

一种新型 3-UPRP 并联机构的运动学分析

樊大宝, 孙虎儿, 李瑞琴, 宁峰平, 郭旺旺
(中北大学, 太原 030051)

摘要: **目的** 提出一种可以应用于柔性包装的新型 3-UPRP 并联机构。**方法** 运用螺旋理论和 G-K 公式计算出该机构的自由度, 然后基于位置逆解和机构的约束条件, 运用 Matlab 编程求解机构的工作空间, 最后利用 SolidWorks 对机构进行位移、速度、加速度的分析。**结果** 该机构具有两转一移的 3 个自由度, 工作空间具有对称性。**结论** 该机构具有良好的工作空间, 运行平稳, 没有太大的速度变化, 可以广泛应用于工业自动化中的柔性包装等过程。

关键词: 3UPRP; 位置逆解; 工作空间; 柔性包装

中图分类号: TB486 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2018)07-0168-05

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.07.031

Kinematics of a Novel 3-UPRP Parallel Mechanism

FAN Da-bao, SUN Hu-er, LI Rui-qin, NING Feng-ping, GUO Wang-wang
(North University of China, Taiyuan 030051, China)

ABSTRACT: The work aims to present a new 3-UPRP parallel mechanism that can be applied to the flexible packaging. Firstly, the degree of freedom of the mechanism was calculated with screw theory and G-K formula. Then, based on the position inverse solution and the constraint condition of the mechanism, Matlab programming was used to solve the work space of the mechanism; finally, SolidWorks was applied to analyze the displacement, velocity and acceleration of the mechanism. With 3 degrees of freedom of 2R1T, the mechanism had symmetrical work space. Featured by a good work space and smooth running without excessively large velocity jump, the mechanism can be widely applied in the flexible packaging and other processes of industrial automation.

KEY WORDS: 3UPRP; position inverse solution; work space; flexible packaging

并联机器人具有较大的承载能力和较高的控制精度, 因而很广泛地应用于包装生产的许多环节中^[1-2]。少自由度并联机器人具有成本相对少、工作空间大和控制方便等优点, 吸引了许多的学者对其进行研究^[3-4]。2R1T 的 3 个自由度的并联机构由于其在实际应用中的不可或缺性, 赢得了研究人员的广泛关注。在机构研究中, 2R1T 并联机构的自由度分析以及位置的正逆解求解是最基本的^[5-9], 工作空间是衡量并联机构性能的另一个重要指标, 通过 Matlab 可以求解出工作空间, 并对工作空间进行分析^[10-14]。文中提出一种新型 2R1T 的三自由度并联机构, 在位置逆解的基

础上对工作空间进行求解, 利用 SolidWorks 对机构进行运动仿真, 为机构在柔性包装过程中的具体应用奠定基础。

1 自由度分析

1.1 3-UPRP 并联机构描述

在初始位形下 3-UPRP 并联机构见图 1, 由动平台、定平台和 3 条 UPRP 分支组成, 其中每条支链都包括一个万向铰链 U 副, 一个转动副 R 副, 2 个移动副 P_{i1} 和 P_{i2} , 以及 3 个连杆 U_iP_{i1} , $P_{i1}R_i$ 和 $R_iM_iP_{i2}$, $P_{i2}R_i$ 和 $R_iM_iP_{i2}$ 。

收稿日期: 2017-10-21

基金项目: 樊大宝 (1993—), 男, 中北大学硕士生, 主攻并联机构和机器人学。

通信作者: 孙虎儿 (1972—), 男, 博士, 中北大学副教授, 主要研究方向为机电液一体化和故障诊断。

并且通过 U 副和定平台连接, 通过 P_{i2} 与动平台连接。其中, U 副的一个转动副平行于定平台的平面, 另一转动副垂直于定平台所在的平面, R 副平行于定平台所在的平面并且和 U 副中 2 个转动副两两垂直, 通过驱动移动副 P_{i1} 得到动平台的输出。

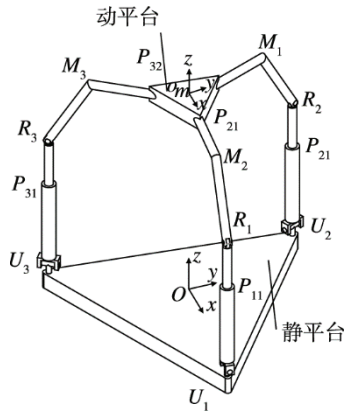


图 1 3-UPRP 并联机构构型

Fig.1 The configuration of 3-UPRP parallel mechanism

1.2 3-UPRP 并联机构的自由度计算

应用修正的 G-K 公式时, 首先要确定机构的阶数 d , 机构的阶数通过公共约束数 λ 来决定, 而公共约束数 λ 可由螺旋理论求出。由于 3 个分支是对称分布的, 故取出其中的一个分支进行分析即可。由于螺旋的相逆性与坐标系的选择无关, 建立的坐标系见图 2, 相应的运动螺旋为:

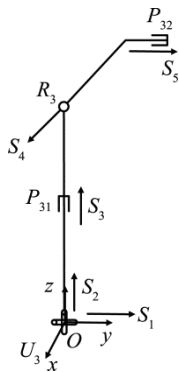


图 2 3-UPRP 支链的运动螺旋

Fig.2 The kinematic screw of 3-UPRP branch chains

$$\begin{aligned} S_1 &= (0, 1, 0, 0, 0, 0) \\ S_2 &= (0, 0, 1, 0, 0, 0) \\ S_3 &= (0, 0, 0, 0, 0, a_3) \\ S_4 &= (1, 0, 0, 0, a_4, 0) \\ S_5 &= (0, 0, 0, 0, a_5, b_5) \end{aligned} \quad (1)$$

对式 (1) 求反螺旋得:

$$S_r = (0, 1, 0, 0, 0, 0) \quad (2)$$

同理可知每个支链的反螺旋都是一个约束力线矢, 并且 3 个约束力会在平行于定平台的平面形成一

个共面不共点的三线矢。三线矢共面不共点, 限制了平行于定平台平面内的 2 个移动和绕平面法线的转动, 允许绕着定平台所在平面内 2 个相互垂直的轴线转动和沿平面法线的移动, 因此, 3-UPRP 并联机构的自由度是 3。另外机构的自由度可以通过修正的 G-K 公式计算^[15]:

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^{12} f_i + v - \xi \quad (3)$$

式中: M 为机构的自由度; d 为机构的阶数, $d=6-\lambda$, λ 为机构的公共约束数; n 为包括机架的构件数目; g 为运动副的数目; f_i 为第 i 个运动副的自由度数; v 为并联冗余约束; ξ 为机构中存在的局部自由度。将 3-UPRP 并联机构的参数代入式 (3) 得 $M=3$, 因此得到 3-UPRP 并联机构的自由度是 3。

2 3-UPRP 并联机构的位置逆解

对于 3-UPRP 并联机构的位置逆解, 就是给定动平台的位姿 $(X, Y, Z, \alpha, \beta, \gamma)$, 求驱动副 P_i 的杆长^[15]。设 3-UPRP 的结构参数 $\angle R_i M_i P_i = 120^\circ$, $R_i M_i = h$, $M_i P_{i2} = k_i$, $o_m P_{i2} = r$, $OU_i = R$ 。建立动坐标系 o_m-xyz , 其坐标原点位于动平台的中心点, x 轴通过 P_{12} 点, z 轴垂直于动平台向上, y 轴符合右手规则; 建立定坐标系 $O-XYZ$, 其坐标原点位于定平台的中心点, X 轴通过铰链 U_1 , Z 轴垂直于动平台向上, Y 轴符合右手规则, 见图 1。

根据欧拉角描绘物体运动的 Z-Y-X 法, 当给出 3 个欧拉角 (α, β, γ) 时, 动坐标最终的姿态转换矩阵为 T , 那么通过坐标变换可以把动坐标系中的向量变换到定坐标系中:

$$OP_{i2}' = [T] o_m P_{i2} + P \quad (4)$$

$$\text{式中: } T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \sin \beta \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ -\sin \beta & \sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix};$$

$P = [X_{o_m} \quad Y_{o_m} \quad Z_{o_m}]^T$; T 为动平台位姿的方向余弦矩阵, 其 3 列分别为动坐标系的 x, y, z 在固定坐标系中的方向余弦; P 为动平台参考点的位置。

由定平台顶点距离其中心点不变, 可以得到方程:

$$\begin{cases} X = 0 \\ X - \sqrt{3}Y = 0 \\ X + \sqrt{3}Y = 0 \end{cases} \quad (5)$$

根据图 1 中的几何关系, P_{i2} ($i=1, 2, 3$) 在动坐标系中的坐标表示为:

$$\begin{cases} o_m P_{12} = \frac{r}{2} [\sqrt{3} \ 1 \ 0]^T \\ o_m P_{22} = r [0 \ 1 \ 0]^T \\ o_m P_{32} = \frac{r}{2} [-\sqrt{3} \ 1 \ 0]^T \end{cases} \quad (6)$$

定平台顶点在定坐标系的坐标为:

$$\begin{cases} OU_1 = \frac{R}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \\ OU_2 = R \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \\ OU_3 = \frac{R}{2} \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & -1 & 0 \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (7)$$

各支链末端的位置可以表示为:

$$OP_{i2} = OU_i + U_i R_i + R_i M_i + M_i P_{i2} \quad (8)$$

根据几何关系可得:

$$OP_{i2} = \begin{bmatrix} R - l_1 \cos \theta_1 - h \cos \varphi_1 - k_1 \cos(60^\circ - \varphi_1) \\ 0 \\ l_1 \sin \theta_1 + h \sin \varphi_1 - k_1 \sin(60^\circ - \varphi_1) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$OP_{22} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2}R + \frac{\sqrt{3}}{2}l_2 \cos \theta_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}h \cos \varphi_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}k_2 \cos(60^\circ - \varphi_2) \\ -\frac{1}{2}R + \frac{1}{2}l_2 \cos \theta_2 + \frac{1}{2}h \cos \varphi_2 + \frac{1}{2}k_2 \cos(60^\circ - \varphi_2) \\ l_2 \sin \theta_2 + h \sin \varphi_2 - k_2 \sin(60^\circ - \varphi_2) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$OP_{32} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2}R - \frac{\sqrt{3}}{2}l_3 \cos \theta_3 - \frac{\sqrt{3}}{2}h \cos \varphi_3 - \frac{\sqrt{3}}{2}k_3 \cos(60^\circ - \varphi_3) \\ -\frac{1}{2}R + \frac{1}{2}l_3 \cos \theta_3 + \frac{1}{2}h \cos \varphi_3 + \frac{1}{2}k_3 \cos(60^\circ - \varphi_3) \\ l_3 \sin \theta_3 + h \sin \varphi_3 + k_3 \sin(60^\circ - \varphi_3) \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: $l_i = U_i R_i$; θ_i 和 φ_i 分别为杆 l_i 与 $R_i M_i$ 、 l_i 与定平台所在平面的夹角。

$$OP_{i2}' = OP_{i2} \quad (12)$$

由式(4—8)整理可求得 3-UPRP 机构的位置逆解, 也就是 3 个驱动副的长度 l_i 。

3 3-UPRP 的工作空间

3-UPRP 并联机构的工作空间是指在满足杆长和转角的约束条件下, 求解动平台所能达到的空间的集合, 与位置正解相比, 通常利用位置逆解求解工作空间^[15—17]。分别用 $l_{i\min}$ 和 $l_{i\max}$ 表示驱动副 P_i 杆长的最小值和最大值, 杆长的约束条件为:

$$\begin{aligned} l_i &= R_i M_i + M_i P_{i2} + P_{i2} O_m + O_m O + OU_i \\ l_{i\min} &\leq l_i \leq l_{i\max} \end{aligned} \quad (13)$$

3-UPRP 机构的转动副的转角有一定的限制范围。转动副的转角为 $U_i R_i$ 与 $R_i M_i$ 的夹角, 则转动副的转角约束条件为:

$$\theta_i = \arccos \frac{R_i M_i \cdot R_i U_i}{|R_i M_i| \cdot |R_i U_i|} \quad \theta_{i\min} \leq \theta_i \leq \theta_{i\max} \quad (14)$$

设 3-UPRP 机构在初始位置时, 有如下参数值: $h=25$ mm, $k_i=30$ mm, $r=30$ mm, $R=80$ mm, $l_i=40$ mm ($i=1,2,3$)。在 Matlab 中, 进行编写程序即可得到 3-UPRP 机构的工作空间。

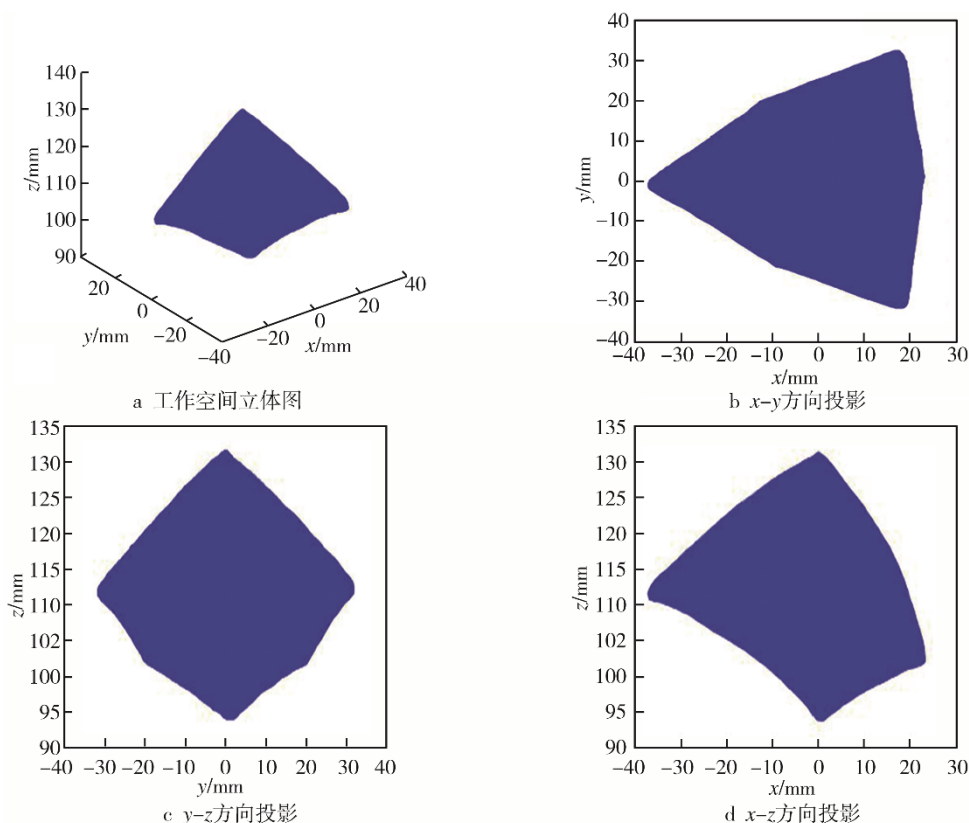


图3 3-UPRP 并联机构的工作空间

Fig.3 The work space of the 3-UPRP parallel mechanism

4 数值分析

为了对 3-UPRP 机构进行性能评估,利用 SolidWorks 对机构进行运动分析。加载 SolidWorks Motion 插件,添加好各个运动副的配合关系,对 3 个移动副分别施加如下运动规律的线性马达进行驱动:

$$\begin{aligned} y_1 &= 15\cos(\pi t) \\ y_2 &= 15\sin(\pi t) \\ y_3 &= 15\cos(2\pi t) \end{aligned} \quad (15)$$

式中: y_1, y_2, y_3 分别为添加在 3 个马达上的位移函数; t 为时间。

运行之后,得到了 3 s 之内动平台的位移、速度、加速度在 3 个方向的分量,见图 4。当主动副施加正余弦的位移函数时,通过图像可以看出动平台的速度和加速度曲线也呈现出了周期性的类似正余弦的规律,可以根据速度与加速度的大小,适当调整主动副的时间,来适应实际工作的需要。

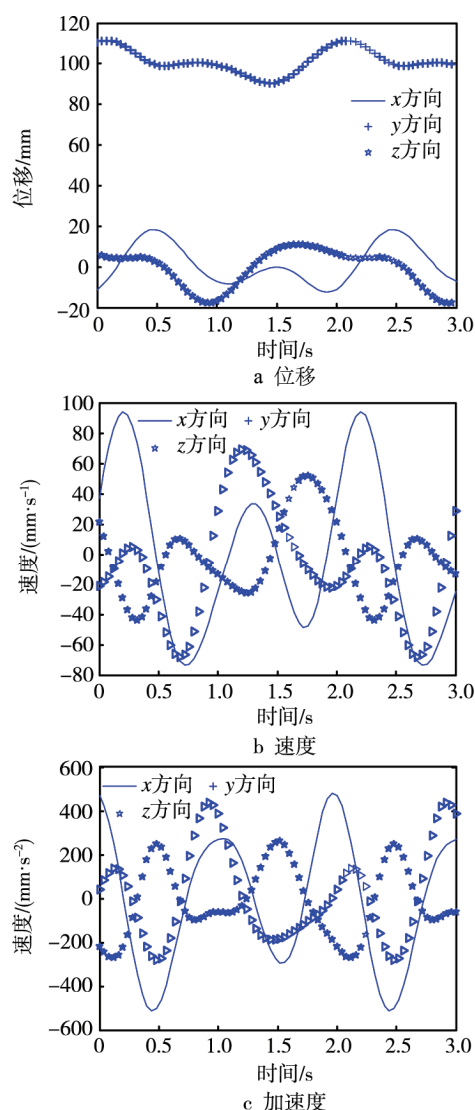


图4 动平台运动性能

Fig.4 Kinematic performance of moving platform

5 结语

提出了新型的 3-UPRP 并联机构,计算了其自由度、位置逆解。基于位置逆解,求出了机构的工作空间。由良好的工作空间可以看出此并联机构的优越性。通过 SolidWorks 对机构进行位移、速度、加速度仿真,仿真结果可以为机构在柔性包装过程中提供一定理论依据,返回时选择较快的速度,工作时选择较慢的速度,这样工作既安全可靠,又可以提高效率。

参考文献:

- [1] 段鹏,何庆中,王浦全,等.白酒包装线搬运机器人轨迹曲线研究[J].包装工程,2014,35(3):22—24.
DUAN Peng, HE Qing-zhong, WANG Pu-quan, et al. Trajectory Curve of the Liquor Packing Line Moving Robot[J]. Packaging Engineering, 2014, 35(3): 22—24.
- [2] 平立发. 2PRC-PRS 并联样机设计与控制实验研究[D]. 秦皇岛:燕山大学,2015.
PING Li-fa. Design of 2RPC-PRS Parallel Prototype and Research on Control Experiment[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2015.
- [3] LI Qin-chuan, JACQUES M H. Type Synthesis of 3-DOF RPR Equivalent Parallel Mechanisms[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2014, 30(6): 1333—1343.
- [4] CHEN Gen-liang, YU Wei-dong, LI Qin-chuan. Dynamic Modeling and Performance Analysis of the 3-PRR 1T2R Parallel Manipulator without Parasitic Motion[J]. Nonlinear Dynamics, 2017(1): 1—15.
- [5] THANNH T D, KOTLARSKI J. Dynamics Identification of Kinematically Redundant Parallel Robots Using the Direct Search Method[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 55(52): 277—295.
- [6] 柴馨雪,项济南,李秦川. 2-UPR-RPU 并联机构奇异分析[J]. 机械工程学报,2015(13):144—151.
CHAI Xin-xue, XIANG Ji-nan, LI Qin-chuan. Singularity Analysis of a 2-UPR-RPU Parallel Mechanism [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015(13): 144—151.
- [7] 张强. 基于 2RPU/SPR 机构五自由度混联机器人性能分析与仿真[D]. 秦皇岛:燕山大学,2016.
ZHANG Qiang. Performance and Simulation Analysis of Five Degree of Freedom Hybrid Robot Based on 2RPU/SPR Mechanism[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2016.
- [8] 张志良,李瑞琴,郭彦军. 一种 2R1T 空间并联机构及其位置分析[J]. 机械传动,2014(1):23—26.
ZHANG Zhi-liang, LI Rui-qin, GUO Yan-jun. Structure and Position Analysis of 2R1T Spatial Parallel Mechanism[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2014(1): 23—26.
- [9] 张东胜,许允斗,姚建涛,等. 2-RPU/UPR 并联机构自由度和位置分析[J]. 机械设计与制造,2014(12):53—56.

- ZHANG Dong-sheng, XU Yun-dou, YAO Jian-tao, et al. Position and DOF Analysis of 2-RPU/UPR Parallel Mechanism[J]. Machinery Design & Manufacture, 2014(12): 53—56.
- [10] 李俊帅, 马春生, 李瑞琴, 等. 3-PUPU 并联机构的运动学与工作空间分析[J]. 包装工程, 2017, 38(11): 123—128.
- LI Jun-shuai, MA Chun-sheng, LI Rui-qin, et al. Kinematics and Workspace of 3-PUPU Parallel Mechanism[J]. Package Engineering, 2017, 38(11): 123—128.
- [11] 刘小娟, 李虹, 李瑞琴, 等. 3-RRP 平面并联机构的工作空间和灵巧度分析[J]. 东华大学学报(自然科学版), 2016, 42(4): 523—526.
- LIU Xiao-juan, LI Hong, LI Rui-qin, et al. Analysis of Workspace and Dexterity of 3-RRP Planar Parallel Mechanism[J]. Journal of Donghua University (Natural Science Edition), 2016, 42(4): 523—526.
- [12] CAO Yi, QI Sui-ping, LU Ke, et al. Shape and Size Computation of Planar Robot Workspace[C]// 2009 WRI Word Congress on Computer Science and Information Engineering, Los Angeles, USA IEEE, 2009, 2: 16—130.
- [13] 郝亮亮, 李虹, 李瑞琴. 3-PRS 并联机构工作空间求解的 SimMechanics 实现[J]. 机械设计与制造, 2016, (11): 63—65.
- HAO Liang-liang, LI Hong, LI Rui-qin. Workspaces Solution of 3-PRS Parallel Mechanism with Sim Mechanics[J]. Machinery Design & Manufacture, 2016 (11): 63—65.
- [14] WANG Jin-song, LIU Xin-jun, WU Chao. Optimal Design of a New Spatial 3-DOF Parallel Robot with Respect to a Frame-free Index[J]. Science in China Series E: Technological Sciences, 2009, 52(4): 986—999.
- [15] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- HUANG Zhen, ZHAO Yong-sheng, ZHAO Tie-shi. Advanced Spatial Mechanism[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.