

基于五次多项式的码垛机器人轨迹规划

孙玥, 魏欣

(南京信息职业技术学院, 南京 210023)

摘要: **目的** 为了实现多轴码垛机器人速度和加速度变化曲线光滑、稳定, 简化轨迹规划算法。**方法** 介绍码垛机器人结构, 并在码垛机器人结构基础上对码垛机器人运动进行分析, 在关节空间下提出一种五次多项式插值的码垛机器人轨迹规划方法, 利用五次函数对码垛机器人各个关节速度和加速度进行拟合插值。**结果** 仿真结果表明, 五次多项式轨迹规划方法拟合曲线更加光滑, 同时保证速度和加速度无突变, 保证了码垛机器人运动过程更加平稳。**结论** 该轨迹规划方法能够保证码垛机器人按照预定的轨迹实现速度和加速度的平滑过渡, 提升了码垛机器人运动精度。

关键词: 码垛机器人; 速度和加速度; 轨迹规划; 五次多项式插值; 仿真

中图分类号: TB486; TP242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2017)21-0159-05

Trajectory Planning of Palletizing Robot Based on Quintic Polynomial

SUN Yue, WEI Xin

(Nanjing College of Information Technology, Nanjing 210023, China)

ABSTRACT: The work aims to realize the smooth and stable speed and acceleration change curves of multi-axis palletizing robots, and simplify the trajectory planning algorithm. Firstly, the structure of palletizing robot was introduced. Based on the structure of palletizing robot, the motion of palletizing robot was analyzed, and a palletizing robot trajectory planning method with a quintic polynomial interpolation in joint space was proposed. The quintic function was used for the interpolation fitting of each joint speed and acceleration of the palletizing robot. The simulation results showed that, the curve fitted by the quintic polynomial trajectory planning method was smoother and such method ensured no sudden change in the speed and acceleration, which assured that the motion process of the palletizing robot was more stable and smoother. Such trajectory planning method can ensure that the palletizing robot achieves the smooth transition of the speed and acceleration according to the predetermined trajectory, and it has improved the motion accuracy of the palletizing robot.

KEY WORDS: palletizing robot; speed and acceleration; trajectory planning; quintic polynomial interpolation; simulation

随着工业自动化技术的飞速发展, 码垛机器人作为企业自动化加工生产的重要标志, 特别是在包装、搬运、物流等工作简单繁重, 需要投入大量劳动力的工作岗位上被广泛使用^[1-5]。随着企业生产规模的不断扩大和自动化水平的不断提高, 对码垛机器人的工作效率提出了更高的要求, 同时要求码垛机器人在按照预定轨迹上能够稳定可靠运行, 因此码垛机器人轨迹规划的好坏对于机器人能否稳定、高效运行越来越重要^[6-7]。

常用机器人的轨迹规划的方法是在机器人末端执行器的起始位置点和结束位置点之间用多项式函数来“逼近”或者“内插”设定的路径, 在起始位置点和结束位置点之间根据实际精度的要求设定一系列的路径点。再根据机器人的逆运动学的求解方法将笛卡尔坐标系空间下的路径点转换成机器人关节空间的变化量^[8-11]。

Kim Kee-Whan 和 LinC hun-Shin 利用研究了关节空间的 3 次多项式插值的问题, 这种方法需要求解

收稿日期: 2017-06-06

基金项目: 江苏高校品牌专业建设工程资助项目 (PPZY2015A092)

作者简介: 孙玥 (1982—), 女, 硕士, 南京信息职业技术学院讲师, 主要研究方向为嵌入式系统设计及数字信号处理。

一个关于空间点数的3次多项式,但是当空间点数的数目较多时,求解的过程比较复杂^[12-13]。Bazaz 和 Tondur 在基于3次样条插值函数的基础上研究了机器人运动的在线轨迹规划,能够实现关节空间的连续运动。为了保证码垛机器人速度和加速度在轨迹规划过程中平稳无突变,文中提出一种五次多项式插值的机器人轨迹规划方法。

1 码垛机器人总体结构

该码垛机器人有4个自由度,2个移动副,2个旋转副,其总体结构见图1,分别由4台交流伺服电机驱动。机器人本体的最下面是机座,机座上带动机器人自身进行旋转的腰部结构,由一台交流伺服电机带动,机器人抓手部的伺服电机带动抓手绕自身轴旋转,以调整物品在托盘上放置的方位。另外2个伺服电机分别控制机器人的水平运动和垂直运动,这2个电机都是通过控制同步带轮来控制滚珠丝杠,从而带动滑块沿丝杠运动,实现机器人抓手的水平或垂直运动,这种设计可以满足快速运动、精确定位和驱动大惯性负载的要求。码垛机器人采用这种连杆机构,使得机器人具有结构紧凑、稳定性好、承载力大等特点。

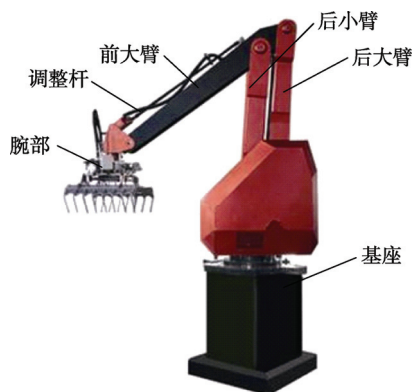


图1 码垛机器人总结结构

Fig.1 Summary structure of the palletizing robot

2 码垛机器人运动分析

四自由度码垛机器人机构简图见图2,以机器人垂直方向丝杠滑座与杆 F_0C_0 的铰接点为坐标原点(实线位置 F_0 与坐标原点恰好重合),建立如图2所示的坐标系 xOy ,设电机驱动水平滑块沿 x 轴正方向运动量为 x ,电机驱动垂直滑块沿 y 轴正方向运动量为 y ,则抓手运动状态分析为:

$$\begin{cases} \theta_1 = \angle D_0EF = \arctan\left(\frac{DF-y}{DE+x}\right) \\ \theta_2 = \angle DFE = \arccos\left(\frac{DF^2 + EF^2 - DE^2}{2DF \times EF}\right) \\ \theta_3 = \angle FDE = \arccos\left(\frac{DE^2 + DF^2 - EF^2}{2DF \times DE}\right) \end{cases} \quad (1)$$

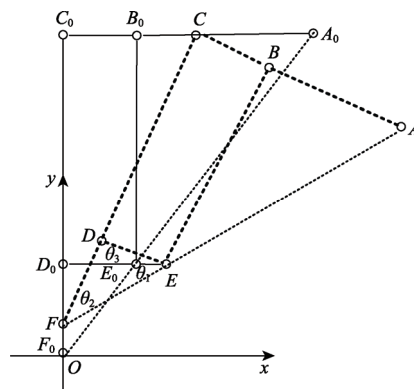


图2 码垛机器人机构

Fig.2 Palletizing robot mechanism

此时 A, C 点坐标分别为:

$$\begin{cases} x_A = x_C + AC \times \cos(\pi - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3) \\ y_A = y_C - AC \times \sin(\pi - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x_C = FC \times \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y_C = y + CF \times \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases} \quad (3)$$

即:

$$\begin{cases} x_A = CF \times \cos(\theta_1 + \theta_2) + AC \times \cos(\pi - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3) \\ y_A = y + CF \times \sin(\theta_1 + \theta_2) - AC \times \sin(\pi - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3) \end{cases} \quad (4)$$

将 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 代入上式中,可得:

$$\begin{cases} x_A = CF \times \cos\left(\arctan\left(\frac{DF-y}{DE+x}\right) + \arccos\left(\frac{DF^2 + EF^2 - DE^2}{2DF \times EF}\right) + \arccos\left(\frac{DE^2 + DF^2 - EF^2}{2DE \times DF}\right)\right) + AC \times \cos\left(\pi - \arctan\left(\frac{DF-y}{DE+x}\right) - \arccos\left(\frac{DF^2 + EF^2 - DE^2}{2DF \times EF}\right) - \arccos\left(\frac{DE^2 + DF^2 - EF^2}{2DE \times DF}\right)\right) \\ y_A = y + CF \times \sin\left(\arctan\left(\frac{DF-y}{DE+x}\right) + \arccos\left(\frac{DF^2 + EF^2 - DE^2}{2DF \times EF}\right) + \arccos\left(\frac{DE^2 + DF^2 - EF^2}{2DE \times DF}\right)\right) - AC \times \sin\left(\pi - \arctan\left(\frac{DF-y}{DE+x}\right) - \arccos\left(\frac{DF^2 + EF^2 - DE^2}{2DF \times EF}\right) - \arccos\left(\frac{DE^2 + DF^2 - EF^2}{2DE \times DF}\right)\right) \end{cases} \quad (5)$$

机器人机械臂的参数满足等式 $\frac{AB}{BC}(CD - CF) + CF = 0$,根据码垛机器人设计参数可以得到末端执行器 A 点的运动方程为:

$$\begin{cases} x_A = \left(\frac{AB}{BC} + 1\right)x = 6x \\ y_A = -\frac{AB}{BC}y = -5y \end{cases} \quad (6)$$

对式(6)求导可以得到:

$$\begin{cases} x'_A = \left(\frac{AB}{BC} + 1\right)x' = 6x' \\ y'_A = -\frac{AB}{BC}y' = -5y' \end{cases} \quad (7)$$

由式 (6—7) 可以看出机器人末端 A 点的运动方程是关于 x, y 成线性相关的, 当伺服电机驱动 E 点运动时, 末端执行器 A 点只做水平方向运动, 在垂直方向上没有任何动作, 此外末端执行器 A 点的位移量和速度均为 E 点的 6 倍; 同样当伺服电机驱动 F 点运动时, 末端执行器 A 点只做垂直方向的运动, 在水平方向没有动作, 且 A 点位移量和速度均为 F 点的 5 倍。

3 五次多项式插值轨迹规划

关节空间的轨迹规划是在已知笛卡尔空间坐标系下的路径点进行的, 具体步骤: 首先利用机器人的逆运动学求解已知路径点对应的各个轴的关节角度值, 然后运用数学的方法找到一种合适的函数, 使计算得到的各个轴的关节角度值是关于时间的函数, 并且满足已知的路径点按规定的顺序分布在函数曲线上^[14—15]。由于机器人的每个关节都是独立运行的构件, 因此, 每个关节关于时间的运动关系都有独立的函数表达式, 但是时间的起始点和结束点应该相同。关节空间的轨迹规划通常是运用多项式插值的函数来实现, 在机器人的末端执行器运动过程中, 其每个关节的运动轨迹可以用函数 $\theta(t)$ 来表示, 称之为插值函数, 插值函数 $\theta(t)$ 需要经过运动轨迹的起始点和结束点, 见图 3。从理论上而言, 插值函数只要满足规定的边界条件, 插值过程的形式可以为任意形式。在实际设计中, 要根据机器人的本体结构、机器人控制系统的运算能力、机器人的运动学以及机器人的动力学等要求选取合适的轨迹, 使得机器人在运行过程中各关节的运行轨迹合理。

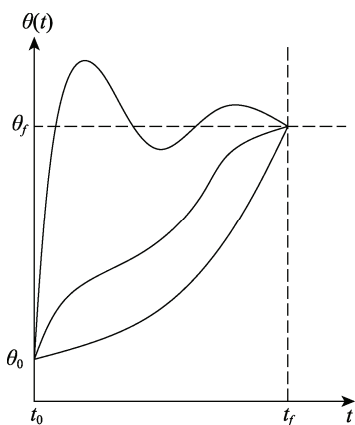


图 3 单个关节的不同轨迹曲线

Fig.3 Different trajectory curve of single joint

五次多项式插值算法中 $\theta(t)$ 的表达式含有 6 个未知数, 要确定五次多项式的系数, 需要根据起始点的角度、结束点的角度以及始末点关节的角速度来确定。将五次多项式表示为角度位移关于时间的函数, 其一般表达式见式(8)。

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \quad (8)$$

对式 (8) 分别求解关于时间的一次导数和两次

导数即得是关节角速度和角加速度的函数表达式, 结果见式 (9—10)。

$$\dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 + 5a_5 t^4 \quad (9)$$

$$\ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 + 20a_5 t^3 \quad (10)$$

用 t_0 和 t_n 分别表示起始点和结束点的时间, 将其带入式 (8—10) 中, 则起始点的角度、角速度和角加速度以及结束点的角度、角速度和角加速度分别见式 (11—16)。

$$\theta(t_0) = a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + a_3 t_0^3 + a_4 t_0^4 + a_5 t_0^5 \quad (11)$$

$$\theta(t_n) = a_0 + a_1 t_n + a_2 t_n^2 + a_3 t_n^3 + a_4 t_n^4 + a_5 t_n^5 \quad (12)$$

$$\dot{\theta}(t_0) = a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2 + 4a_4 t_0^3 + 5a_5 t_0^4 \quad (13)$$

$$\dot{\theta}(t_n) = a_1 + 2a_2 t_n + 3a_3 t_n^2 + 4a_4 t_n^3 + 5a_5 t_n^4 \quad (14)$$

$$\ddot{\theta}(t_0) = 2a_2 + 6a_3 t_0 + 12a_4 t_0^2 + 20a_5 t_0^3 \quad (15)$$

$$\ddot{\theta}(t_n) = 2a_2 + 6a_3 t_n + 12a_4 t_n^2 + 20a_5 t_n^3 \quad (16)$$

联立式 (11—16) 组成的方程组, 求解方程组得到五次多项式插值的系数为:

$$\begin{aligned} a_0 &= \theta(t_0) \\ a_1 &= \dot{\theta}(t_0) \\ a_2 &= \frac{\ddot{\theta}(t_0)}{2} \\ a_3 &= \frac{20(\theta(t_n) - \theta(t_0)) - (8\dot{\theta}(t_n) + 12\dot{\theta}(t_0))t_n - (3\ddot{\theta}(t_0) - \ddot{\theta}(t_n))t_n^2}{2t_n^3} \\ a_4 &= \frac{-30(\theta(t_n) - \theta(t_0)) + (14\dot{\theta}(t_n) + 16\dot{\theta}(t_0))t_n + (3\ddot{\theta}(t_0) - 2\ddot{\theta}(t_n))t_n^2}{2t_n^4} \\ a_5 &= \frac{12(\theta(t_n) - \theta(t_0)) - 6(\dot{\theta}(t_n) + \dot{\theta}(t_0))t_n - (\ddot{\theta}(t_0) - \ddot{\theta}(t_n))t_n^2}{2t_n^5} \end{aligned} \quad (17)$$

对于五次多项式插值说, 边界条件为: $\dot{\theta}(t_0) = \dot{\theta}(t_n) = 0$, $\ddot{\theta}(t_0) = \ddot{\theta}(t_n) = 0$ 。将边界条件带入到式 (17) 中分别得到五次多项式插值的角度、角速度和角加速度的表达式, 见式 (18)。

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \theta(t_0) + \frac{10(\theta(t_n) - \theta(t_0))}{t_n^3} t^3 - \frac{15(\theta(t_n) - \theta(t_0))}{t_n^4} t^4 + \\ &\quad \frac{6(\theta(t_n) - \theta(t_0))}{t_n^5} t^5 \\ \dot{\theta}(t) &= \frac{30(\theta(t_n) - \theta(t_0))}{t_n^3} t^2 - \frac{60(\theta(t_n) - \theta(t_0))}{t_n^4} t^3 + \\ &\quad \frac{30(\theta(t_n) - \theta(t_0))}{t_n^5} t^4 \\ \ddot{\theta}(t) &= \frac{60(\theta(t_n) - \theta(t_0))}{t_n^3} t - \frac{180(\theta(t_n) - \theta(t_0))}{t_n^4} t^2 + \\ &\quad \frac{120(\theta(t_n) - \theta(t_0))}{t_n^5} t^3 \end{aligned} \quad (18)$$

4 仿真分析

为了验证文中提出的五次多项式插值的轨迹规划方法的有效性,采用 Matlab 仿真软件对三次多项式插值和五次多项式插值方法分别进行了仿真。

现针对腰部关节分别采用三次和五次多项式插值对其进行关节空间轨迹规划,令起始关节角 $\theta(t_0)=0$, 终点关节角 $\theta(t_n)=90^\circ$, 起始角速度 $\dot{\theta}(t_0)=0$, 终止点角速度 $\dot{\theta}(t_n)=0$, 终止点角加速度 $\ddot{\theta}(t_n)=0$, 运行时间 $t_n=2$ s, 仿真结果见图 4—5。

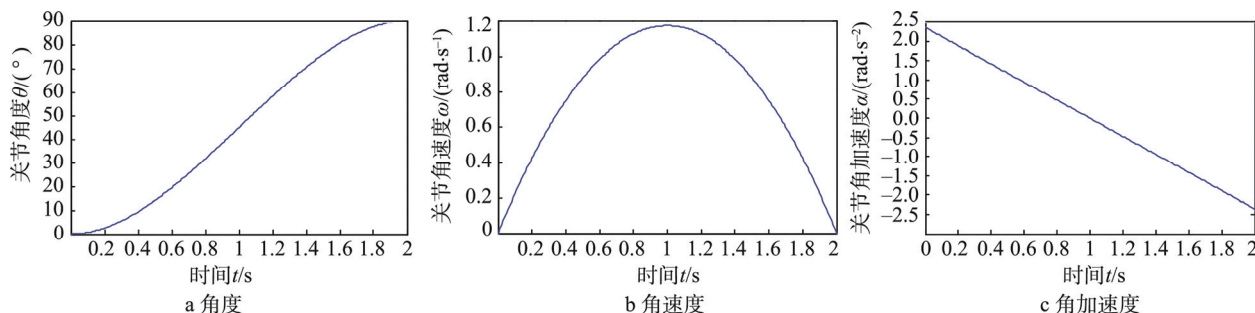


图4 三次多项式插值曲线
Fig. 4 Cubic polynomial interpolation curve

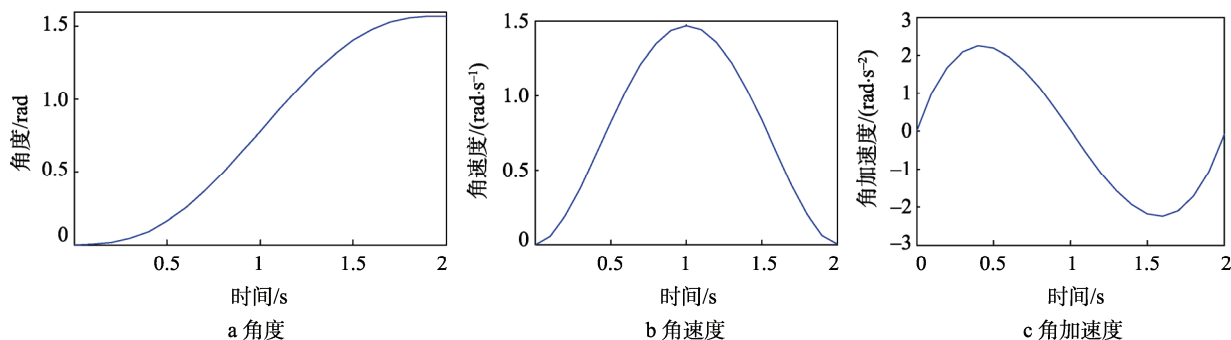


图5 五次多项式插值曲线
Fig. 5 Quintic polynomial interpolation curve

由图 4a 和图 5a 可以看出,五次多项式插值后的关节角变化曲线更加平滑。图 4b 中角速度曲线比较单一,而图 5b 中五次多项式插值规划出的角速度在 0~0.5 s 时缓慢增加,在 1.5~2 s 时缓慢减小。图 4c 中三次多项式角加速度在 0 时从 0 突变为 2.4,在 2 s 时从 -2.4 突变为 0,图 5c 中五次多项式插值的角加速度能够从 0 逐渐增加,然后又逐渐减小,这种角加速度变化特性能够大大降低机器人因加速度突变出现的抖振现象,在机器人停止阶段机器人能够缓慢停止到目标点,从而大大提高了机器人的定位精度,提高了机器人伺服电机的寿命。

5 结语

对码垛机器人结构和空间运动进行了分析,并在此基础上提出了一种五次多项式插值拟合的码垛机器人轨迹规划方法,利用五次多项式插值算法对码垛机器人进行了关节空间的轨迹规划,得到了各个关节的角度、角速度、角加速度曲线。仿真结果说明,五次多项式插值的机器人轨迹规划方法能够使其运行

轨迹、关节速度和关节加速度曲线更加柔滑,有效避免了机器人因加速度突变引起的抖振现象。

参考文献:

- [1] ZHANG Hao, SUN Qiang, LI Long-jing. Planning and Simulation of Wafer-handling Robot Trajectories Based on ADAMS[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2013, 2(2): 70—73.
- [2] ZHANG Chi. Path Tracking of a Mobile Robot Using Inertial Measurement Unit[J]. Control Theory & Applications, 2013, 3(3): 398—403.
- [3] NOVEL A B, BASTING, CAMPIONG. Control of Non-holonomic Wheeled Mobile Robots by State Feedback Linearization[J]. International Journal of Robotics Research, 1995, 14(6): 543—559.
- [4] 张明, 何庆中, 郭帅. 酒箱码垛机器人的机构设计与运动仿真分析[J]. 包装工程, 2013, 34(1): 83—87.
ZHANG Ming, HE Qing-zhong, GUO Shuai. Mechanical Design and Motion Simulation Analysis of Liquor Automated Production Line Palletizing Robot[J].

- Packaging Engineering, 2013, 34(1): 83—87.
- [5] 刘伟, 李虹, 李瑞琴, 等. 现代包装机械设计质量综合评价体系研究[J]. 包装工程, 2015, 36(21): 75—78.
LIU Yi, LI Hong, LI Rui-qin, et al. Comprehensive Evaluation System for the Design Quality of Modern Packaging Machinery[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(21): 75—78.
- [6] 李晓刚, 刘晋浩. 码垛机器人的研究与应用现状、问题及对策[J]. 包装工程, 2011, 32(3): 96—102.
LI Xiao-gang, LIU Jin-hao. Pallet Robot Research and Application Present Situation, Problems and Countermeasures[J]. Packaging Engineering, 2011, 32(3): 96—102.
- [7] 吴昊, 张艳芳, 郑江花, 等. 基于 PLC 的控制系统在机器人码垛搬运中的应用[J]. 山东科学, 2011, 24(6): 80—83.
WU Hao, ZHANG Yan-fang, ZHENG Jiang-hua, et al. Application of a PLC Based Control System in Robot Palletizing[J]. Shandong Science, 2011, 24(6): 80—83.
- [8] 杜巧连, 陈旭辉, 舒柏和. 自动化包装机械控制系统的设计方法研究[J]. 机械管理开发, 2015(6): 27—32.
DU Qiao-lian, CHEN Xu-hui, SHU Bai-he. Study on the Design Method of Packaging Machinery Automation Control System[J]. Mechanical Management and Development, 2015(6): 27—32.
- [9] 付铁, 李金泉, 陈恳, 等. 一种新型高速码垛机械手的设计与实现[J]. 北京理工大学学报, 2007, 27(1): 17—20.
FU Tie, LI Jin-quan, CHEN Ken, et al. Novel Design and Implement of a High-speed Palletizing Manipulator[J]. Transaction of Beijing Institute of Technology, 2007, 27(1): 17—20.
- [10] 赵伟, 李响, 郭爱华, 等. 工业机器人码垛线的设计[J]. 制造业自动化, 2011, 33(10): 117—120.
ZHAO Wei, LI Xiang, GUO Ai-hua, et al. The Design of Industrial Robot Palletizing System[J]. Manufacturing Automation, 2011, 33(10): 117—120.
- [11] 宋鹏飞, 和瑞林, 苗金钟, 等. 基于 SolidWorks 的工业机器人离线编程系统[J]. 制造业自动化, 2013, 35(5): 1—4.
SONG Peng-fei, HE Rui-lin, MIAO Jin-zhong, et al. Offline Programming System Based on SolidWorks for Industrial Robot[J]. Manufacturing Automation, 2013, 35(5): 1—4.
- [12] 张斌, 方强, 柯映林. 大型刚体调姿系统最优时间轨迹规划[J]. 机械工程学报, 2008, 44(8): 248—252.
ZHANG Bin, FANG Qiang, KE Ying-lin. Optimal Time Trajectory Planning Method for a Kind of Posture Aligning System of Large Rigid Bodies[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(8): 248—252.
- [13] HADDAD M, KHALIL W, LEHTIHET H E. Trajectory Planning of Unicycle Mobile Robots With a Trapezoidal-velocity Constraint[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2010, 26(5): 954—962.
- [14] 徐海黎, 解祥荣, 庄键, 等. 工业机器人的最优时间与最优能量轨迹规划[J]. 机械工程学报, 2010, 46(9): 19—25.
XU Hai-li, XIE Xiang-rong, ZHUANG Jian, et al. Global Time-energy Optimal Planning of Industrial Robot Trajectories[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(9): 19—25.
- [15] CHEN C S, CHEN L Y. Cross-coupling Position Command Shaping Control in a Multi-axis Motion System[J]. Mechatronics, 2011, 21: 625—632.
- [16] CHWA D, JUNHO K, JIN Y C. Online Trajectory Planning of Robot Arms for Interception of Fast Maneuvering Object under Torque and Velocity Constraints[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 2005, 35(6): 831—843.