缓冲与隔振

抗事故包装箱抗冲击性能的相似准则

周政，葛任伟，卢永刚，黄鑫
（中国工程物理研究院 总体工程研究所，绵阳 621900）

摘要：目的 研究跌落情况下抗事故包装箱模型设计的相似准则，建立可在相似冲击载荷情况下推断抗事故包装箱原型的抗事故能力的设计方法。**方法** 以抗事故包装箱内容器底部圆心和半径处的应力作为表征其抗冲击能力的指标，找出影响应力的主要物理量，通过量纲分析，建立原型与模型应力相关的无量纲关系式，确立相应的相似设计准则。**结果** 对原型和模型进行了跌落冲击的数值模拟计算，分析结果表明，基于所建立的相似设计准则，缩比模型的应力响应与原型的响应具有较高的相似性。**结论** 在材料相同、几何形状相似、有效载荷与包装箱有效载荷的质量比相同的情况下，利用相似准则进行分析，抗事故包装箱原型和模型的受载水平基本相同，基于缩比模型进行的试验设计具有可行性。

关键词：抗事故包装箱；量纲分析；相似理论；模型试验
中图分类号：TB487 **文献标识码：**A **文章编号：**1001-3563(2018)07-0031-08
DOI：10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.07.007

Similarity Criteria for Impact Resistance of Accident Resistant Containers

ZHOU Zheng, *GE Ren-wei*, *LU Yong-gang*, *HUANG Xin*
(Institute of System Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

ABSTRACT: The work aims to study the similarity criteria for the design of accident resistant container model in drop case, and establish the design method for predicting the accident resistant ability of the accident resistant container prototype through the impact load in similar situations. The stresses at the center and radius of the bottom of the ner container of the accident resistant container were taken as the indicators to characterize the impact resistance capacity. The dominant physical parameters affecting the stress were found. Through dimensional analysis, the dimensionless equation related to the stress of the prototype and the model was established and the corresponding similarity design criteria were established. The numerical simulation on the drop impact of the prototype and the model were carried out. The analysis results showed that the stress response of the scaled model agreed well with the prototype based on the similarity design criteria established. With the same material, the similar geometric data, and the same mass ratio of the payload to that of the container, based on the analysis by similarity criteria, the loaded levels of accident resistant container prototype and model are basically the same. The experimental design conducted based on the scaled model is feasible.

KEY WORDS: accident resistant containers; dimensional analysis; similarity theory; model test

碰撞、跌落、火烧是核材料运输过程中最为典型的事故场景。在这些场景下，核材料将面临严酷的力、热载荷条件，一旦发生放射性材料的泄露，对人员、环境造成的危害将会十分巨大，为降低上述事故风险，抗事故包装箱设计十分必要。为了保障抗事故包装箱有较好的缓冲及隔热性能，一般需要进行缓冲及防隔热实验。抗事故包装箱的质量、尺寸较大，通过原型试验来判断方案可行性的成本巨大，且试验周期长。

基于相似理论，通过设计相似模型试验来模拟该类物理现象的动力学特性及响应，再现原型的典型故障特征，再由模型试验的结果反推原型的动力学参数

收稿日期：2017-11-12
基金项目：国家自然科学基金面上项目（11572299）
作者简介：周政（1993—），男，总体工程研究所硕士生，主攻相似模型的建立和模型试验的设计。
通信作者：葛任伟（1981—），男，博士，研究员，主要研究方向为复杂工程系统设计技术与结构优化分析方法。

和特征等，该方法是解决上述问题的重要技术途径之一[1]。经典相似理论早在 100 多年前就已提出，主要包括“相似第一定理，相似 π 定理，相似第三定理”3 个基本定理。相似第一定理于 1848 年由法国的 Bertrand 提出，表述为“对于相似的现象，其相似指标等于 1”[2]。这是现象相似的性质定理。相似的物理现象中，在彼此对应空间点和对应时刻上，π 项（无量纲量）数值相等。相似第一定理指出了相似现象中存在 π 项，但没有明确到底存在多少个 π 项。在 1914 年，美国学者 Buckingham 提出了相似第二定理（相似 π 定理），可表述为“设某物理现象有 n 个物理量，其中 k 个物理量的量纲是相互独立的，那么这 n 个物理量可表示为（$n-k$）个 π 项之间的函数关系”[3]。相似第二定理是无量纲组合的数量定理，在建立相似模型的过程中，其首要步骤就是推导出相似准则，也就是推导出无量纲量。无量纲量的推导主要依靠量纲分析和相似第二定理，文中会有进一步的阐述和实际运用。相似第二定理虽然明确了一个物理现象中存在的 π 项的个数，但是它没有给出现象相似的判据。1930 年，前苏联人基尔皮契夫提出了相似第三定理，可表述为“现象的单值条件（系统的几何条件、介质的物理性质、起始条件和边界条件等）相似，且由单值条件导出的相似准则在数值上相等，则现象彼此相似”[2]，即现象相似的判定定理。国内有学者[4]将相似定理的数量由原来的 3 个扩充至 11 个，并提出了相似准数、相似指数方程、基础物理量以及函数物理量等概念，从而增强了相似理论的系统性。

相似理论和模型试验的应用有悠久的历史。2009 年，NASA（美国航空航天局）声称，从其前身 NACA（美国航空咨询委员会）开始，NASA 研究发展相似模型技术已超过了 80 年[5]。事实上，NASA 在研究与宇航飞行相关的学科时都有用到各种特制的模型，且目前在相似模型方面取得了成果的研究项目大都是由 NASA 支持的。2013 年，NASA 的技术报告服务器进行了更新，发布了超过 50 篇与相似模型、结构相似、相似设计相关的报告，这些报告所涉及的研究大都是在 20 世纪 60—90 年代之间的机密工作。

Coutinho 等[6]以时间的先后顺序综述了相似理论在发展过程中的主要创新点、方法和案例研究，Rayleigh[7]首次提出了可将基于量纲分析的模型应用于工程中的思想。30 年后，Goodier 和 Thomson[8]首次讨论了将相似理论应用于结构系统的可行性，该文提出了运用量纲分析建立相似条件的系统化步骤。在之后几年里，一系列的应用量纲分析处理相似模型的书籍出版了，如 Kline[9]规划了基于量纲分析和直接运用控制方程建立相似条件的方法，Szucs[10]重点强调了直接运用系统的控制方程，Singer 等[11]重点强调了量纲分析的方法。

文中拟在对抗事故包装箱的结构进行简化的基础上，通过量纲分析确定模型试验的相似准则[12]，开展 1∶4 相似模型设计研究。多数关于跌落冲击响应的相似研究均是以所关注的物理量的特征单值（如最大值）为主要考虑对象，并未特别关注该物理量的时间历程[13−16]。文中基于数值模拟，对原型和 1∶4 模型的跌落冲击进行计算分析，分析表征抗冲击性能的特征点应力响应的特征单值及其时间历程的相似性。

1 基本结构

抗事故包装箱与普通包装箱有较大的不同，在装运操作过程中突发的异常环境下，抗事故包装箱都能最大限度地保护有效载荷不被损坏。抗事故包装箱的构成部分主要包括外容器、防火和减振材料、缓冲部件、内容器、保护套、底座等，其构造结构见图 1a。为便于分析，文中将抗事故包装箱简化为由外容器、防火缓冲层、内容器、有效载荷（文中忽略有效载荷的内部结构细节，将其视为外形、质量特性模拟件）组成的基本结构，见图 1b。

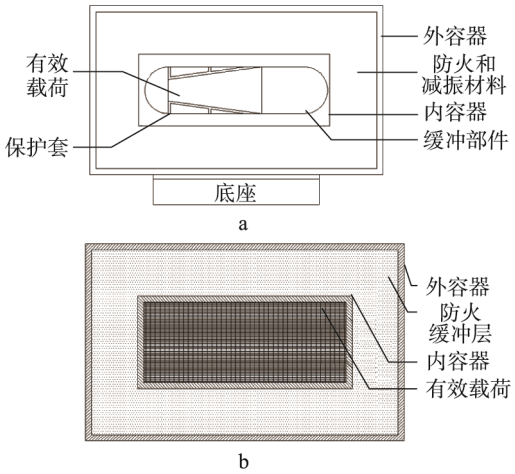


图 1 抗事故包装箱原理和简化模型
Fig.1 Principle and simplified model of accident resistant container

2 量纲分析

通过模型推断抗事故包装箱原型的抗冲击能力，首先要选择在跌落冲击中具有代表性的物理量。以抗事故包装箱内容器底部圆心、半径处（包装箱内容器底部 2 个对称边界半径点处的 2 个点中的任意 1 个）为特征点，以该 2 点的应力 σ_i 作为表征抗事故包装箱抗冲击能力的重要参量，模型和原型的应力响应曲线相似程度越高，则表明模型设计相似程度越高。影响 σ_i 的主要物理量如下所述。

1）外容器。几何参数包括长度 L_o、直径 D_o、厚度 d_o；材料参数包括材料密度 ρ_o、弹性模量 E_o、泊松比 ν_o、屈服强度 R_{eo}。由于事故场景冲击速度远小于材料声速，因此忽略内箱的材料可压缩性。同时，由于应变率不高，忽略内箱材料应变率硬化效应的影响。

2）防火缓冲层。防火缓冲层的几何尺寸可由内、外容器尺寸确定，为相关尺寸，非独立尺寸。材料参数包括密度 ρ_b、弹性模量 E_b、泊松比 ν_b 及屈服强度 R_{eb}。考虑缓冲层被压缩到密实段之前吸收冲击能量的能力，增加 1 个控制参数，即缓冲层被压缩到密实段的最大应变 ε_b。

3）内容器。几何参数包括长度 L_i、直径 D_i、厚度 d_i；材料参数包括密度 ρ_i、弹性模量 E_i、泊松比 ν_i、屈服强度 R_{ei}。

4）有效载荷。作为抗事故包装箱内部的有效载荷，其特性必然会影响内箱的应力情况。为方便分析，文中将有效载荷视为结构钢，相当于用抗事故包装箱运送一定形状一定质量的结构钢。主要控制参数有质量 m_n、长度 L_n、直径 D_n。

5）靶体。将靶的几何尺寸视为远大于抗事故包装箱的尺寸，主要考虑材料参数的影响，包括密度 ρ_t、弹性模量 E_t、泊松比 ν_t、屈服强度 R_{et}。

6）撞击参数。撞击速度 v，撞击姿态 θ（用抗事故包装箱轴线与靶体表面夹角表示）。

7）位置、时间。x，y，z 为数值模拟建模时全局坐标系下特征点的空间坐标值，保证特征点的几何相似。t 为时间，考察尺寸的缩比对响应时间尺度的变化。

以上物理量就是影响 σ_i 的主要物理量，这些量中 L_o，D_o，d_o，L_i，D_i，d_i，L_n，D_n，x，y，z 的单位为 m，量纲为$[L^1M^0T^0]$。ρ_o，ρ_b，ρ_i，ρ_t 的单位为 kg/m^3，量纲为$[L^{-3}M^1T^0]$。E_o，E_b，E_i，E_t，Y_o，Y_b，Y_i，Y_t 的单位为 Pa，量纲为$[L^{-1}M^1T^{-2}]$。ν_o，ν_b，ν_i，ν_t，ε_b，θ 的量纲为$[L^0M^0T^0]$。m_n 的单位为 kg，量纲为$[L^0M^1T^0]$。v 的单位为 m/s，量纲为$[L^1M^0T^{-1}]$。t 的单位为 s，量纲为$[L^0M^0T^1]$。

任一物理问题所服从的规律均可写成有量纲物理量的因果关系，如：

$$x = f(x_1, x_2 \ldots x_k, x_{k+1} \ldots x_n) \tag{1}$$

式中：$x_1, x_2 \ldots x_k$ 为基本量（量纲独立的量）；$x_{k+1}, x_{k+2} \ldots x_n$ 为导出量（量纲可由基本量的量纲导出的量）。由相似第二定理，式（1）可写成无量纲式的函数关系：

$$\pi = f\left(\pi_1, \pi_2 \ldots \pi_{n-k}\right) \tag{2}$$

式中：π 是对应 x 的无量纲数；$\pi_1, \pi_2 \ldots \pi_{n-k}$ 分别对应 $x_{k+1}, x_{k+2} \ldots x_n$ 的无量纲数。$\pi, \pi_1, \pi_2 \ldots \pi_{n-k}$ 即为量纲分析法得到的相似准则。

由此可见，σ_i 是上文中所列出的物理量的函数，即：

$$\begin{aligned}\sigma_i = f(&L_o, D_o, d_o, \rho_o, E_o, \nu_o, R_{eo}, \rho_b, E_b, \nu_b, R_{eb},\\ &\varepsilon_b, L_i, D_i, d_i, \rho_i, E_i, \nu_i, R_{ei}, L_n, D_n, m_n, \rho_t,\\ &E_t, \nu_t, R_{et}, v, \theta, x, y, z, t)\end{aligned} \tag{3}$$

式（3）中的所有变量涉及到的量纲有：质量$[M]$，长度$[L]$和时间$[T]$。根据相似第二定理，选择内容器长度 L_i，弹性模量 E_i 以及时间 t 作为基本量，则其余物理量的量纲式可由这 3 个基本量表示出来。例如：

$$[m_n] = [L_i]^a \cdot [E_i]^b \cdot [t]^c \tag{4}$$

由上文知，m_n 的量纲为$[L^0M^1T^0]$，L_i 的量纲为$[L^1M^0T^0]$，E_i 的量纲为$[L^{-1}M^1T^{-2}]$，t 的量纲为$[L^0M^0T^1]$。根据量纲和谐原理，式（4）等号两边的量纲应一致，因此：

$$[L^0] = [L^1]^a \cdot [L^{-1}]^b \cdot [L^0]^c \tag{5}$$

$$[M^1] = [M^0]^a \cdot [M^1]^b \cdot [M^0]^c \tag{6}$$

$$[T^0] = [T^0]^a \cdot [T^{-2}]^b \cdot [T^1]^c \tag{7}$$

对量纲$[L]$，由式（5）有：

$$a \cdot 1 + b \cdot (-1) + c \cdot 0 = 0 \tag{8}$$

对量纲$[M]$，由式（6）有：

$$a \cdot 0 + b \cdot 1 + c \cdot 0 = 1 \tag{9}$$

对量纲$[T]$，由式（7）有：

$$a \cdot 0 + b \cdot (-2) + c \cdot 0 = 0 \tag{10}$$

联立式（8—10），可解得 a=1, b=1, c=2。将 a, b, c 代入式（4），可得 $[m_n] = [L_i]^1 \cdot [E_i]^1 \cdot [t]^2$，从而可知 m_n 对应的无量纲量是 $\dfrac{m_n}{E_i t^2 L_i}$。

以此类推，可由式（3）导出如下无量纲关系式：

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_i}{E_i} = f\Bigg(&\frac{L_o}{L_i}, \frac{D_o}{L_i}, \frac{d_o}{L_i}, \frac{D_i}{L_i}, \frac{d_i}{L_i}, \frac{L_n}{L_i}, \frac{D_n}{L_i}, \frac{x}{L_i}, \frac{y}{L_i}, \frac{z}{L_i},\\ &\frac{L_i^2\rho_o}{E_i t^2}, \frac{L_i^2\rho_b}{E_i t^2}, \frac{L_i^2\rho_i}{E_i t^2}, \frac{L_i^2\rho_t}{E_i t^2}, \frac{E_o}{E_i}, \frac{E_b}{E_i}, \frac{E_t}{E_i}, \frac{R_{eo}}{E_i},\\ &\frac{R_{eb}}{E_i}, \frac{R_{ei}}{E_i}, \frac{R_{et}}{E_i}, \nu_o, \nu_b, \nu_i, \nu_t, \varepsilon_b, \theta, \frac{m_n}{E_i t^2 L_i}, \frac{vt}{L_i}\Bigg)\end{aligned} \tag{11}$$

若模型与原型的各结构均采用相同的材料，撞击靶体材料也相同，则式（11）可简化为：

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_i}{E_i} = f\Bigg(&\frac{L_o}{L_i}, \frac{D_o}{L_i}, \frac{d_o}{L_i}, \frac{D_i}{L_i}, \frac{d_i}{L_i}, \frac{L_n}{L_i}, \frac{D_n}{L_i}, \frac{x}{L_i}, \frac{y}{L_i}, \frac{z}{L_i},\\ &\frac{L_i^2\rho_o}{E_i t^2}, \frac{L_i^2\rho_b}{E_i t^2}, \frac{L_i^2\rho_i}{E_i t^2}, \frac{L_i^2\rho_t}{E_i t^2}, \theta, \frac{m_n}{E_i t^2 L_i}, \frac{vt}{L_i}\Bigg)\end{aligned} \tag{12}$$

若模型试验采用与原型试验相同的撞击速度和

撞击姿态，式（12）可进一步简化为：

$$\frac{\sigma_{\mathrm{i}}}{E_{\mathrm{i}}}=f\left(\frac{L_{\mathrm{o}}}{L_{\mathrm{i}}},\frac{D_{\mathrm{o}}}{L_{\mathrm{i}}},\frac{d_{\mathrm{o}}}{L_{\mathrm{i}}},\frac{D_{\mathrm{i}}}{L_{\mathrm{i}}},\frac{d_{\mathrm{i}}}{L_{\mathrm{i}}},\frac{L_{\mathrm{n}}}{L_{\mathrm{i}}},\frac{D_{\mathrm{n}}}{L_{\mathrm{i}}},\frac{x}{L_{\mathrm{i}}},\frac{y}{L_{\mathrm{i}}},\frac{z}{L_{\mathrm{i}}},\frac{L_{\mathrm{i}}^2\rho_{\mathrm{o}}}{E_{\mathrm{i}}t^2},\frac{L_{\mathrm{i}}^2\rho_{\mathrm{b}}}{E_{\mathrm{i}}t^2},\frac{L_{\mathrm{i}}^2\rho_{\mathrm{i}}}{E_{\mathrm{i}}t^2},\frac{L_{\mathrm{i}}^2\rho_{\mathrm{t}}}{E_{\mathrm{i}}t^2},\frac{m_{\mathrm{n}}}{E_{\mathrm{i}}t^2L_{\mathrm{i}}},\frac{vt}{L_{\mathrm{i}}}\right) \tag{13}$$

易知，在保证式（13）右边函数中的无量纲值相等的情况下，等式左边 $\frac{\sigma_{\mathrm{i}}}{E_{\mathrm{i}}}$ 的值也相等，即抗事故包装箱的模型和原型的冲击现象是相似的。

3 推导相似准则

式（4—10）是相似准则的推导过程，式（13）中等号两边的无量纲量即所求的相似准则。要保证模型内容器底部特征点的应力水平与原型相似，需满足以下条件：

$$\left(\frac{L_{\mathrm{o}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{L_{\mathrm{o}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{14}$$

$$\left(\frac{D_{\mathrm{o}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{D_{\mathrm{o}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{15}$$

$$\left(\frac{d_{\mathrm{o}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{d_{\mathrm{o}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{16}$$

$$\left(\frac{D_{\mathrm{i}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{D_{\mathrm{i}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{17}$$

$$\left(\frac{d_{\mathrm{i}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{d_{\mathrm{i}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{18}$$

$$\left(\frac{L_{\mathrm{n}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{L_{\mathrm{n}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{19}$$

$$\left(\frac{D_{\mathrm{n}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{D_{\mathrm{n}}}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{20}$$

$$\left(\frac{x}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{x}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{21}$$

$$\left(\frac{y}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{y}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{22}$$

$$\left(\frac{z}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{z}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{23}$$

$$\left(\frac{L_{\mathrm{i}}^2\rho_{\mathrm{o}}}{E_{\mathrm{i}}t^2}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{L_{\mathrm{i}}^2\rho_{\mathrm{o}}}{E_{\mathrm{i}}t^2}\right)_{\mathrm{p}} \tag{24}$$

$$\left(\frac{L_{\mathrm{i}}^2\rho_{\mathrm{b}}}{E_{\mathrm{i}}t^2}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{L_{\mathrm{i}}^2\rho_{\mathrm{b}}}{E_{\mathrm{i}}t^2}\right)_{\mathrm{p}} \tag{25}$$

$$\left(\frac{L_{\mathrm{i}}^2\rho_{\mathrm{i}}}{E_{\mathrm{i}}t^2}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{L_{\mathrm{i}}^2\rho_{\mathrm{i}}}{E_{\mathrm{i}}t^2}\right)_{\mathrm{p}} \tag{26}$$

$$\left(\frac{L_{\mathrm{i}}^2\rho_{\mathrm{t}}}{E_{\mathrm{i}}t^2}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{L_{\mathrm{i}}^2\rho_{\mathrm{t}}}{E_{\mathrm{i}}t^2}\right)_{\mathrm{p}} \tag{27}$$

$$\left(\frac{m_{\mathrm{n}}}{E_{\mathrm{i}}t^2L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{m_{\mathrm{n}}}{E_{\mathrm{i}}t^2L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{28}$$

$$\left(\frac{vt}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{vt}{L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{29}$$

$$\left(\frac{\sigma_{\mathrm{i}}}{E_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{\sigma_{\mathrm{i}}}{E_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{30}$$

以式（28）为例，可将 $\left(\frac{m_{\mathrm{n}}}{E_{\mathrm{i}}t^2L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{m}}=\left(\frac{m_{\mathrm{n}}}{E_{\mathrm{i}}t^2L_{\mathrm{i}}}\right)_{\mathrm{p}}$ 变换为 $\frac{(m_{\mathrm{n}})_{\mathrm{m}}}{(m_{\mathrm{n}})_{\mathrm{p}}}=\frac{(E_{\mathrm{i}}t^2L_{\mathrm{i}})_{\mathrm{m}}}{(E_{\mathrm{i}}t^2L_{\mathrm{i}})_{\mathrm{p}}}\cdot\frac{(E_{\mathrm{i}})_{\mathrm{m}}}{(E_{\mathrm{i}})_{\mathrm{p}}}\cdot\left(\frac{(t)_{\mathrm{m}}}{(t)_{\mathrm{p}}}\right)^2\cdot\frac{(L_{\mathrm{i}})_{\mathrm{m}}}{(L_{\mathrm{i}})_{\mathrm{p}}}$。令 $C_{m_{\mathrm{n}}}=\frac{(m_{\mathrm{n}})_{\mathrm{m}}}{(m_{\mathrm{n}})_{\mathrm{p}}}$，$C_{E_{\mathrm{i}}}=\frac{(E_{\mathrm{i}})_{\mathrm{m}}}{(E_{\mathrm{i}})_{\mathrm{p}}}$，$C_t=\frac{(t)_{\mathrm{m}}}{(t)_{\mathrm{p}}}$，$C_{L_{\mathrm{i}}}=\frac{(L_{\mathrm{i}})_{\mathrm{m}}}{(L_{\mathrm{i}})_{\mathrm{p}}}$，可得 $C_{m_{\mathrm{n}}}=C_{E_{\mathrm{i}}}\cdot C_t^2\cdot C_{L_{\mathrm{i}}}$。

假设模型与原型材料相同，靶体材料相同，即对于所有的材料参数，有 $C_{E,\rho,\varepsilon,R_{\mathrm{e}},\nu}=1$。假设模型与原型的撞击速度和撞击姿态也一致，即 $C_v=1$，$C_\theta=1$。可按照改写式（28）的方法将相似准则式（14—30）改写为相似指标的形式：

$$C_{L_{\mathrm{o}}}=C_{L_{\mathrm{i}}} \tag{31}$$

$$C_{D_{\mathrm{o}}}=C_{L_{\mathrm{i}}} \tag{32}$$

$$C_{d_{\mathrm{o}}}=C_{L_{\mathrm{i}}} \tag{33}$$

$$C_{D_{\mathrm{i}}}=C_{L_{\mathrm{i}}} \tag{34}$$

$$C_{d_{\mathrm{i}}}=C_{L_{\mathrm{i}}} \tag{35}$$

$$C_{L_{\mathrm{n}}}=C_{L_{\mathrm{i}}} \tag{36}$$

$$C_{D_{\mathrm{n}}}=C_{L_{\mathrm{i}}} \tag{37}$$

$$C_x=C_{L_{\mathrm{i}}} \tag{38}$$

$$C_y=C_{L_{\mathrm{i}}} \tag{39}$$

$$C_z=C_{L_{\mathrm{i}}} \tag{40}$$

$$C_t=C_{L_{\mathrm{i}}} \tag{41}$$

$$C_{m_{\mathrm{n}}}=C_t^2\cdot C_{L_{\mathrm{i}}} \tag{42}$$

$$C_{\sigma_{\mathrm{i}}}=1 \tag{43}$$

基于上述相似指标，设计相似模型，这里讨论缩比尺度为 1∶4 的模型相似设计准则，以内容器筒体长度为设计自变量，即 $C_{L_{\mathrm{i}}}=\frac{1}{4}$。根据 $C_{L_{\mathrm{i}}}$，由式（31—43）可以得到其他物理量的相似指标的数值。

4 数值模拟

4.1 相似模型的结构设计

文中将抗事故包装箱简化为由外容器、防火缓冲

层、内容器、有效载荷组成的基本结构。设定原型的外容器筒体长为 1000 mm，直径为 400 mm，筒体壁厚为 10 mm；设定原型的内容器筒体长为 600 mm，直径为 240 mm，筒体壁厚为 10 mm。由式（31—37）可得到的抗事故包装箱设计参数见表 1。

表 1　相似模型设计参数对比

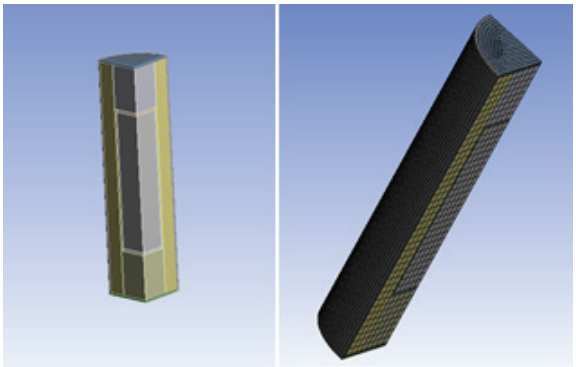
Tab.1 Contrast of similar model design parameters

mm

主要参数	外容器长度L_o	外容器直径D_o	外容器厚度d_o	内容器长度L_i	内容器直径D_i	内容器厚度d_i
原型	1000	400	10	600	240	10
模型	250	100	2.5	150	60	2.5

4.2 有限元模型

为了减少计算规模与缩短计算时间，这里以 1/4 对称的模型代替原模型[17—19]，见图 2。基于前文基础，原型各结构的材料选取见表 2。



a　　b

图 2　原型 1/4 实体模型

Fig.2 Physical model of 1/4 prototype

表 2　各部分材料参数

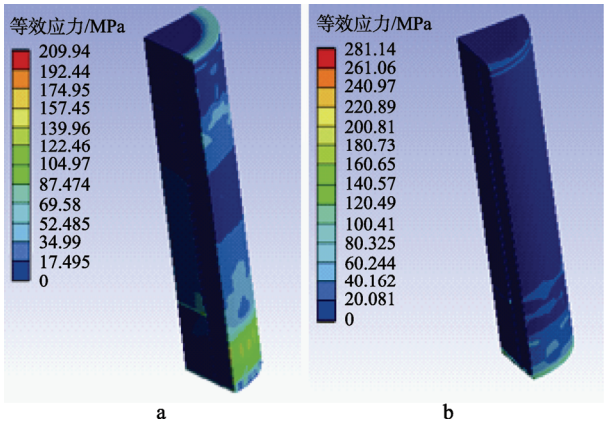
Tab.2 Material parameters of each part

种类	材料	密度/(kg·m^{-3})	弹性模量/GPa	泊松比	屈服强度/MPa
外容器	不锈钢	7750	193	0.31	210
缓冲层	聚乙烯	950	1.1	0.42	—
内容器	铝合金	2770	71	0.33	280
靶体	结构钢	7850	200	0.3	250

4.3　计算结果

设定冲击速度为 4427.2 mm/s（即跌落高度为 1 m 时的冲击速度）。按照表 1 的数据设定各部分几何尺寸，按照表 2 的数据设定各部分材料。整体结构的跌落冲击应力云图见图 3，原型内容器底部圆心和半径处的应力响应曲线见图 4，模型内容器底部圆心和半径处的应力响应曲线见图 5。可见原型和模型的 2 个对应特征点的应力响应在时间轴上有较大差别，由图形的数据统计信息可知，模型的主峰回归平缓的时刻是 1.109 ms，原型的时刻是 4.341 ms。原型主峰回归平缓的时间约是模型的 4 倍，符合前文推出的相似准则 $C_t = C_{L_i} = \frac{1}{4}$。

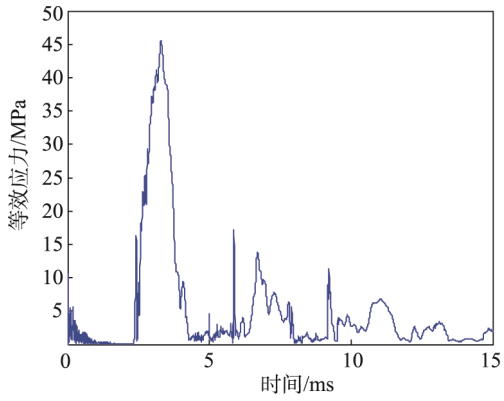
模型的应力响应和原型在时间轴上之所以有差别，是因为在材料和结构的局部表面受到动载荷作用或位移扰动时，所产生的应力和变形将以波的形式传



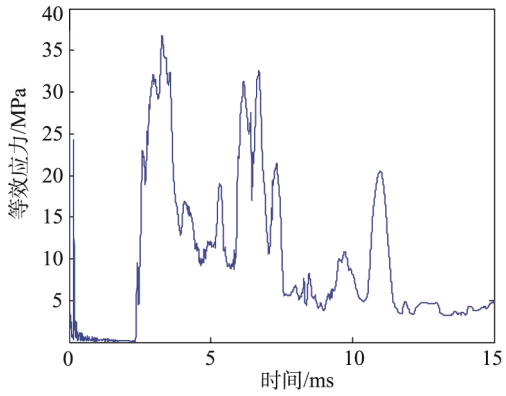
a　　b

图 3　原型与模型应力云图

Fig.3 Stress nephogram of the prototype and model



a 圆心处



b 半径处

图 4　原型内容器底部圆心、底部半径处的应力响应曲线

Fig.4 Stress response curves of the prototype inner container bottom center and radius location

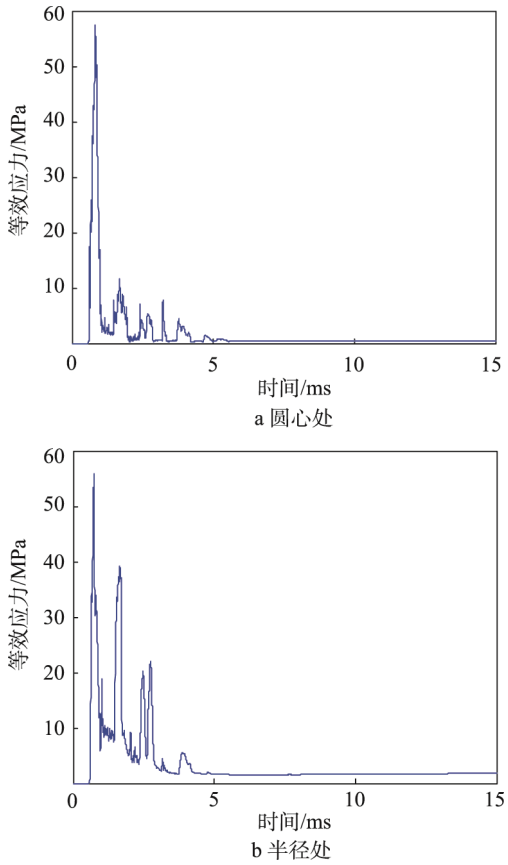


图 5　模型内容器底部圆心、底部半径处的应力响应曲线
Fig.5 Stress response curves of the model inner container bottom center and radius location

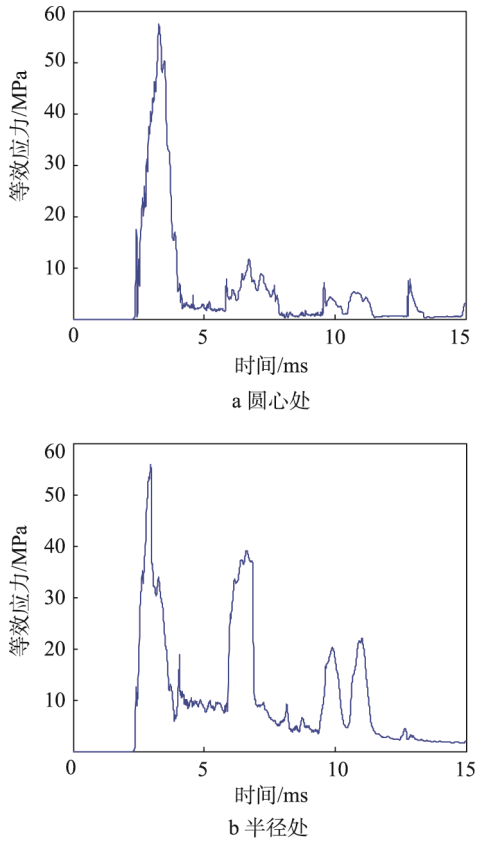


图 6　基于相似准则处理后特征点应力响应曲线
Fig.6 Stress response curves of feature points dealt with similarity criteria

播开去。在金属材料中的弹性波速通常为每秒数公里，其波速可表达为 $c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$，波速是一个材料常数，与外界无关。由于模型的尺寸是原型的 1/4，相应地，应力波传递的距离也就只有 1/4，所以时间轴上的响应也呈现出 1∶4 的关系。

4.4　基于相似准则的模型计算结果分析

所选择的特征点是抗事故包装箱内容器底部的圆心处和半径处，其位置由结构尺寸决定，自然能满足式（38—40），即特征点满足几何相似。由前文可知，原型和模型的几何尺寸满足式（31—37）。在满足所有相似准则的情况下，模型和原型的应力响应满足式（41）和（43），即利用相似指标 $C_t=\frac{1}{4}$，$C_{\sigma_i}=1$ 对模型特征点的应力响应曲线进行处理后得到的 $\left(\sigma_i^{'},t^{'}\right)$，其与原型特征点的应力响应曲线 $\left(\sigma_i,t\right)$ 应相同。

基于相似指标 $C_t=\frac{1}{4}$，$C_{\sigma_i}=1$ 对图 5 中的响应曲线进行处理，得到的响应曲线见图 6。

5　相似性分析

模型特征点经相似准则处理后的应力响应曲线与原型特征点应力响应曲线的对比见图 7。下面分别对表征抗冲击性能的特征点应力响应的特征单值及其时间历程的相似性进行分析。若特征单值及时间历程的相似性都较好，则说明模型能较好地反映原型的应力响应。

由图 7 可知，原型内容器底部圆心处的应力响应的主波峰峰值为 45.5 MPa，模型应力响应的主波峰峰值为 57.3 MPa，存在一定差异，但应力水平基本相当，满足工程分析需求。主峰峰值出现时刻与原型主峰峰值出现时刻非常相近，差值几乎为 0。原型内容器底部半径处响应曲线的主波峰峰值为 36.7 MPa，模型应力响应的主波峰峰值为 55.9 MPa，应力水平也基本相当，主峰峰值出现时刻也高度相近。就应力响应的主峰峰值及峰值出现时刻这 2 个特征单值而言，文中所设计的模型试验能较好地保证相似性。

由视觉比较可知原型和模型特征点应力响应的时间历程一致。引入相关系数来定量地表征原型和模型应力响应时间历程的相似性。

对于 2 条曲线 $f(t)$，$g(t)$，其相关系数可表示为

$$R=\frac{\int_0^{\tau} f(t)g(t)\mathrm{d}t}{\sqrt{\left\{\int_0^{\tau}\left[f(t)\right]^2\mathrm{d}t\right\}\left\{\int_0^{\tau}\left[g(t)\right]^2\mathrm{d}t\right\}}}$$

。R 的值越接近于 1，则表明 $f(t)$和 $g(t)$随时间的变化趋势越相似。对于内容器底部圆心处的应力响应，模型和原型的应力响应曲线的相关系数 R_1=0.98267；对于内容器底部半径处的应力响应，模型和原型的应力响应曲线的相关系数 R_2=0.88879。R_1 和 R_2 都很接近于 1。就应力响应的时间历程而言，所设计的模型试验也能较好地保证相似性。

综上，模型和原型特征点处的应力响应具有较高的相似性。通过设计相似模型试验来模拟抗事故包装箱跌落冲击的动力学特性及响应，再现原型的典型应力响应，再由模型试验的结果反推原型的动力学参数和特征是可行的。

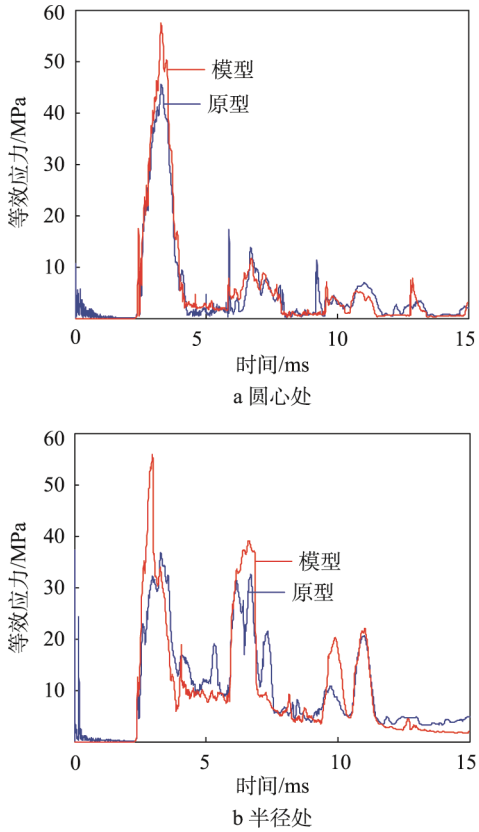


图 7　特征点应力响应对比分析

Fig.7 Comparative analysis of the stress response of feature points

6　结语

通过对抗事故包装箱的跌落冲击问题进行量纲分析和数值模拟，表明在材料相同、几何形状相似、有效载荷与包装箱质量比相同的情况下，利用相似准则分析，抗事故包装箱原型和模型的特征点应力响应趋势相同，应力水平基本相当，基于缩比模型进行试验设计具有可行性。今后的研究拟针对模型中部分结构参数选用不同比例尺度，以及应力峰值存在差异的原因进行分析，完善模型设计的相似准则。

参考文献：

[1] 罗忠，朱云鹏，韩清凯，等. 动力学相似理论及在结构振动分析中的应用研究评述与展望[J]. 机械工程学报, 2016, 52(23): 114—134.
LUO Zhong, ZHU Yun-peng, HAN Qing-kai, et al. Review and Prospect for Dynamic Similitude Theory and Its Applications in the Structure Vibration[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(23): 114—134.

[2] 仵峰峰，曹平，万琳辉. 相似理论及其在模拟试验中的应用[J]. 采矿技术, 2007, 7(4): 64—65.
WU Feng-feng, CAO Ping, WAN Lin-hui. Similarity Theory and Its Application In Simulation Experiments[J]. Mining Technology, 2007, 7(4): 64—65.

[3] 徐挺. 相似理论与模型试验[M]. 北京：中国农业机械出版社, 1982.
XU Ting. Similarity Theory and Model Test[M]. Beijing: China Agricultural Machinery Publishing House, 1982.

[4] 宋彧，张贵文，党星海. 相似理论内容的扩充与分析[J]. 兰州理工大学学报, 2004, 30(5): 123—125.
SONG Yu, ZHANG Gui-wen, DANG Xing-hai. The Expansion and Analysis of Similarity Theoretical Content[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2004, 30(5): 123—125.

[5] CHAMBERS J R. Modeling Flight: The Role of Dynamically Scaled Free Flight Models in Support of NASA's Aerospace Programs[R]. Washington: National Aeronautics and Space Administration, 2009.

[6] COUTINHO C P, BAPTISTA A J, RODRIGUES J D. Reduced Scale Models Based on Similitude Theory: A Review up to 2015[J]. Engineering Structures, 2016, 119: 81—94.

[7] RAYLEIGH L. The Principle of Similitude[J]. Nature, 1915, 95: 66—68.

[8] GOODIER J N, THOMSON W T. Applicability of Similarity Principles to Structural Models[R]. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, 1944.

[9] KLINE S J. Similitude and Approximation Theory[M]. New York: Springer-Verlag, 1965.

[10] SZUCS E. Similitude and Modeling[M]. New York: Elsevier, 1980.

[11] SINGER J, ARBOCZ I, WELLER T. Buckling Experiments: Experimental Methods in Buckling of Thin-walled Structures[M]. London: John Wiley and Sons, 1997.

[12] TATJANA M, MARINA N, LJUBISA N. Dimensional Analysis in Physics and the Buckingham Theorem[J]. European Journal of Physics, 2010, 31: 893—906.

[13] MIGUEL A C, MARCILIO A. Ship Collision: A Brief

Survey[C]// Natal: 21st Brazilian Congress of Mechanical Engineering, 2011.

[14] JAVEED M, EDIGHOFFER H E, MCGOWAN P E. Correlation of Ground Tests and Analysis of a Dynamically Scaled Space Station Model Configuration[R]. La Jolla: National Aeronautics and Space Administration, 1993.

[15] 师桂杰, 王德禹. 集装箱船弯扭极限强度的相似模型分析[J]. 上海交通大学学报, 2010, 44(6): 782—786.
SHI Gui-jie, WANG De-yu. Analysis of the Similar Model for Ultimate Strength Subjected to Combined Action of Bending and Torsion of a Container Ship[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2010, 44(6): 782—786.

[16] 刘沛清, 马利川, 段中喆, 等. 平流层飞艇螺旋桨相似准则分析与验证[J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(7): 957—961.
LIU Pei-qing, MA Li-chuan , DUAN Zhong-zhe, et al. Study and Verification on Similarity Theory for Propellers of Stratospheric Airships[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(7): 957—961.

[17] 胡名玺, 陈煜, 杜振杰, 等. 基于 Ansys/LS-DYNA 的包装件跌落仿真分析[J]. 包装工程, 2007, 28(11): 53—54.
HU Ming-xi, CHEN Yu, DU Zhen-jie, et al. Simulate of Packaging Drop Based on Ansys/LS-DYNA[J]. Packaging Engineering, 2007, 28(11): 53—54.

[18] 聂君峰, 李晓轩, 张海泉, 等. 壳体容器跌落事故的相似试验设计与有限元分析[J]. 原子能科学技术, 2012, 46(10): 1237—1242.
NIE Jun-feng, LI Xiao-xuan, ZHANG Hai-quan, et al. Design and FEM Analysis of Similitude Model Test for Dropping Accident of Shell Container[J]. Atomic Energy Science and Technology, 2012, 46(10): 1237—1242.

[19] 胡名玺, 高万玉, 杜振杰, 等. 基于 Ansys 的悬挂式缓冲包装结构设计研究[J]. 包装工程, 2005, 26(5): 138—144.
HU Ming-xi, GAO Wan-yu, DU Zhen-jie, et al. Suspending Cushion Packaging Structural Design Based on Ansys[J]. Packaging Engineering, 2005, 26(5): 138—144.