

## 包装技术与工艺

## 随机振动条件下包装件动态特性识别方法

朱大鹏

(兰州交通大学, 兰州 730070)

**摘要:** **目的** 建立一种识别包装件在随机振动激励条件下的动态特性方法。**方法** 基于多自由度系统的伊藤方程, 运用随机响应矩分析法分析系统的恢复力特性和阻尼特性与响应统计量之间的数学关系, 建立应用推导的代数关系分析系统动态特性的方法。采用单自由度非线性系统和二自由度线性系统作为实例, 验证方法的准确性。**结果** 从实例中参数识别结果和真实值的对比表明, 识别结果的误差小于 2%, 具有良好的准确性。文中方法是一种仅应用响应数据的时域方法, 具有良好的通用性。**结论** 文中方法可用于随机振动激励条件下包装件的动态特性识别。

**关键词:** 动态特性识别; 随机振动; 支座激励; 时域分析

**中图分类号:** TB487; TB485.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2017)17-0096-06

## Dynamic Property Identification Method for Packages under Random Vibration

ZHU Da-peng

(Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

**ABSTRACT:** The work aims to establish a method to identify the dynamic properties of the packages under the random vibration excitation. Based on the Ito equation of the multiple-degree-of-freedom system, the mathematical ship between the resilience performance and damping characteristics of the system and the response statistics was analyzed by means of the random response moment analysis. The method that the derived algebraic relation was applied to analyze the system's dynamic properties was established. With the single degree-of-freedom nonlinear system and the two degree-of-freedom linear system as an example, the accuracy of the method above was verified. The comparison on the identification results of the parameter in the example and the true values indicated that, the error of the identification results was less than 2% and such method had good accuracy. The proposed method in this paper was a time domain method for only the application response data and it had good generality. Such method can be used to identify the dynamic properties of the packages under the random excitation.

**KEY WORDS:** dynamic property identification; random vibration; base excitation; time domain analysis

包装件动态特性研究对于分析包装件在流通过程中响应、优化包装设计、减少包装件破损损失、实现“合理包装”等都是非常重要的, 是运输包装领域的研究热点。缓冲材料是包装件中的重要组成部分, 它的动态特性在很大程度上影响着包装件的动态特性。James M. Gibert<sup>[1]</sup>等研究了开孔泡沫的动态性能, 考虑了材料的非线性和粘弹性, 构建的材料模型能准确预测材料的缓冲性能。文献[2]提出了一种根据材料缓

冲特性曲线获得材料非线性动态应力-应变曲线的方法。Gregory S. Batt等<sup>[3]</sup>将缓冲材料建模为具有非线性弹性的粘弹性材料, 采用降阶模型方法求解系统方程, 并对准确性进行了验证。G. Li等<sup>[4]</sup>在缓冲材料的动态压缩应力和静态压缩应力之间建立了联系, 提出了“动态因子方程”, 运用该方程及静态压缩曲线可获得材料的缓冲曲线。Fu-De Lu等<sup>[5-6]</sup>基于材料的本构关系, 引入虚拟质量, 求解了多层材料串联结构在压

收稿日期: 2017-04-01

基金项目: 兰州市人才创新创业项目 (2015-RC-62)

作者简介: 朱大鹏 (1977—), 男, 博士, 兰州交通大学教授, 主要研究方向为运输包装。

缩条件下的响应,分析结果和实验结果对比表明,该方法可准确模拟包装结构的响应。近年来,随着对环境保护、可持续发展要求的提高,采用环保型、可回收利用的缓冲材料替代传统的泡沫塑料,减少环境“白色污染”成为人们的共识,因此,研究瓦楞纸板、蜂窝纸板、纸浆模塑等环保型缓冲材料的特性,成为运输包装领域的一个热点。鄂玉萍、吴月、徐卓飞等<sup>[7-9]</sup>对国内外纸质缓冲材料能量吸收情况和蜂窝纸板性能研究的情况进行了较为全面介绍。卢富德、陈安军、郝蒙等<sup>[10-13]</sup>考虑了包装件中产品主体和易损部件之间连接方式,对包装系统进行建模,分析了产品易损部件在冲击激励条件下的响应,研究了各参数对易损部件最大响应的影响。朱大鹏<sup>[14]</sup>提出了一种识别包装系统弹性特性和阻尼特性的方法,但该方法基于包装系统的自由响应,由于初始位移和初始速度难以控制,难以在实际中应用。

包装件在流通过程中,在大部分时间内,受到随机振动的作用,因此研究缓冲材料和包装件在随机振动载荷条件下的动态特性具有重要现实意义。文中提出一种包装件在随机振动激励条件下的动态特性分析的时域方法,该方法只需分析包装件响应信号,无需考虑振动激励信号,具有良好的适用性,可用于分析缓冲材料和包装件的动态特性。

## 1 参数识别方法

多自由度包装件在流通过程中,受到支座激励的作用,包装件的运动方程式可写为:

$$\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{D}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) + \mathbf{r}(\mathbf{X}) = \mathbf{W} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{X}$ ,  $\dot{\mathbf{X}}$ ,  $\ddot{\mathbf{X}}$  为包装系统中相邻自由度之间的相对位移量、相对速度、相对加速度;  $\mathbf{W}$  为支座随机振动激励加速度;  $\mathbf{r}(\mathbf{X})$  为包装系统中各自由度弹性恢复力;  $\mathbf{D}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}})$  为包装系统中各自由度的阻尼力。

$$\mathbf{D}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) = \mathbf{C} \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{X}}} H \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{C}$  是阻尼参数向量;  $H$  为系统总能量。

$$H = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{X}}^2 + U(\mathbf{X}); \quad \frac{\partial U(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}_i} = r_i(\mathbf{X}) \quad (3)$$

式(1)中,令  $\mathbf{Z}_1 = \mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Z}_2 = \dot{\mathbf{X}}$ , 将式(1)改写为伊藤方程的形式:

$$d\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_2 dt \quad (4)$$

$$d\mathbf{Z}_2 = -\mathbf{D}(\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2) dt - \mathbf{r}(\mathbf{Z}_1) dt + d\mathbf{B} \quad (5)$$

式中:  $d\mathbf{B}_i = \mathbf{W}_i(t)$ 。对于包装件受到支座激励的情况,式(1)中的激励可写为:

$$\mathbf{W} = \mathbf{L} \mathbf{W}_0 \quad (6)$$

$\mathbf{L}$  是一个  $n$  维影响向量,对于包装件,在流通过程中,仅受到支座激励的作用,故  $\mathbf{L}^T = [0, 0, \dots, 0, 1]$ ,  $\mathbf{W}_0 = d\mathbf{B}_0/dt$ 。

### 1.1 恢复力参数的识别方法

式(5)两边同时乘以  $Z_{li}^{2k-1}$ , 其中,  $Z_{li}$  是向量  $\mathbf{Z}_1$  的第  $i$  个元素,  $k$  是整数 ( $k=1, 2, \dots, r$ ), 则式(5)可写为:

$$dZ_2 Z_{li}^{2k-1} + \mathbf{D}(\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2) dt Z_{li}^{2k-1} + \mathbf{r}(\mathbf{Z}_1) dt Z_{li}^{2k-1} = d\mathbf{B} Z_{li}^{2k-1} \quad (7)$$

随着  $Z_{li}^{2k-1}$  中参数  $i$  和  $k$  的变化,式(7)为  $n \times r$  个微分方程式,  $n$  为系统自由度数量。在时间域取式(7)等号左右两边各项的期望值,并考虑到式(2)和式(3),则式(7)可变为:

$$E[dZ_2 Z_{li}^{2k-1}] + E[Z_2 Z_{li}^{2k-1}] + E[\mathbf{r}(\mathbf{Z}_1) dt Z_{li}^{2k-1}] = E[d\mathbf{B} Z_{li}^{2k-1}] \quad (8)$$

式中:  $E[Z_2 Z_{li}^{2k-1}]$  项中,对于向量  $\mathbf{Z}_1$  的任意第  $j$  个元素

$$E[Z_{2j} Z_{li}^{2k-1}] = E[\dot{X}_j X_i^{2k-1}] \quad (9)$$

由于在平稳条件下,系统响应的任意方程的期望值的导数为0,故有:

$$\frac{d}{dt} (E[X_j X_i^{2k-1}]) = E\left[\frac{d}{dt} (X_j X_i^{2k-1})\right] = E[\dot{X}_j X_i^{2k-1} + (2k-1) X_j X_i^{2k-2} \dot{X}_i] = 0 \quad (10)$$

由式(10)可得:

$$E\left[\frac{X_j(t+dt) - X_j(t)}{dt} X_i^{2k-1}\right] = -(2k-1) \cdot E\left[X_j X_i^{2k-2} \frac{X_i(t+dt) - X_i(t)}{dt}\right] \quad (11)$$

式(11)两边乘以  $dt$ , 得:

$$E[X_j(t+dt) X_i X_i^{2k-2} - X_j X_i X_i^{2k-2}] = -(2k-1) \cdot E[X_i(t+dt) X_j X_i^{2k-2} - X_i X_j X_i^{2k-2}] \quad (12)$$

在式(12)中,由于  $dt \rightarrow 0$  时,  $E[X_j(t+dt) X_i X_i^{2k-2}] = E[X_i(t+dt) X_j X_i^{2k-2}]$ , 为确保式(12)成立,有:

$$E\left[\frac{X_j(t+dt) - X_j(t)}{dt} X_i^{2k-1}\right] = -(2k-1) \cdot E\left[X_j X_i^{2k-2} \frac{X_i(t+dt) - X_i(t)}{dt}\right] = 0 \quad (13)$$

根据式(10—13)可得:

$$E[\dot{X}_j X_i^{2k-1}] = 0 \quad (14)$$

根据式(10)可知,  $E[Z_2 Z_{li}^{2k-1}] = 0$ , 式(8)中,等号右边部分  $E[-d\mathbf{B} Z_{li}^{2k-1}] = -E[Z_{li}^{2k-1}] E[d\mathbf{B}]$ , 由于包装件在流通过程中受到的随机振动的均值通常是0<sup>[15]</sup>, 即  $E[d\mathbf{B}] = 0$ , 故式(7)变为:

$$E\left[\frac{dZ_2}{dt} Z_{li}^{2k-1}\right] + E[\mathbf{r}(\mathbf{Z}_1) Z_{li}^{2k-1}] = 0 \quad (15)$$

随着  $k$  和  $i$  的变化,由式(15)可以得出一系列与系统恢复力参数相关的数学关系式,利用这些关系式可识别系统的恢复力参数。若系统恢复力是位移的线性函数,即:  $\mathbf{r}(\mathbf{Z}_1) = \mathbf{S} \mathbf{Z}_1$ , 则式(9)中,取  $k=1$ , 可得:

$$E\left[\frac{dZ_2}{dt}Z_{1i}\right] + E[SZ_1Z_{1i}] = 0 \quad (16)$$

对于单自由度系统, 式(15)变为:

$$E[\ddot{X}X^{2k-1}] + E[r(X)X^{2k-1}] = 0 \quad (17)$$

## 1.2 阻尼力参数的识别方法

在式(5)中, 对于第*i*个自由度, 式(5)可写为:

$$dZ_{2i}(t) = (-D_i(Z_1, Z_2) - r_i(Z_1, t))dt + dB_0 \quad (18)$$

式(18)两边同时乘以 $Z_{2j}(\tilde{t})$ , 其中 $\tilde{t} \leq t$ , 式(18)

两边再同时除以 $dt$ , 各项取数学期望值, 可得:

$$\frac{d}{dt}E[Z_{2i}(t)Z_{2j}(\tilde{t})] = \frac{d}{dt}R_{Z_{2i}Z_{2j}}(t, \tilde{t}) = -E[D_i(Z_1, Z_2, t)Z_{2j}(\tilde{t})] - E[r_i(Z_1, t)Z_{2j}(\tilde{t})] \quad (19)$$

式中:  $R_{Z_{2i}Z_{2j}}(t, \tilde{t})$ 为 $Z_{2i}$ 和 $Z_{2j}$ 之间的相关函数。当

$t \rightarrow \tilde{t}$ 时, 式(18)可改写为:

$$\left[\frac{d}{dt}R_{Z_{2i}Z_{2j}}(t, \tilde{t})\right]_{t \rightarrow \tilde{t}} = -E[D_i(Z_1, Z_2)Z_{2j}] - E[r_i(Z_1)Z_{2j}] \quad (20)$$

根据1.1节中的推导和式(14), 易得 $E[r_i(Z_1)Z_{2j}] = 0$ , 故识别系统阻尼特性参数的方程为:

$$\left[\frac{d}{dt}R_{Z_{2i}Z_{2j}}(t, \tilde{t})\right]_{t \rightarrow \tilde{t}} = -E[D_i(Z_1, Z_2)Z_{2j}] = 0 \quad (21)$$

## 2 算法的计算机模拟

为验证提出的随机振动激励条件下包装系统动态特性参数识别方法的可行性, 文中采用计算机模拟的方法模拟单自由度系统和二自由度包装件在平稳随机振动支座激励的作用下的响应, 应用文中提出的动态参数识别方法和系统响应数据识别系统参数, 分析算法的准确性和可行性。

### 2.1 单自由度系统

将流通过程中的包装件建模为三次非线性单自由度支座激励系统, 假定弹性特性具有三次非线性, 则该系统的运动方程式为:

$$\ddot{X} + 2\zeta\omega\dot{X} + \omega^2X + aX^3 = \ddot{Y} \quad (22)$$

式中:  $X=Z-Y$ ;  $X$ 为振动过程中缓冲材料的压缩量;  $Y$ 为支座位移;  $Z$ 为系统位移响应;  $\ddot{Y}$ 为支座随机振动加速度激励。采用谐波叠加法<sup>[15]</sup>模拟 $\ddot{Y}$ , 得:

$$\ddot{Y} = \sum_{n=1}^N |A_n| \cos(2\pi n\Delta f t + \varphi_n) \quad (23)$$

其中, 各谐波的幅值 $|A_n|$ 由激励的PSD曲线确定:

$$|A_n| = \sqrt{2\Delta f S(n\Delta f)} \quad (24)$$

式中:  $\Delta f$ 为频率采样距离,  $S$ 为支座加速度激励的PSD值。

式(22)中, 假定阻尼比 $\zeta=0.05$ , 系统固有频率

$\omega=100\pi$ , 非线性弹性参数 $a=7.4 \times 10^9$ , 支座加速度激励随机振动PSD在频率范围在0~100 Hz内假定是恒定, 为0.2 g<sup>2</sup>/Hz, 加速度激励见图1。

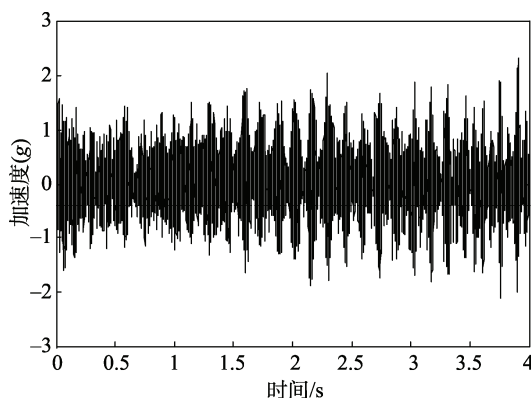


图1 模拟的加速度激励

Fig1. Simulation of digital acceleration excitation

由于式(22)中的加速度激励是随机振动, 文中采用Matlab/Simulink模拟非线性单自由度系统在随机振动激励下的响应, 该仿真模型见图2。

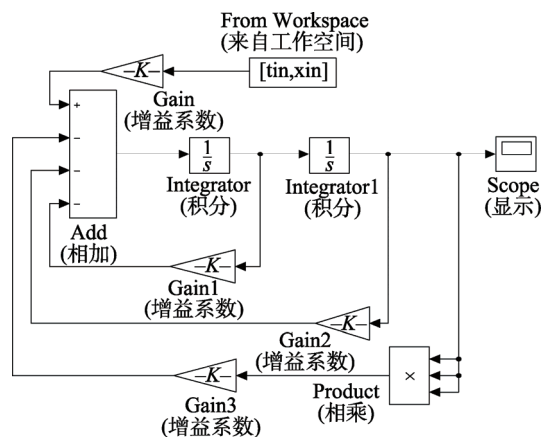


图2 非线性单自由度包装件随机振动响应分析仿真模型

Fig.2 Simulation model for response analysis of nonlinear SDOF package excited by random vibration

在Matlab工作空间中, 利用式(23)模拟出包装件支座激励加速度, 在图2所示的仿真模型中给各对Gain1, Gain2, Gain3分别赋值, 运行该模型, 可得系统的位移响应, 通过仿真可获得系统的速度和加速度响应。对于三次非线性单自由度包装件, 根据式(15), 式(17), 式(22)可得以下关系式:

$$E[\ddot{X}X] + \omega^2 E[X^2] + aE[X^4] = 0 \quad (25)$$

$$E[\ddot{X}X^3] + \omega^2 E[X^4] + aE[X^6] = 0 \quad (26)$$

根据式(25—26)识别出的系统恢复力参数与真实参数对比见图3a, b。

根据式(21)和(22), 可得:

$$\left[\frac{d}{dt}R_{\dot{X}}(t, \tilde{t})\right]_{t \rightarrow \tilde{t}} = -2\zeta\omega E[\dot{X}^2] \quad (27)$$

其中:

$$\left[ \frac{d}{dt} R_{\dot{X}}(t, \tilde{t}) \right]_{t \rightarrow \tilde{t}} = \left[ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{E \left[ Z_{2i}(t + \Delta t) Z_{2i}(\tilde{t}) \right]}{\Delta t} \right]_{t \rightarrow \tilde{t}} \quad (28)$$

$$= E \left[ Z_{2i}(\tilde{t}) \dot{Z}_{2i}^+(\tilde{t}) \right]$$

其中:

$$\dot{Z}_{2i}^+(\tilde{t}) = \dot{Z}_i^+ = \left[ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{E \left[ Z_{2i}(t + \Delta t) Z_{2i}(\tilde{t}) \right]}{\Delta t} \right]_{t \rightarrow \tilde{t}} \quad (29)$$

利用式(27—29)识别系统阻尼参数, 识别结果见图3c。

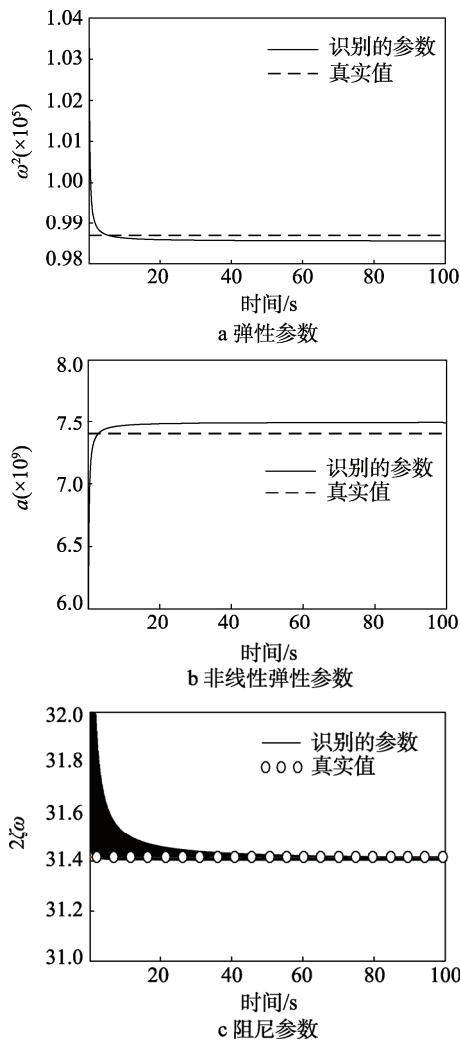


图3 参数估计结果

Fig.3 Parameters estimation results

## 2.2 二自由度系统

将流通过程中的包装件简化为二自由度支座激励系统, 见图3。令  $X_1=Y_1-Y_2$ ,  $X_2=Y_2-U$ , 经推导可得:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2(1+\lambda)\zeta_1\omega_1 & -2\zeta_2\omega_2 \\ -2\lambda\zeta_1\omega_1 & 2\zeta_2\omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1+\lambda)\omega_1^2 & -\omega_2^2 \\ -\lambda\omega_1^2 & \omega_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \ddot{U}(t) \end{bmatrix} \quad (30)$$

式中:  $\zeta_1, \omega_1, \zeta_2, \omega_2$  分别为各自由度的固有频率和阻尼比;  $\lambda=m_1/m_2$ ;  $\ddot{U}$  为随机振动的支座激励, 可由式(23)表达。假定  $\zeta_1=0.04$ ,  $\zeta_2=0.08$ ,  $\omega_1=160\pi$ ,  $\omega_2=80\pi$ ,  $\lambda=0.1$ , 支座加速度激励随机振动PSD在频率范围0~100 Hz内假定是恒定值, 为  $0.2 \text{ g}^2/\text{Hz}$ 。求出支座激励  $U$  对  $X_1$  和  $X_2$  的传递函数, 用Simulink对系统响应模拟, 可得系统各自由度的位移、速度、加速度响应。根据式(15—16), 可推导出系统恢复力参数识别式:

$$\begin{bmatrix} E[X_1^2] & E[X_2 X_1] \\ E[X_1 X_2] & E[X_2^2] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1+\lambda)\omega_1^2 \\ -\omega_2^2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} E[\ddot{X}_1 X_1] \\ E[\ddot{X}_1 X_2] \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} E[X_1^2] & E[X_2 X_1] \\ E[X_1 X_2] & E[X_2^2] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\lambda\omega_1^2 \\ \omega_2^2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} E[\ddot{X}_2 X_1] \\ E[\ddot{X}_2 X_2] \end{bmatrix} \quad (32)$$

利用式(31)和式(32)识别出的恢复力参数结果见图4。

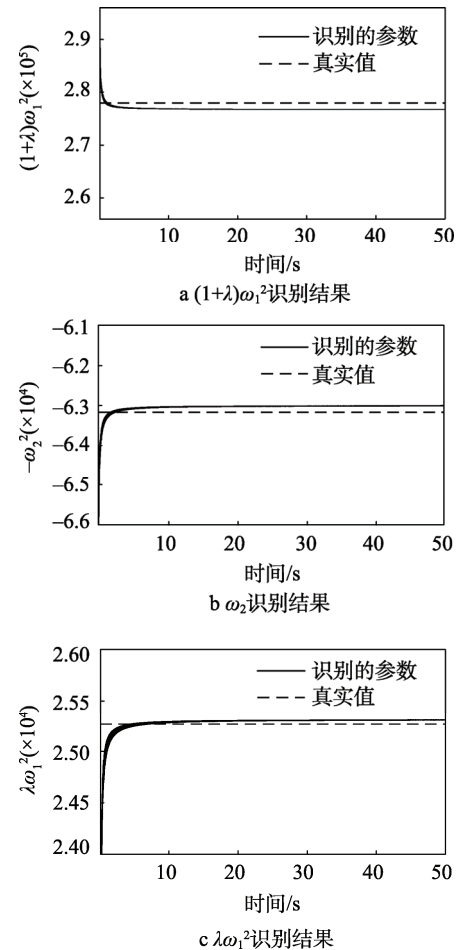


图4 二自由度包装件恢复力参数识别结果

Fig.4 Restoring force parameters identification results for 2 DOF package

由式(21), 式(29)推导出阻尼特性参数识别式:

$$\begin{bmatrix} E[\dot{X}_1^2] & E[\dot{X}_2 \dot{X}_1] \\ E[\dot{X}_1 \dot{X}_2] & E[\dot{X}_2^2] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2(1+\lambda)\zeta_1\omega_1 \\ -2\zeta_2\omega_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} E[\ddot{X}_1 \dot{X}_1] \\ E[\ddot{X}_1 \dot{X}_2] \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} E[\dot{X}_1^2] & E[\dot{X}_2\dot{X}_1] \\ E[\dot{X}_1\dot{X}_2] & E[\dot{X}_2^2] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2\lambda\zeta_1\omega_1 \\ 2\zeta_2\omega_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} E[\ddot{X}_2\dot{X}_1] \\ E[\ddot{X}_2\dot{X}_2] \end{bmatrix} \quad (34)$$

根据式(33)或(34),可识别出包装件阻尼力,用式(33)和式(34)识别出的精度相似,用式(33)识别包装件阻尼力的结果见图5。

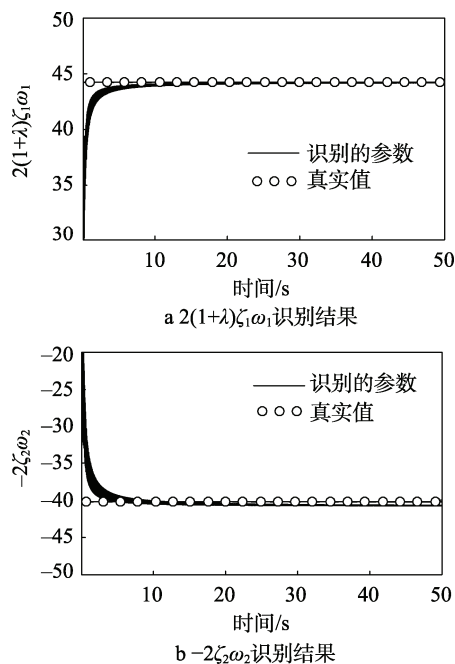


图5 二自由度包装件阻尼力参数识别结果  
Fig.5 Damping force parameters identification results for 2 DOF package

### 2.3 注意事项

在进行参数识别时,为了确保参数的识别精度,需注意以下事项:对包装件进行激励时,随机振动中需包含具有包装件的共振频率的谐波成分,否则参数识别结果会出现较大的误差;利用式(26),式(31—32)识别参数时,由于包装件在受到随机振动激励时的位移较小,因此,在参数识别过程中,这些方程组通常都是条件数很大(通常在 $10^{10}$ 以上)的病态方程组,文中采用平衡法<sup>[16]</sup>降低行列式的条件数,提高计算的准确性;利用Simulink分析系统响应时,随机输入和确定性输入下,分析的准确性会有很大的差异,如果按照传统的确定性输入条件下的分析方法分析随机振动输入条件下系统的响应,会得到错误的分析结论,文中采用了薛定宇等<sup>[17—18]</sup>中提出的方法解决该问题,即采用定步长的分析方法,并对随机振动输入数据进行比例化处理,如图2中的Gain所示,其中,比例系数 $K_\sigma = \sqrt{1/\Delta t}$ 。

### 3 结语

包装件在流通过程中,在大部分时间内受到的载荷是随机振动,构建缓冲材料及包装件在随机振动条

件下的动态特性具有重要的现实意义。文中分析了多自由度系统在随机振动支座激励条件下的响应,应用理论分析的方法推导出了系统响应期望值与系统特性参数之间的关系,构建了一种仅应用系统的位移、速度、加速度响应分析系统动态恢复力和阻尼力识别方法,并应用单自由度系统和二自由度系统验证了该方法的准确性。实例分析表明,文中提出的方法无需考虑输入数据的,具有良好的准确性。

### 参考文献:

- [1] GIBERT J M, BATT G S. Impact Oscillator Model for the Prediction of Dynamic Cushion Curves of Open Cell Foams[J]. Packaging Technology and Science, 2015, 28(3): 227—239.
- [2] PIATKOWSKI T, OSOWSKI P. Modified Method for Dynamic Stress-Strain Curve Determination of Closed-cell Foams[J]. Packaging Technology and Science, 2016, 29(6): 337—349.
- [3] BATT G S, GIBERT J M, DAQAQ M. Reduced-order Modelling of the Linear Vibration Response of Expanded Polymer Cushion Material[J]. Packaging Technology and Science, 2015, 28(1): 59—74.
- [4] LI G, ROUILLARD V, SEK M A. Evaluation of Static and Dynamic Cushioning Properties of Polyethylene Foam for Determining Its Cushion Curves[J]. Packaging Technology and Science, 2015, 28(1): 47—57.
- [5] LU Fu-de, TAO Wei-ming, GAO De. Virtual Mass Method for Solution of Dynamic Response of Composite Cushion Packaging System[J]. Packaging Technology and Science, 2013, 26(S1): 32—42.
- [6] LU Fu-de, GAO De. Quasi-static and Impact Responses of Multi-layered Corrugated Paperboard Cushion by Virtual Mass Method[J]. Packaging Technology and Science, 2014, 27(11): 867—881.
- [7] 鄂玉萍, 王志伟. 纸质缓冲材料能量吸收特性研究进展[J]. 振动与冲击, 2010, 29(5): 40—45.  
E Yu-ping, WANG Zhi-wei. Advance in Study on Energy-absorbing Property of Paper-based Cushion Packing Materials[J]. Shock and Vibration, 2010, 29(5): 40—45.
- [8] 吴月, 王桂英. 基于物流过程的蜂窝纸板缓冲性能研究进展[J]. 包装工程, 2016, 37(1): 83—88.  
WU Yue, WANG Gui-ying. Research Progresses of Cushioning Performance of Honeycomb Paperboard Based on Logistic Process[J]. Packaging Engineering, 2016, 37(1): 83—88.
- [9] 徐卓飞, 张海燕, 柏子游, 等. 蜂窝纸板力学特性研究进展[J]. 包装学报, 2012, 4(1): 13—18.  
XU Zhuo-fei, ZHANG Hai-yan, BAI Zi-you, et al. Research Progress of Mechanical Properties of Honeycomb Paperboard[J]. Packaging Journal, 2012, 4(1): 13—18.

- [10] 卢富德, 许晨光, 高德, 等. 悬臂梁易损部件在矩形加速度脉冲激励下的动力学响应与有限元分析[J]. 振动与冲击, 2016, 35(5): 191—195.  
LU Fu-de, XU Chen-guang, GAO De, et al. Shock Response and Finite Element Analysis of Critical Components with Cantilever Beam Type Under Action of a Rectangular Acceleration Pulse[J]. Shock and Vibration, 2016, 35(5): 191—195.
- [11] 卢富德, 陶伟明, 高德. 具有简支梁式易损部件的产品包装系统跌落冲击研究[J]. 振动与冲击, 2012, 31(15): 79—81.  
LU Fu-de, TAO Wei-ming, GAO De. Drop Impact Analysis on Item Packaging System with Beam Type Elastic Critical Component[J]. Shock and Vibration, 2012, 31(15): 79—81.
- [12] CHEN An-Jun. The Shock Characteristics of Tilted Support Spring Packaging System with Critical Components[J]. Shock and Vibration, 2014(1): 1—8.
- [13] HAO Meng, CHEN An-Jun. Dropping Impact Characteristics Analysis of a Cubic Nonlinear Packaging System with a Cantilever Beam Type Elastic Critical Component with Concentrated Tip Mass[J]. Shock and Vibration, 2015(5): 1—10.
- [14] 朱大鹏. 包装系统非线性特性识别方法[J]. 包装工程, 2016, 37(21): 46—51.  
ZHU Da-peng. Identification Method of Nonlinear Properties in Packaging System[J]. Packaging Engineering, 2016, 37(21): 46—51.
- [15] 朱大鹏, 李明月. 铁路非高斯随机振动的数字模拟与包装件响应分析[J]. 包装工程, 2016, 37(1): 1—5.  
ZHU Da-peng, LI Ming-yue. Digital Simulation of Non-Gaussian Random Vibration of Railway and Packaging System Response Analysis[J]. Packaging Engineering, 2016, 37(1): 1—5.
- [16] 蔡锁章, 杨明, 雷英杰. 数值计算方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2016.  
CAI Suo-zhang, YANG Ming, LEI Ying-jie. Digital Calculation Methods[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2016.
- [17] 薛定宇, 陈阳泉. 基于 MATLAB/Simulink 的系统仿真技术与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.  
XUE Ding-yu, CHEN Yang-quan. System Simulation Technology and Its Application Base on MATLAB/Simulink[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.
- [18] 蒋瑜. 频谱可控的超高斯随机振动环境模拟技术及其应用研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005.  
JIANG Yu. Research on the Simulation of super-Gaussian Random Vibration Environment with Controllable Frequency Spectrum and Its Applications[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005.