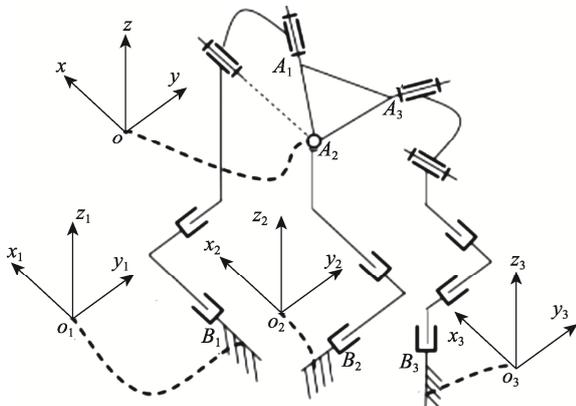


图2 转轴轴线可变的2T1R型并联机构  
Fig.2 2T1R parallel mechanism with variable rotation axis

### 3.2 转轴轴线可变2T1R并联机构自由度分析

如图2所示机构位形,在  $B_i$  点建立坐标系  $B_i-x_iy_iz_i$  图2中,旋量  $\$1_3$  与  $\$1_4$  对应的转轴相交于点  $A_2$ , 其坐标在坐标系  $B_1-x_1y_1z_1$  下为  $(x,y,z)$ 。第1支链在坐标系  $B_1-x_1y_1z_1$  下的运动螺旋可表示为:

$$\begin{aligned} \$1_1 &= (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \$1_2 &= (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\$1_3 = (0\ 1\ 0; -z_2\ 0\ x_2)$$

$$\$1_4 = (l_1\ m_1\ n_1; a_1\ b_1\ c_1)$$

式(10)中:

$$\begin{aligned} a_1 &= n_1y_2 - m_1z_2 \\ b_1 &= l_1z_2 - n_1x_2 \end{aligned} \quad (11)$$

$$c_1 = m_1x_2 - l_1y_2$$

支链1在坐标系  $B_1-x_1y_1z_1$  下的约束反螺旋为:

$$\$11^r = (0\ 0\ 1; y_2 - x_2\ 0) \quad (12)$$

$$\$12^r = (0\ 0\ 0; -n_1\ 0\ l_1)$$

在坐标系  $B_2-x_2y_2z_2$  下,点  $A_2$  在坐标为  $(x_2, y_2, z_2)$ , 支链2的运动螺旋可表示为:

$$\begin{aligned} \$2_1 &= (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \\ \$2_2 &= (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \$2_3 &= (1\ 0\ 0; 0\ z_2 - y_2) \\ \$2_4 &= (0\ 1\ 0; -z_2\ 0\ x_2) \\ \$2_5 &= (0\ 0\ 1; y_2 - x_2\ 0) \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)中的5个运动螺旋线性无关,支链2在坐标系  $B_2-x_2y_2z_2$  下的约束反螺旋为:

$$\$21^r = (0\ 0\ 1; y_2 - x_2\ 0) \quad (14)$$

在  $B_3$  点建立坐标系  $B_3-x_3y_3z_3$ , 在坐标系  $B_3-x_3y_3z_3$  下,点  $A_3$  在坐标为  $(x_3, y_3, z_3)$ , 图2中的第3支链在坐标系  $B_3-x_3y_3z_3$  下的运动螺旋可表示为:

$$\begin{aligned} \$3_1 &= (0\ 0\ 0; 0\ 0\ 1) \\ \$3_2 &= (0\ 0\ 0; 0\ 1\ 0) \\ \$3_3 &= (0\ 0\ 0; 1\ 0\ 0) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\$3_4 = (l_3\ m_3\ 0; a_3\ b_3\ c_3)$$

$$\$3_5 = (p_3\ q_3\ r_3; d_3\ e_3\ f_3)$$

式(15)中:

$$\begin{aligned} a_3 &= -m_3z_3 \\ b_3 &= l_3z_3 \\ c_3 &= m_3x_3 - l_3y_3 \end{aligned} \quad (16)$$

$$d_3 = r_3y_3 - q_3z_3$$

$$e_3 = p_3z_3 - r_3x_3$$

$$f_3 = q_3x_3 - p_3y_3$$

式(15)中的5个运动螺旋线性无关,支链3在坐标系  $B_3-x_3y_3z_3$  下的约束反螺旋为:

$$\$31^r = (0\ 0\ 0; g_3\ h_3\ i_3) \quad (17)$$

式 (17) 中：

$$\begin{aligned} g_3 &= m_3 r_3 \\ h_3 &= -l_3 r_3 \end{aligned} \quad (18)$$

$$i_3 = l_3 q_3 - m_3 p_3$$

结合 3 条支链的约束反旋量，得到约束系反旋量：

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{11}^r &= (0 \ 0 \ 1; y_2 - x_2 \ 0) \\ \mathcal{S}_{12}^r &= (0 \ 0 \ 0; -n_1 \ 0 \ l_1) \\ \mathcal{S}_{21}^r &= (0 \ 0 \ 1; y_2 - x_2 \ 0) \\ \mathcal{S}_{31}^r &= (0 \ 0 \ 0; g_3 \ h_3 \ i_3) \end{aligned} \quad (19)$$

式 (19) 表示 2 个约束力旋量和 2 约束力偶旋量，

力旋量  $\mathcal{S}_{11}^r$  和  $\mathcal{S}_{21}^r$  共轴，力偶旋量  $\mathcal{S}_{12}^r$  和  $\mathcal{S}_{31}^r$  约束了 2 个转动自由度。可知 4 个旋量线性相关，反旋量系秩为 3， $v=1$ 。

采用修正的 Kutzbach-Grübler 公式计算机构自由度<sup>[15]</sup>：

$$M = 6(n - g - 1) + \sum f_i + v \quad (20)$$

式中： $M$  为机构的自由度； $n$  为机构构件总数； $g$  为机构的运动副数； $f_i$  为第  $i$  个运动副的自由度数； $v$  为冗余约束数。

$$M = 6(11 - 12 - 1) + 14 + 1 = 3 \quad (21)$$

3 个支链分别约束了动平台沿  $z$  轴的移动和沿力偶旋量  $\mathcal{S}_{12}^r$  和  $\mathcal{S}_{31}^r$  轴线的转动，即并联机构在图 2 位形下具有沿  $x, y$  轴的移动和一个转动自由度，该转动自由度转动轴线垂直于力偶旋量  $\mathcal{S}_{12}^r$  和  $\mathcal{S}_{31}^r$  的轴线。力偶旋量  $\mathcal{S}_{12}^r$  和  $\mathcal{S}_{31}^r$  的轴线都会由于动平台转动而发生改变，因而该转动自由度的转动轴线也会发生变化。

### 3.3 支链中驱动副的选取合理性分析

一般情况下驱动副应布置在定平台上，或与定平台尽可能靠近，因而，可选取支链 1 和支链 2 中与定平台直接连接的移动副为驱动副，支链 3 中选取连接 2 个球副的移动副为驱动副。并联机构驱动副选取的合理性，可以通过计算锁定支链中驱动副后机构的自由度来验证。当锁定支链中驱动副后机构自由度为 0，则说明驱动副选取正确；否则说明驱动副选取错误。

在图 3 所示机构一般位形下，锁定图 3 中虚线圆环所包含的支链 1, 2, 3 中的驱动副。

在  $B_i$  点建立坐标系  $B_i-x_i y_i z_i$ ，图 3 中的第 1 支链在坐标系  $B_1-x_1 y_1 z_1$  下的运动螺旋可表示为：

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{12} &= (0 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{13} &= (0 \ 1 \ 0; -z_2 \ 0 \ x_2) \\ \mathcal{S}_{14} &= (l_1 \ m_1 \ n_1; a_1 \ b_1 \ c_1) \end{aligned} \quad (22)$$

式 (22) 中：

$$\begin{aligned} a_1 &= n_1 \cdot y_2 - m_1 \cdot z_2 \\ b_1 &= l_1 \cdot z_2 - n_1 \cdot x_2 \\ c_1 &= m_1 \cdot x_2 - l_1 \cdot y_2 \end{aligned} \quad (23)$$

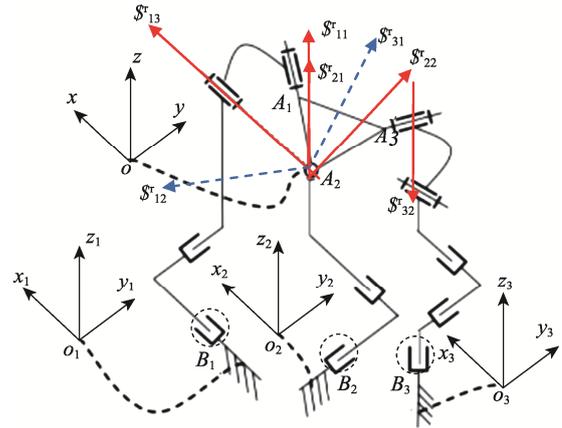


图 3 转动轴向可变 2T1R 并联机构的驱动副布置示意  
Fig.3 Schematic diagram of the drive pair arrangement of the 2T1R mechanism with a variable rotation axis

在支链 1 的一般位形下，式 (22) 中的 3 个运动螺旋线性无关，支链 1 在坐标系  $B_1-x_1 y_1 z_1$  下的约束反螺旋为：

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{11}^r &= (0 \ 0 \ 1; y_2 - x_2 \ 0) \\ \mathcal{S}_{12}^r &= (0 \ 0 \ 0; -n_1 \ 0 \ l_1) \\ \mathcal{S}_{13}^r &= (0 \ 1 \ 0; -z_2 \ 0 \ x_2) \end{aligned} \quad (24)$$

图 3 中的第 2 支链在坐标系  $B_2-x_2 y_2 z_2$  下的运动螺旋可表示为：

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{22} &= (0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0) \\ \mathcal{S}_{23} &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ z_2 - y_2) \\ \mathcal{S}_{24} &= (0 \ 1 \ 0; -z_2 \ 0 \ x_2) \\ \mathcal{S}_{25} &= (0 \ 0 \ 1; y_2 - x_2 \ 0) \end{aligned} \quad (25)$$

支链 2 在坐标系  $B_2-x_2 y_2 z_2$  下的约束反螺旋为：

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{21}^r &= (0 \ 0 \ 1; y_2 - x_2 \ 0) \\ \mathcal{S}_{22}^r &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ z_2 - y_2) \end{aligned} \quad (26)$$

图 3 中的第 3 支链在坐标系  $B_3-x_3 y_3 z_3$  下的运动螺旋可表示为：

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{32} &= (0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0) \\ \mathcal{S}_{33} &= (0 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{34} &= (l_3 \ m_3 \ 0; a_3 \ b_3 \ c_3) \\ \mathcal{S}_{35} &= (p_3 \ q_3 \ r_3; d_3 \ e_3 \ f_3) \end{aligned} \quad (27)$$

式 (27) 中：

$$\begin{aligned} a_3 &= -m_3 z_3 \\ b_3 &= l_3 z_3 \\ c_3 &= m_3 x_3 - l_3 y_3 \\ d_3 &= r_3 y_3 - q_3 z_3 \\ e_3 &= p_3 z_3 - r_3 x_3 \\ f_3 &= q_3 x_3 - p_3 y_3 \end{aligned} \quad (28)$$

式 (27) 中的 4 个运动螺旋线性无关，支链 3 在坐标系  $B_3-x_3 y_3 z_3$  下的约束反螺旋为：

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{31}^r &= (0 \ 0 \ 0; g_3 \ h_3 \ i_3) \\ \mathcal{S}_{32}^r &= (0 \ 0 \ 1; 0 \ z_3 - y_3) \end{aligned} \quad (29)$$

式(29)中:

$$\begin{aligned} g_3 &= m_3 r_3 \\ h_3 &= -l_3 r_3 \end{aligned} \tag{30}$$

$$i_3 = l_3 q_3 - m_3 p_3$$

结合支链1, 2, 3施加给动平台的约束, 得到:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{11}^r &= (0 \ 0 \ 1; y_2 - x_2 \ 0) \\ \mathcal{S}_{12}^r &= (0 \ 0 \ 0; -n_1 \ 0 \ l_1) \\ \mathcal{S}_{13}^r &= (0 \ 1 \ 0; -z_2 \ 0 \ x_2) \\ \mathcal{S}_{21}^r &= (0 \ 0 \ 1; y_2 - x_2 \ 0) \\ \mathcal{S}_{22}^r &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ z_2 - y_2) \\ \mathcal{S}_{31}^r &= (0 \ 0 \ 0; g_3 \ h_3 \ i_3) \\ \mathcal{S}_{32}^r &= (0 \ 0 \ 1; 0 \ z_3 - y_3) \end{aligned} \tag{31}$$

在机构的一般位形下, 式(31)所表示的旋量系满秩, 即图3中动平台上所受到的5个力旋量和2个力偶线性相关, 分别限制了动平台沿x轴、y轴、z轴的移动和沿平行于x轴、y轴、z轴的转动。力旋量 $\mathcal{S}_{11}^r$ 和 $\mathcal{S}_{21}^r$ 共轴, 动平台上施加的约束系存在冗余约束, 即 $v=1$ 。

$$M = 6(8 - 9 - 1) + 11 + 1 = 0 \tag{32}$$

图3中的动平台具有0个自由度。图3所示动平台在一般位形下, 当支链1, 2, 3中驱动副锁定时, 动平台不具有任何自由度, 处于锁定状态, 因而, 驱动副的选择是合理的。

### 4 结语

文中通过位移流形理论和旋量理论设计了一种具有转动轴线可变的2T1R并联机构进行了, 并分析验证了其自由度的类型, 确定了支链中作为驱动副的运动副。这种新机构能实现一种特殊的2T1R运动模式, 其特征在于转动时的转动轴线方向可以发生改变, 这种运动模式与传统的2T1R运动模式不同。具有该运动模式的并联机构在复杂形状产品调整姿态后装箱时, 具有一定应用价值。

#### 参考文献:

[1] 刘伟, 刘宏昭. 具有2T1R与2R1T运动模式3自由度并联机构型综合[J]. 农业机械学报, 2018, 49(7): 401—409.  
LIU Wei, LIU Hong-zhao. Type Synthesis of 3-DOF Parallel Mechanism with 2T1R and 2R1T Motion Mode[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(7): 401—409.

[2] 刘伟. 5R平面机构在不同装配、工作模式下的工作空间[J]. 包装工程, 2017, 38(5): 58—62.  
LIU Wei. 5R Plane Mechanism Work Space in Different Assembly Modes and Work[J]. Packaging Engineering, 2017, 38(5): 58—62.

[3] 刘伟, 曹亚斌, 张洪军, 等. 一种新型可重构5R机构的运动学分析[J]. 包装工程, 2018, 39(7): 157—161.  
LIU Wei, CAO Ya-bin, ZHANG Hong-jun. Kinematics Analysis of a New Reconfigurable 5R Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2018, 39(7): 157—161.

[4] KONG Xian-wen, GOSSELIN C. Type Synthesis of Parallel Mechanisms[J]. Springer Tracts in Advanced Robotics, 2007, 129(6): 595—601.

[5] KONG Xian-wen. Type Synthesis of 3-DOF Parallel Manipulators With Both a Planar Operation Mode and a Spatial Translational Operation Mode[J]. Journal of Mechanisms & Robotics, 2013, 5(4): 041015—041022.

[6] RUGGIU M, KONG Xian-wen. Mobility and Kinematic Analysis of a Parallel Mechanism with Both PPR and Planar Operation Modes[J]. Mechanism & Machine Theory, 2012, 55(9): 77—90.

[7] LI Qin-chuan, HERVE J M. Parallel Mechanisms with Bifurcation of Schoenflies Motion[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2009, 25(1): 158—164.

[8] FANG Y, TSAI L W. Structure Synthesis of a Class of 4-DoF and 5-DoF Parallel Manipulators with Identical Limb Structures[J]. International Journal of Robotics Research, 2002, 21(9): 799—810.

[9] LEE C C, HERVE J M. Isoconstrained Parallel Generators of Schoenflies Motion[J]. Journal of Mechanisms & Robotics, 2011, 3(2): 021006—0210015.

[10] RUTH D A, MCCARTHY J M. The Design of Spherical 4R Linkages for Four Specified Orientations[J]. Mechanism & Machine Theory, 1999, 34(5): 677—692.

[11] YANG S, SUN T, HUANG T. Type Synthesis of Parallel Mechanisms Having 3T1R Motion with Variable Rotational Axis[J]. Mechanism & Machine Theory, 2017, 109: 220—230.

[12] LI Qin-chuan, HERVE J M, HUANG P. Type Synthesis of a Special Family of Remote Center-of-Motion Parallel Manipulators With Fixed Linear Actuators for Minimally Invasive Surgery[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2017, 9(3): 031012—031020.

[13] 于靖军, 刘辛军, 丁希仑. 机器人机构学的数学基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 2016: 30—237.  
YU Jing-jun, LIU Xin-jun, DING Xi-lun. The Mathematical Basis of Robotics[M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2016: 30—237.

[14] LEE C C, HERVE J M, et al. Generators of the Product of Two Schoenflies Motion Groups[J]. European Journal of Mechanics, 2010, 29(1): 97—108.

[15] 李秦川, 杨元兆, 陈巧红, 等. 基于螺旋理论的少自由度并联机构自由度分析[J]. 浙江理工大学学报, 2007, 24(4): 433—438.  
LI Qin-chuan, YANG Yuan-zhao, CHEN Qiao-hong, et al. Analysis of the Freedom of Parallel Mechanism Based on Screw Theory[J]. Journal of Zhejiang University of Technology, 2007, 24(4): 433—438.