考虑环境因素的包装机械动力机衰退演化规则及多目标决策

杨奕飞[1,2]，戴跃伟[1,2]，冯静[2]
（1.南京理工大学 自动化学院，南京 210094；2.江苏科技大学 电子信息学院，镇江 212003）

摘要：目的 为了提高包装机械动力机的使用寿命。**方法** 考虑到包装机械动力机工作外界环境因素的影响以及自身内部衰退规律，引入环境因子和调整因子，在综合内外因素衰退演化规则的基础上，建立以稳态可用度和平均成本率为目标的多目标优化决策模型，并且分析不同环境工况对预防维护时间间隔的影响，再根据最优预防维护时间间隔进行动态预防维护策略研究。**结果** 研究数值算例表明，衰退演化规则是合理的，且恶劣的环境会加速机械动力机的衰退，急剧缩短预防维护时间间隔。**结论** 考虑环境因素的影响对机械动力机维护具有实际意义，为其提供良好的工作环境，对提高其稳态可用度和降低维护平均成本率是非常重要的。

关键词：调整因子；环境因子；稳态可用度；平均成本率；衰退演化规则；多目标决策
中图分类号：TB486；O213.2　**文献标识码：**A　**文章编号：**1001-3563(2019)03-0186-07
DOI：10.19554/j.cnki.1001-3563.2019.03.028

Recession Evolution Rules and Multi-objective Decision-making of Packaging Machinery Power Machines Considering Environmental Factors

YANG Yi-fei[1,2], *DAI Yue-wei*[1,2], *FENG Jing*[2]
(1.School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;
2.School of Electronics and Information, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China)

ABSTRACT: The work aims to improve the service life of packaging machinery power machine. The environmental factor and adjustment factor were introduced due to the influence of external environmental factors and the internal recession on the work of packaging machinery power machines. Based on the recession evolution rules of internal and external factors, a multi-objective optimization decision model with steady-state availability and average cost rate as goal was established. The effects of different environmental conditions on preventive maintenance intervals were analyzed. Then the strategy of dynamic prevention and maintenance was studied based on optimal preventive maintenance intervals. The numerical example showed that the recession evolution rules were reasonable, and the harsh environment accelerated the decline of the equipment and drastically reduced the preventive maintenance interval. Considering the influence of environmental factors has practical significance for the maintenance of equipment. It is important for improving the steady availability of equipment and reducing the maintenance average cost rate to provide a good working environment for the equipment.

KEY WORDS: adjustment factor; environmental factor; steady state availability; average cost rate; recession evolution rules; multi-objective decision-making

收稿日期：2018-04-09
基金项目：飞行器海上测量与控制联合实验室开放基金（FOM2016OF001）
作者简介：杨奕飞（1971－），女，江苏科技大学教授、硕导，主要研究方向为复杂系统评估、装备健康管理、海洋装备自动化技术。

随着制造业的飞速发展，包装机械在产品加工包装过程中扮演着重要角色。包装机械的动力机是机械设备的核心所在，它的健康状态直接影响着企业的经济效益，而当前包装机械动力机普遍存在“重使用、轻保障”的现象，其维修保障方案的制定缺乏科学依据，片面性和主观性较强[1]。目前，以包装机械内部部件的损耗规律及发生故障时服从的时间分布为依据，开展合理的预防性维护成为学术界研究的热点[2]。传统的研究大都根据包装机械自身历史数据进行故障率曲线建模，几乎不直接考虑运行环境在故障率方面的影响[3]，然而在实际的维护工作中，包装机械动力机可能受到包括诸如腐蚀、振动、温度等因素影响。在这类环境中大多易发生失效退化及故障[4]，因此考虑环境因素影响的衰退演化规则显得尤为重要。NAHAS N[5]构建了包括成本、总完工时间和可用度的预防维修和生产调度的多目标优化模型，可用度和成本是企业考虑的首要问题，但这些研究中都是直接对维修策略当中一些可靠性指标进行研究，并未考虑包装机械动力机在不同环境下的不同衰退演化规则对多目标决策的影响。

鉴于此，提出以稳态可用度和平均成本率为目标，考虑不同环境因素影响包装机械动力机衰退演化规则下的预防维护策略。根据维护周期内故障率变化进行动态维护决策，得到最优预防维护时间间隔，提高包装机械动力机的使用寿命。

1　问题描述及假设

假设：T_{d} 为包装机械动力机的工作寿命；$T_{\mathrm{a}k}$ 为在稳态可用度模型中第 k 个维护周期的预防维护时间间隔；T_{ak}^{*} 为稳态可用度最大时最优维护维护时间间隔；T_{ck} 为平均成本率模型中第 k 个维护周期的预防维护时间间隔；T_{ck}^{*} 为平均成本率最低时最优预防维护时间间隔；T_k 为多目标优化模型时第 k 个维护周期的预防维护时间间隔；T_k^{*} 为最大化稳态可用度和最小化平均成本率时最优预防维护时间间隔；$\lambda_k(t)$ 为设备的第 k 个预防性维护周期中的失效率函数；一次预防维护作业的持续时间 T_{p} 服从均值为 α_{p} 的一般分布；小修作业的持续时间 T_{f} 服从均值为 α_{f} 的一般分布；c_{p} 为一次预防性维护成本；c_{f} 为一次小修作业成本。

文中在考虑环境因素影响的包装机械动力机衰退演化规则的基础上，在规定的 T_{d} 内，分别确定稳态可用度模型、平均成本率模型以及多目标优化模型中的 T_{ak}^{*}，T_{ck}^{*} 和 T_k^{*}。定量化分析稳态可用度和平均成本率大小，并且研究不同环境工况下的 T_k^{*}，分析环境因素对设备预防维护时间间隔的影响，进行动态预防维护策略研究。

2　综合内外因素的设备衰退演化规则研究

2.1　包装机械动力机内部因素影响的衰退演化规则

根据文献[6]可知，Weilbull 分布可以很好地拟合设备在生命周期的各个阶段的故障率曲线，可以体现包装机械动力机内部共性衰退过程，文中拟采用标准二参数 Weilbull 分布进行设备内部衰退故障建模，其故障率函数表达式为：

$$\lambda(t)=\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1},\ t\geqslant 0 \tag{1}$$

式中：β 为形状参数；η 为尺度参数。

故障率函数的走势可以模拟机械设备内部衰退演化规则，符合随着役龄的增加，衰退情况日益严重的实际情况。这里加入役龄残余因子 a_k[7]和故障率加速因子 b_k[8]，运用“修复非新”建模方法中的调整因子法的优势来表达设备内部共性衰退演化规则，定义如下：

$$\lambda_{k+1}(t)=b_k\lambda_k(t+a_kT_k) \tag{2}$$

2.2　Weibull 分布下环境因子的参数估计

包装机械动力机运行所处的外在环境优劣情况，都会明显地影响其健康衰退趋势的快慢。外界环境诸如腐蚀、振动、温度等都对机械设备使用寿命有着密切的影响[9]。

文中采用定量化的环境影响因子来描述外部环境工况因素对衰退演化的建模作用。环境因子可通过对设备所处环境的评价指标（腐蚀、振动、温度等）进行参数估计而获得[10]。

环境因子是表征相同产品在不同环境中失效快慢程度的一个参数，它反映了环境对产品可靠性影响的等级，在研究环境因子前，有以下 3 个基本假设。

假设 1：失效机理不变假设，即环境不同，产品失效机理不变，这是研究环境因子的前提条件。

假设 2：分布同族假设[11]，即环境不同，产品寿命分布都属于同分布类型，相关参数不同。

假设 3：Nelson 假设[12]。即已累积的失效和当前应力决定着产品的剩余寿命，而与累积方式无关。

假设包装机械动力机寿命在环境 1 和环境 2 下均服从同一 Weibull 分布族，即差别仅仅是参数的不同，根据上述假设知环境因子 ε[13]为：

$$\varepsilon=\frac{\eta_2}{\eta_1} \tag{3}$$

环境因子的参数估计采用 Monte Carlo 方法[14]与极大似然估计法相结合的方法。

包装机械动力机上某部件的寿命经过拟合优度表明，即回归方程对观测数据的拟合程度，在环境 1 和环境 2 下均服从 Weibull 分布，这里的原始数据用 Monte Carlo 方法模拟求得：$T_1 \sim Weibull$（3.8,186），$T_2 \sim Weibull$（3.8,465），且互相独立。

环境 1 和环境 2 下的环境因子参数估计仿真分别见图 1 和图 2。

图 1 和图 2 中横坐标表示样本容量大小，纵坐标表示产生数据的大小，黑色实星点代表 Monte Carlo 法随机产生的原始数据，虚线部分是采用极大似然估计法对数据进行参数估计的值。从图 1—2 中可以看出，参数的估计效果较高，拟合程度较高，同时也可根据以下指标具体判断参数估计的准确性，主要包括：误差平方和（SSE）、方差（MSE）、标准差（RMSE）、可决系数（R-square）[15]。

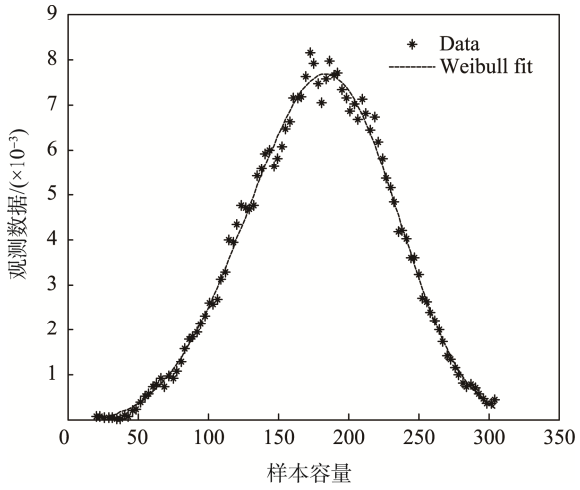


图 1 T_1~*Weibull*(3.8,186)下环境因子的参数估计
Fig.1 Parameter estimation of environmental factor under T_1~*Weibull*(3.8, 186)

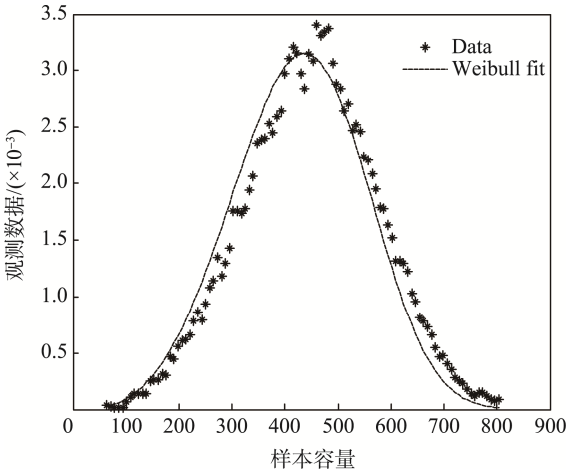


图 2 T_2~*Weibull*(3.8,465)下环境因子的参数估计
Fig.2 Parameter estimation of environmental factor under T_2~*Weibull*(3.8,465)

SSE，MSE，RMSE 越接近于 0，说明模型选择和拟合更好，数据预测也越成功。R-square 指标反映模型对样本数据的拟合程度，正常取值范围为[0,1]，值越接近 1，拟合效果越好。

数值算例仿真估计值及相关评价参数见表 1。

表 1 数值算例仿真估计值及相关评价参数
Tab.1 Estimated and related evaluation parameters value of numerical example simulation

环境	SSE($\times10^{-6}$)	MSE($\times10^{-8}$)	RMSE($\times10^{-4}$)	R-square	$\hat{\eta}$
环境 1	6.571 019 56	6.571 001 956	2.5634	0.9915	186.4
环境 2	4.939 950 76	4.939 950 76	2.2226	0.9600	470.4

从表 1 可以看出 SSE，MSE，RMSE 的值比较小，都接近 0，R-square 都比较大，接近 1，威布尔分布下环境因子的极大似然估计值准确性高。

由定义可知环境因子：

$$\varepsilon = \eta_2 / \eta_1 = 2.5$$

环境因子的极大似然估计值为：

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\eta}_2 / \hat{\eta}_1 = 2.523\,605\,15$$

由上述结果可知，采用 Monte Carlo 与极大似然估计相结合的方法对 Weibull 分布环境因子的估计结果准确度高，可以采用。

2.3 考虑环境因素影响的包装机械动力机衰退演化规则

由预防维护周期内故障率分布函数和环境因子的关系，提出考虑环境因素的包装机械动力机衰退演化规则定义为：

$$\lambda_{(k+1)}(t) = \varepsilon_k b_k \lambda_k (t + a_k T_k) \tag{4}$$

式中：ε_k 为环境因子，(a_k, b_k, ε_k)的取值满足 $(0 < a_k < 1, b_k > 1, \varepsilon_k > 1)$。

初始函数选取服从 Weibull 分布的故障率分布函数，见式（1）。式中：β=4，η=5。算例分析选取 2 个预防维护时间间隔作为研究范围，第 1 个预防维护时间间隔取 5，第 2 个预防维护时间间隔取 4 来研究设备衰退演化规则。

图 3 中实线为内部衰退演化规则趋势，虚线表示考虑环境因素后的包装机械动力机衰退演化规则。从图 3 中可以直观地看出，实施预防维护后，a 使得设

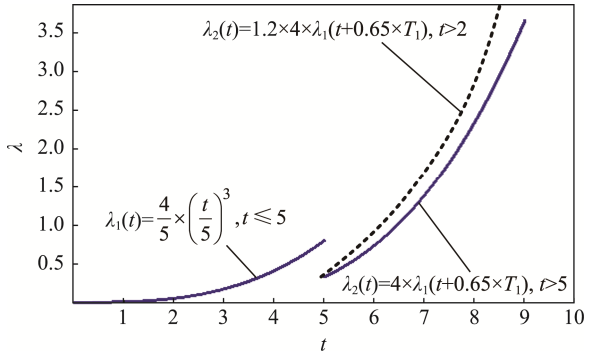


图 3　综合考虑故障率加速因子 b、役龄残余因子 a 及环境因子 ε 的影响

Fig.3 Comprehensive considering for the effects of failure rate acceleration factor b, remaining life factor a and environmental factor ε

备在第 2 个预防维护时间开始时降低了故障发生的可能性，但是无法“修复如新”，即不能恢复到故障率为 0 的全新健康状态。b 则使下一个维护周期的故障率函数斜率增加为 $b\lambda_1(t)$，意味着包装机械动力机的衰退过程随着役龄的增加而逐渐加速，这样的预防维护效果更加具有真实性。

3　以稳态可用度和平均成本率构建多目标动态预防维护模型

3.1　多目标优化模型及求解

在考虑环境因素的衰退演化规则基础上，综合考虑效率和经济 2 个目标，提出了综合稳态可用度和平均成本率目标的最优预防维护规划模型，预防维护规划示意见图 4。

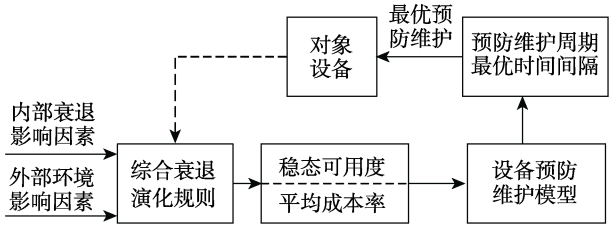


图 4　预防维护规划

Fig.4 Preventive maintenance planning

由更新极限定理[16]可知：

$$A_k=\lim_{t\to\infty}\frac{[0,t]\text{内期望工作时间}}{t}=\frac{\text{一个周期内的期望工作时间}}{\text{平均周期长}}=\frac{T_{ak}}{T_{ak}+\alpha_p+\alpha_f\int_0^{T_{ak}}\lambda_k(t)\mathrm{d}t} \tag{5}$$

由此，对应于最大化稳态可用度 A_k^* 的最优维护时间间隔 T_{ak}^*，可以通过求导求解。

记包装机械动力机在第 k 个维护周期中的平均维护成本率为 c_{rk}，同理可知：

$$c_{rk}=\lim_{t\to\infty}\frac{[0,t]\text{内期望费用}}{t}=\frac{\text{一个周期内的期望费用}}{\text{平均周期长}}=\frac{c_p+c_f\int_0^{T_{ck}}\lambda_k(t)\mathrm{d}t}{T_{ck}+\alpha_p+\alpha_f\int_0^{T_{ck}}\lambda_k(t)\mathrm{d}t} \tag{6}$$

由此，对应于最小化平均成本率 c_{rk}^* 的最优维护时间间隔 T_{ck}^* 也可求导求出。

根据稳态可用度最大、平均成本率最小的原则，建立了包含 2 个目标的多目标最优化问题。

$$\begin{cases}\max A_k(T_k)=\dfrac{T_k}{T_k+\alpha_p+\alpha_f\int_0^{T_k}\lambda_k(t)\mathrm{d}t}\\ \min c_{rk}(T_k)=\dfrac{c_p+c_f\int_0^{T_k}\lambda_k(t)\mathrm{d}t}{T_k+\alpha_p+\alpha_f\int_0^{T_k}\lambda_k(t)\mathrm{d}t}\end{cases} \tag{7}$$

条件　$T_k\geqslant 0$

经过统一量纲、确定权系数、统一优化方向，采用线性加权和函数[14]的方法使得设备在第 k 个维护周期中的综合稳态可用度和平均成本率两者的维护决策目标为 V_k，可以表述为：

$$V_k=-w_1\frac{A_k}{A_k^*}+w_2\frac{c_{rk}}{c_{rk}^*} \tag{8}$$

式中：w_1 和 w_2（w_1，$w_2\geqslant 0$，$w_1+w_2=1$）分别是稳态可用度和平均成本率的权系数。由于稳态可用度取了相反数，则最优预防维护时间间隔 T_k^* 可以通过最小化全局性维护决策目标获得。

3.2　预防维护策略流程

求解多目标优化模型的最优预防维护时间间隔 T_k^* 的流程见图 5。

4　数值算例分析

文中采用 Weibulll 分布函数描述设备初始故障率函数。将 a_k，b_k 都设为与周期 k 相关的函数，即它们是随时间而变化的，a_k 的极限值在（0,1）之间，b_k 的极限值大于 1，符合要求，相较于固定值更加符合实际情况。

首先假设包装机械动力机部件工作寿命参数和维护决策参数见表 2，环境参数设置为 1，即设备处于良好的工作环境中时，各目标模型下最优预防维护时间间隔情况。

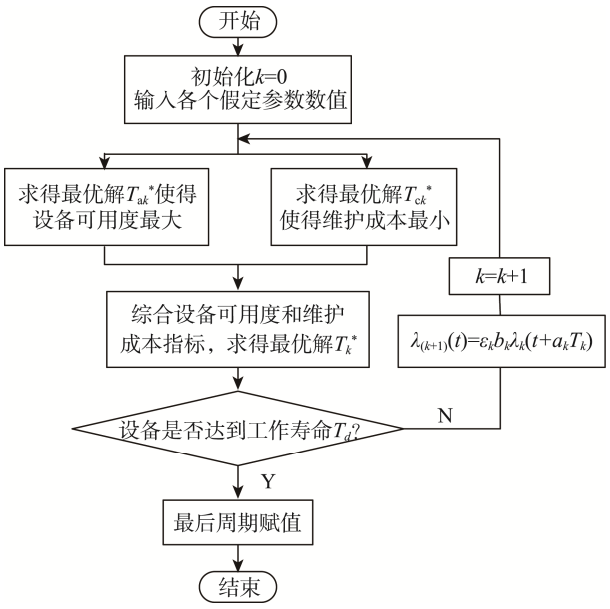


图 5　多目标动态最优预防维护时间间隔流程

Fig.5 Flow chart of multi-objective dynamic optimal preventive maintenance time interval

表 2　包装机械动力机工作寿命及维护决策参数

Tab.2 Service life and maintenance decision parameters of packaging machinery power machines

工作寿命参数	参数值	维护决策参数	参数值
T_d	8000	α_p	80
β	2	α_f	120
η	350	c_p	450
		c_f	1800
		a_k	$5k/(16k+3)$
		b_k	$9k/(7k+1)$
		ε_k	1

由于希望稳态可用度和平均成率目标处于同样重要度，故多目标优化模型中的权系数各占一半为 0.5，而在单目标模型及多目标模型中，分别计算出最优预防维护时间间隔 T_{ak}^*，T_{ck}^*，T_k^* 对应的 A_k^*，c_{rk}^*。3 种模型下最优预防维护时间间隔以及对应的最大稳态可用度 A_k^* 和最小平均成本率 c_{rk}^* 见表 3，设 6 个周期数来做分析研究。

表 3　最优预防维护周期数值算例结果

Tab.3 Numerical example results of optimal preventive maintenance time interval

周期 k	稳态可用度模型(w_1=1，w_2=0)			平均成本率模型(w_1=0，w_2=1)			多目标优化模型(w_1=0.5，w_2=0.5)		
	T_{ak}^*	A_k^*	c_{rk}^*	T_{ck}^*	c_{rk}^*	A_k^*	T_k^*	A_k^*	c_{rk}^*
1	285	0.64107	3.69688	132	3.08216	0.57625	145	0.58772	3.18142
2	269	0.56845	4.88826	112	3.66599	0.52239	124	0.53417	3.76941
3	245	0.48728	6.19899	86	4.31718	0.450354	97	0.45989	4.42735
4	222	0.40858	7.49096	58	4.92449	0.330119	72	0.3851	5.01759
5	199	0.33645	8.68532	33	5.7884	0.26997	48	0.31979	5.88838
6	178	0.27313	9.75224	24	6.2294	0.18588	39	0.2389	6.32943

将表 3 数据绘制成柱状图与线形图组合的双轴图，3 种模型下最优预防维护时间间隔对应的稳态可用度见图 6，3 种模型下最优预防维护时间间隔对应的平均成本率见图 7。

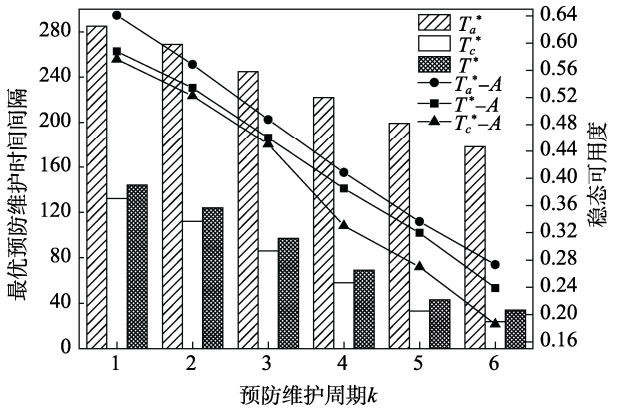


图 6　3 种模型下最优预防维护时间间隔对应的稳态可用度

Fig.6 Steady state availability corresponding to the optimal preventive maintenance interval under the three models

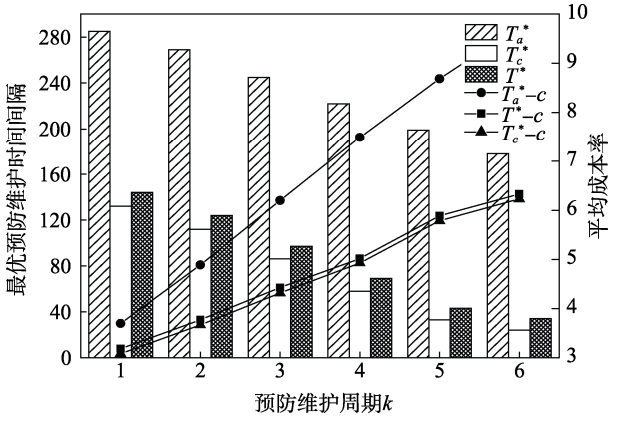


图 7　3 种模型下最优预防维护时间间隔对应的平均成本率

Fig.7 Average cost rate corresponding to the optimal preventive maintenance interval under the three models

图 6、图 7 的横坐标均为预防维护周期，左边的纵坐标均表示最优预防维护时间间隔，对应的均是柱状图的大小，柱状图从左到右依次为稳态可用度模

型、平均成本率模型以及多目标优化模型中的最优预防维护时间间隔。图 6 右边的纵坐标表示稳态可用度，线形图上圆形、方形、三角形图标依次代表稳态可用度模型、多目标优化模型以及平均成本率模型下稳态可用度大小。图 7 右边的纵坐标表示平均成本率，线形图上圆形、方形、三角形图标依次代表稳态可用度模型、多目标优化模型以及平均成本率模型下平均成本率大小。从图 6—7 中可以得出如下结论。

1）随着役龄的增加，不同模型下动力机的最优预防维护时间间隔都是缩短的，柱状图的高度近似呈线性下降，这表明设备其实处于加速衰退状态，需要更加频繁地预防维护来支撑其正常工作。

2）随着周期的增加，稳态可用度是降低的，平均成本率是增加的。只考虑稳态可用度目标时，虽然预防维护时间间隔长，稳态可用度指标值大，但是相应的成本率也高；只考虑平均成本率目标时，虽然成本率是最小的，但是预防维护时间间隔明显缩短，稳态可用度也不高。

3）综合看来，显然 w_1=0.5，w_2=0.5，即同时考虑多目标模型时可以平衡两者，使得预防维护时间间隔不是特别频繁的情况下平均成本率尽可能小，并且稳态可用度尽可能大。

在实际的工作环境中，任何包装机械的工作寿命都会受工作环境的影响，环境影响程度也会随着时间的变化发生改变，因此，在研究包装机械动力机最优预防维护时间间隔时，有必要对不同环境因子进行研究。考虑环境良好、逐渐恶化和恶劣 3 种情况对动力机预防维护的影响。将环境良好时环境因子设为 1，逐渐恶化环境的环境因子设为随周期变化的函数，极限值为 1.8，恶劣情况采用 2.2 节环境因子参数估计下的定值 2.5 表示，环境影响因子数值见表 3。

表 3　不同环境下的环境影响因子

Tab.3 Environmental impact factors in different environments

环境恶劣情况	环境因子 ε_k
良好	1
逐渐恶化	$(9k+1)/(5k+1)$
恶劣	2.5

不同环境下，最优预防维护时间间隔 T_k^* 见图 8，从图 8 中可以看出：3 种环境下最优预防维护时间间隔都是逐渐缩短的，环境良好情况下最优预防维护时间间隔较长，且时间间隔缩短的变化较平稳；对比不同环境恶劣程度来看，恶劣的环境导致最优预防维护时间间隔迅速缩短，尤其是刚从第 1 个预防维护周期进入第 2 个预防维护周期时，这表明外界环境突然恶劣，就会导致维护时间间隔急剧缩短，就越需要频繁的预防维护来保障动力机正常运行，这无疑增加了维护成本，降低了稳态可用度；对逐渐恶化环境而言，它的环境因子是随着周期数 k 增加而增加的，即随着预防维护次数及时间的增加而上升，所以最优预防维护时间间隔相对较长。综上，为包装机械动力机提供良好的工作环境对提高其使用寿命和降低维修成本都有好处。

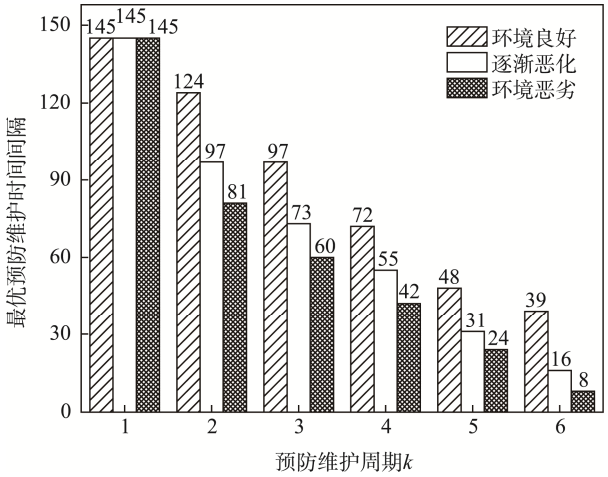


图 8　不同环境下最优预防维护时间间隔

Fig.8 Optimal preventive maintenance interval in different environments

5　结语

文中通过引入调整因子，模拟包装机械动力机内部衰退演化规则，引入环境因子，在考虑环境因素对动力机衰退演化规则影响的基础上，建立一种基于可用度最大和维护成本率最低的多目标动态决策模型。最后通过数值算例描述整个决策过程，得到各个周期内最优预防维护时间间隔，同时定量化讨论了不同环境因素对动力机预防维护时间间隔的影响，恶劣的环境会加速导致包装机械动力机的衰退，这更加符合动力机在实际使用过程中的情况，验证了模型的可行性，为提高包装机械动力机使用寿命和增加企业收益提供了理论支持。

参考文献：

[1] 孙志毅. 基于费用-使用可用度的机械设备维修保障方案[J]. 机械研究与应用, 2015(2): 146—149.
SU Zhi-yi. Maintenance Support Plan about Mechanical Equipment Based on Cost-usage Availability[J]. Mechanical Research and Application, 2015(2): 146—149.

[2] WANG J, ZHANG L, DUAN L, et al. A New Paradigm of Cloud-based Predictive Maintenance for Intelligent Manufacturing[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2017, 28(5): 1125—1137.

[3] XIN L, WEN J, RUI Z, et al. Study on Resource

Scheduling Method of Predictive Maintenance for Equipment Based on Knowledge[C]// International Conference on Intelligent Systems & Knowledge Engineering, 2016.

[4] HUNG W T, TSAI T R, CHANG Y C. Periodical Preventive Maintenance Contract for Leased Equipment with Random Failure Penalties[J]. Computers & Industrial Engineering, 2017(2): 76—83.

[5] NAHAS N. Buffer Allocation and Preventive Maintenance Optimization in Unreliable Production Lines[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2017, 28(1): 1—9.

[6] 王海涛, 陈星, 段斐翡. 三参数威布尔分布模型在系统的可靠性评估中的应用[J]. 机械与电子, 2015(3): 78—80.
WANG Hai-tao, CHEN Xing, DUAN Fei-fei. The Application of Three-Parameter Weibull Distribution Model in the System of Reliability Evaluation[J]. Machinery & Electronics, 2015(3): 78—80.

[7] MALIK M A K. Reliable Preventive Maintenance Policy[J]. AIIE Transactions, 1979, 11(3): 221—228.

[8] NAKAGAWA T. Sequential Imperfect Preventive Maintenance Policies[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1988, 37(3): 295—298.

[9] 赵斐, 刘学娟. 两部件可修复系统预防性维修的策略模型[J]. 统计与决策, 2016(2): 52—55.
ZHAO Fei, LIU Xue-juan. The Strategy Model of Preventive Maintenance of Two Components Repairable System[J]. Statistics & Decisions, 2016(2): 52—55.

[10] VICTOR C. Degradation-based Reliability in Outdoor Environments[J]. Unpublished Manuscript, 2001, 27(3): 159—170.

[11] ADAMIDIS K, LOUKAS S. A Lifetime Distribution with Decreasing Failure Rate[J]. Statistics & Probability Letters, 1998, 39(1): 35—42.

[12] NELSON W B. Accelerated Llife Testing-step-stress Models and Data Analysis[J]. IEEE Transaction on Reliability, 1980, 29(2): 103—108.

[13] 吴英伟, 齐杏林, 崔亮, 等. 威布尔分布环境折合因子计算及其应用研究[J]. 装备环境工程, 2016, 13(4): 88—91.
WU Ying-wei, QI Xing-lin, Cui Liang, et al. Calculation and Application of Environmental Factor of Weibull Distribution[J]. Equipment Environmental Engineering, 2016, 13(4): 88—91.

[14] BINDER K. Monte Carlo calculation of the Surface Tension for Two and Three Dimensional Lattice-gas Models[J]. Physical Review A, 2016, 25(3): 1699—1709.

[15] 曾林蕊, 汤银才, 窦雯. 定数截尾数据缺失场合 Frechet 分布参数的近似极大似然估计[J]. 应用概率统计, 2017, 33(3): 310—316.
ZENG Lin-rui, TANG Yin-cai, DOU Wen. Approximate Maximum Likelihood Estimation of Frechet Distribution Parameters for Missing Truncated Data[J]. Journal of Applied Probability and Statistics, 2017, 33(3): 310—316.

[16] 曹晋华, 程侃. 可靠性数学引论(第 2 版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2012.
CAO Jin-hua, CHENG Kan. Introduction to Reliability Mathematics(2nd Edition)[M]. Beijing: Higher Education Press, 2012.