橡胶辊交变载荷下滞后致温升的有限元计算

张静宜[1]，何红[1]，贺建芸[1]，高申俊[2]
（1.北京化工大学，北京 100029；2.上海精一橡胶科技有限公司，上海 200435）

摘要：目的 研究橡胶辊在交变载荷作用下因滞后作用造成的温升。**方法** 采用有限元数值计算方法，得到橡胶辊在交变载荷作用下的应力应变历程，并据此编程计算滞后生热率，以此作为材料单元的内热源进行热传导有限元计算，得到其温度场分布。同时研究不同载荷、损耗因子、转速及材料厚度这 4 种因素对橡胶辊滞后温升的影响。**结果** 橡胶辊平均滞后温升和最高滞后温升都随载荷、损耗因子、转速的增加而增加，随厚度的增加而减小，其中载荷因素对滞后温升影响最大，最高滞后温升约为 2~10 ℃。**结论** 合理设计及选择橡胶辊材料、尺寸、载荷及转速，可有效避免生热以及因热造成的疲劳损坏，延长橡胶辊的使用寿命。

关键词：橡胶辊；滞后损失；有限元分析；温升
中图分类号：TB486 **文献标识码：**A **文章编号：**1001-3563(2017)15-0021-05

Finite Element Calculation of Temperature Rise of Rubber Roller under Alternating Load

ZHANG Jing-yi[1], *HE Hong*[1], *HE Jian-yun*[1], *GAO Shen-jun*[2]
(1.Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China;
2.Shanghai Jingyi Rubber Technology Co., Ltd., Shanghai 200435, China)

ABSTRACT: The paper aims to study the temperature rise of the rubber roller under the action of alternating load. The stress and strain course of the rubber roller under the alternating load was numerically simulated with the finite element method. The heat generation rate was calculated by programming under the stress and strain. The temperature field distribution was obtained by to calculate the finite element of heat conduction for internal heat source of material unit. Meanwhile, influences of different load, loss factor, speed and material thickness on temperature rise of rubber roller were researched. Average and maximum hysteresis temperature rise of rubber roller increased with the increase of load, loss factor, speed, and decreased with the increase of thickness, in which the load had the maximum impact on hysteresis temperature rise, which was about 2~10 ℃ to the maximum. Proper design and selection of material, size, load and speed for rubber roller can effectively avoid overheating and heat damage and extend the service life of rubber roller.
KEY WORDS: rubber roller; hysteresis loss; finite element analysis; temperature rise

橡胶辊作为印刷造纸等包装机械设备中常用的生产工艺重要部件，在工作转动过程中承受脉冲形式的循环载荷，在循环载荷下橡胶材料因本身的粘弹特性使材料分子间发生摩擦，因而会产生滞后损失，这种滞后常以热能的形式释放，进而使橡胶辊生热。由于橡胶辊与工件直接接触，这会直接影响包装产品的加工质量和产量，同时橡胶辊长时间在高温下运转也易导致疲劳损坏。预测橡胶辊的温升，并采取适当的措施来改善橡胶辊的工作状态，这对提高产品质量具有重要意义。

针对交变载荷下橡胶辊因材料滞后引起的温升，这里采用有限元方法，计算橡胶辊滞后温升温度场分布，同时考察可能影响温升的 4 个因素，即载荷、损耗因子、转速及橡胶辊几何厚度，拟为橡胶辊类材料的优选和结构设计提供参考。

收稿日期：2017-05-03
作者简介：张静宜（1993—），女，北京化工大学硕士生，主攻聚合物加工工程。
通讯作者：何红（1965—），女，北京化工大学副教授，主要研究方向为聚合加工流变学、聚合物加工设备及理论。

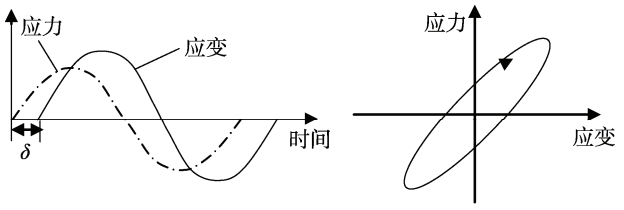
1　橡胶辊滞后生热的理论基础

1.1　橡胶滞后生热机理

橡胶辊在滚动过程中，产生热量的方式非常复杂，主要分为两方面，即橡胶材料本身的粘弹性质和橡胶辊工作时的受力状态[1]。前者目前受到许多学者的关注，橡胶辊在滚动过程中，材料分子的内摩擦力做功，这些功会转换为热能；后者为橡胶辊与工件的接触过程中，因摩擦而伴随大量热产生。从橡胶辊在稳定的自由转动过程中两者转化为热量的情况来看，橡胶分子内摩擦导致的滞后生热引起的温升占总温升的主要部分[2]，因此这里选择前者作为研究对象，研究橡胶辊滞后生热造成的温升。

1.2　橡胶周期性应力–应变的傅里叶变换

粘弹性材料在受到交变应力作用时，存在形变落后于应力增减的动态力学松弛现象，即为滞后现象，这种现象产生的损失为滞后损失[3]。当橡胶类材料在应力、应变作用下拉伸回缩时，由于大分子的链段运动需要一段过程，因此交变应变随时间的变化总跟不上应力的变化。如当橡胶受到的应力为正弦变化时，应变随时间的变化曲线一直落后于应力一个迟滞角度δ。当此交变载荷持续加载时，该迟滞角度一直存在，应力、应变随时间变化的曲线转化为应力-应变曲线时，可以看到曲线形状为环状，见图1。对该应力-应变曲线积分得到闭环所代表的区域面积，即橡胶内摩擦能量耗散。



a 应力应变随时间变化　　b 应力应变滞后环

图 1　粘弹性材料应力应变关系

Fig.1 Stress-strain relationship of viscoelastic materials

橡胶辊的实际运转过程中，其应力应变循环变化周期内的曲线不是正弦曲线，而是脉冲曲线。对于橡胶辊应力应变这种非正弦变化形式直接计算其能量损失的话，理论上不合理，结果与实际数值相差太大[4]，这种脉冲形式的应力应变，可对应力应变表达式进行傅里叶变换后，再计算滞后损失。脉冲形式应力应变的傅里叶变换表达式为[5]：

$$\sigma(\theta)=a_0^{\sigma}+\sum_{n=1}^{N}\left\{A_n^{\sigma}\sin(n\theta+\Phi_n^{\sigma}+\delta_n)\right\} \tag{1}$$

$$\varepsilon(\theta)=a_0^{\varepsilon}+\sum_{n=1}^{N}\left\{A_n^{\varepsilon}\sin(n\theta+\Phi_n^{\varepsilon})\right\} \tag{2}$$

式中：$A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}$；$\Phi_n=\arctan(b_n/a_n)$；a_n和b_n为傅里叶系数；σ和ε分别为应力、应变分量；n为傅里叶变换阶次，这里n取1~8；N=8；δ_n为橡胶滞后角；θ为橡胶辊滚动角度。

对于橡胶辊交变载荷下应力应变曲线进行傅里叶表达式拟合，拟合精度会随着所采用的傅里叶变换阶次的增高而增高。一个周期内应力应变脉冲曲线随时间变化的多阶次傅里叶曲线拟合研究表明，经过八阶傅里叶变换后得到的曲线与实际脉冲曲线走向基本一致[6]，因此这里采用八阶傅里叶函数来拟合橡胶辊断面上所有节点在周向路径上的应力-应变脉冲曲线。

1.3　橡胶辊滞后生热率计算

根据式(1—2)应力应变计算式可得到材料各单元滞后能量损失E_{d}的计算公式：

$$E_{\mathrm{d}}=\sum_{k=1}^{6}\sum_{n=1}^{N}[\pi\cdot n\cdot V\cdot A_n^{\sigma}\cdot A_n^{\varepsilon}\cdot\sin(\Phi_n^{\sigma}-\Phi_n^{\varepsilon}+\delta_n)] \tag{3}$$

式中：k为应力应变二阶张量分量的个数；V为单元体积。

粘弹性材料热学性能参数生热率定义为单位时间、单位体积内材料所产生的热量。这里假定橡胶辊的滞后能量损失全部转化为热能使辊升温，橡胶辊每个单元生热率的计算为：

$$\zeta=\frac{E_{\mathrm{d}}/V}{T} \tag{4}$$

式中：T为橡胶辊的滚动周期。

根据以上生热率计算公式，采用 Fortran 语言自编程序，计算橡胶辊在循环载荷作用下滞后能量损耗转化的生热率，然后结合商业有限元软件 Abaqus，计算橡胶辊温升导致的温度场，计算流程见图 2。

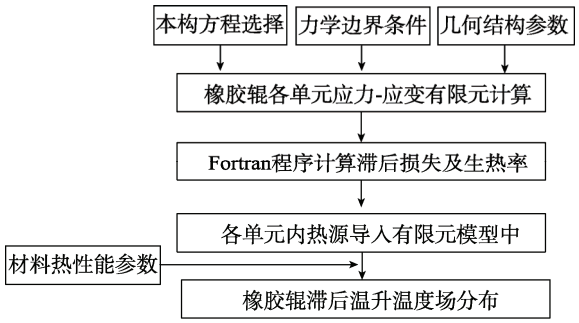


图 2　橡胶辊滞后生热温度场计算流程

Fig.2 Analysis process of rubber roll lag temperature rise

2　橡胶辊滞后温升有限元建模及计算

2.1　橡胶辊本构模型

这里以三元乙丙橡胶为例。按配方用 XSM-500 橡塑实验密炼机制备混炼胶，然后用 XLB-D350*350 平板硫化仪进行硫化，硫化实验温度为 165 ℃，硫化时间为 15 min。将硫化后的橡胶裁剪制片，做成标

准哑铃形试样。然后在 CMT4202 万能实验机进行拉伸实验，实验曲线见图 3。

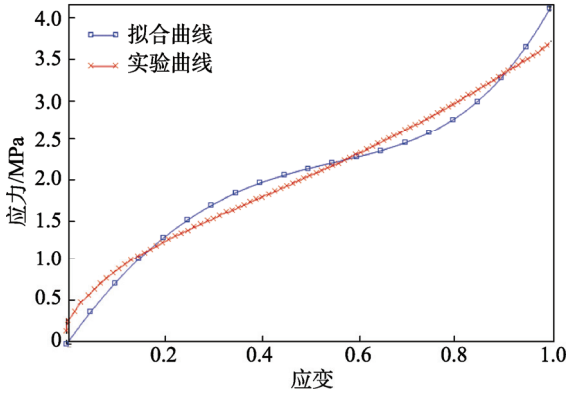


图 3　橡胶材料实验与 Yeoh 模型拟合曲线

Fig.3 The experimental data and the fitting result of Yeoh model

目前描述橡胶应力应变关系特性的本构模型很多，如Yeoh模型、Mooney-Rivilin模型和Ogden模型等[7—9]。经与实验曲线拟合，橡胶材料实验数据与Yeoh模型拟合较好，故选用Yeoh模型作为材料本构模型。Yeoh模型应变能密度函数方程为[10]：

$$\rho = C_{10}(I_1-3)+C_{20}(I_1-3)^2+C_{30}(I_1-3)^3 \tag{5}$$

式中：I_1 为主伸长第 1 不变量；C_{10}，C_{20}，C_{30} 为材料常数。这里根据橡胶材料实验数据拟合得到 Yeoh 本构参数，可知 C_{10}=1.1753，C_{20}=−0.4192，C_{30}=0.1259。

2.2　橡胶辊有限元建模

建立橡胶辊二维轴对称模型，见图 4a，网格划分，二维轴对称模型所在平面为 *xy* 平面，旋转轴为 *y* 轴。借助 Abaqus 软件 input 文件将二维轴对称模型旋转生成三维模型[11]，见图 4b。单元类型为 CGAX4H 单元（4 节点轴对称杂交实体单元）。三维模型总单元数为 10 000 个，总节点数为 14 000 个。由于在实际使用过程中，橡胶辊作用表面承受均布载荷，因此建立刚性面作为对橡胶辊施加均布载荷的表面，该表面为完全固定约束。

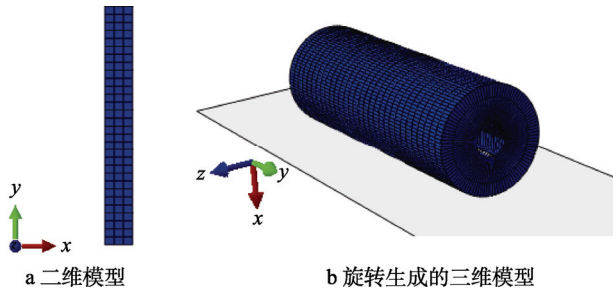


图 4　橡胶辊有限元模型

Fig.4 Finite element model of rubber roller

2.3　橡胶辊温度场计算

根据上述建立的有限元三维模型计算橡胶辊稳态滚动下的应力与应变分布，再将这些有限元计算结果进行傅里叶变换，用自编 Fortran 程序计算各单元滞后损失转化的生热率。为了计算滞后生热导致的温度场，对 Abaqus 软件进行二次开发。采用 Hetval 子程序将计算得到的生热率作为橡胶辊的内热源导入 Abaqus 软件[12]，由于每个单元生热率的计算来自于前面有限元软件的应力应变计算结果，因而热分析断面模型及网格划分与前述稳态滚动计算所用模型一致。热传导分析单元类型为 DC2D4（4 节点实体单元），环境温度为 25 ℃。

3　滞后温升计算结果与分析

通过有限元的传热[13]计算得到橡胶辊在载荷为 10 MN，转速为 1200 r/min，厚度为 30 mm，导热系数为 0.362 W/(m·K)，损耗因子为 0.12 的工况条件下，其滞后温升温度场计算结果见图 5。可以看出，橡胶辊滚动过程中，因滞后损失而导致的温升较大区域在靠近橡胶辊内部部位，温升沿径向向外呈明显的降低趋势。

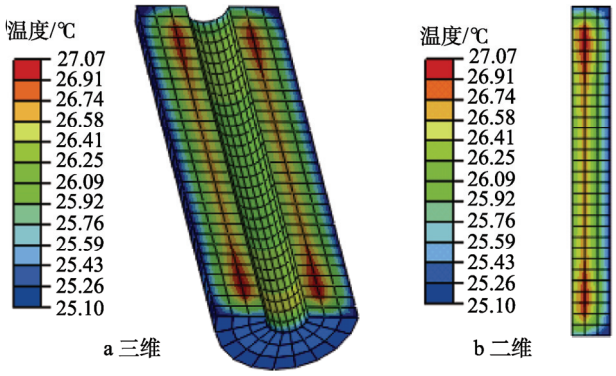


图 5　橡胶辊滞后温升温度场

Fig.5 Hysteresis temperature rise temperature field of rubber roller

考虑 4 种因素（载荷、损耗因子、速度、厚度）对橡胶辊滞后温升的影响。载荷分别取为 5，10，15，20，25 MN（损耗因子为 0.12，转速为 4000 r/min，厚度为 50 mm）；损耗因子取为 0.04，0.06，0.08，0.1，0.12（载荷为 5 MN，转速为 4000 r/min，厚度为 50 mm）；转速取为 600，1200，1800，2400，3000 r/min（载荷为 5 MN，损耗因子为 0.12，厚度为 15 mm）；厚度取为 15，20，25，30，35 mm（载荷为 5 MN，损耗因子为 0.12，转速为 4000 r/min）。计算得到各条件下的温升结果，根据橡胶辊在这 4 个条件下的平均温度和最高温度（见表 1），分析各条件对橡胶辊温升的影响。其中不同载荷和厚度条件下的温度场分布结果见图 6—7。

由表 1 可以得出，在 4 个因素下最高温升与平均温升趋势一致。橡胶辊平均温升随载荷的增加而增

表 1　载荷、损耗因子、转速及厚度对橡胶辊平均温度和最高温度的影响

Tab.1 Effect of loss factor, load, speed and thickness on the average temperature of rubber roller　℃

因素		平均温度	最高温度
损耗因子	0.04	25.1	25.4
	0.06	25.35	25.82
	0.08	25.57	26.22
	0.1	25.81	26.65
	0.12	26.05	27.07
载荷/MN	5	25.18	25.57
	10	26.05	27.07
	15	27.8	30.15
	20	30.2	34.36
	25	33.31	39.81
转速/($r\cdot min^{-1}$)	600	25.14	25.24
	1200	25.18	25.31
	1800	25.22	25.37
	2400	25.24	25.42
	3000	25.28	25.46
厚度/mm	15	25.44	25.75
	20	25.45	25.76
	25	25.32	25.59
	30	25.3	25.62
	35	25.28	25.57

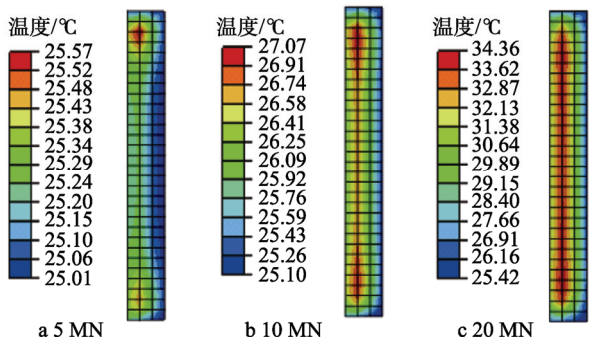


图 6　不同载荷下橡胶辊滞后温升温度场

Fig.6 Variation of temperature range of rubber roller under different load

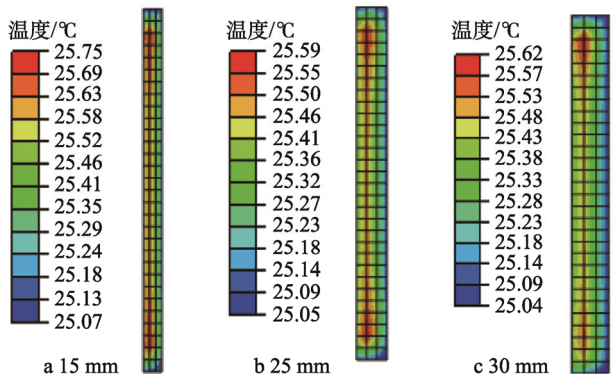


图 7　不同厚度下橡胶辊滞后温升温度场

Fig.7 Variation of temperature range of rubber roller under different thickness

大，且曲线各段斜率随载荷的增大而增大，最高温升范围约为 2~10 ℃，在实际生产应用中，同载荷条件下，温升约为 5~15 ℃[14—16]。当橡胶材料的损耗因子增加，应力应变滞后作用增加，导致橡胶辊在滚动过程中存储的热量增加，因而造成温度的升高，橡胶辊最高温度随损耗因子增加而升高，且呈近似线性关系。橡胶辊平均温度与转速呈正比关系，当橡胶辊转速增加时，单位时间内经历的循环载荷也会增加，从而产生的热量也会相应增大。橡胶辊平均温度随其厚度的增大而呈降低趋势。当橡胶辊厚度增加时，其径向上各部分承受的载荷减少，产生的应力应变降低，同时橡胶本身具有减震的作用，随着厚度的增加，变形也减小，因而滞后产生的热量降低，橡胶辊的温度也相应降低。当橡胶辊厚度为 15 和 20 mm 时，平均温度相差不大，这是由于当厚度减小时，散热加快，因而橡胶辊内部温度也相应降低。

4　结语

基于橡胶材料滞后损失现象对橡胶辊滞后能量损失进行理论计算与分析。用自编程序计算了橡胶材料滞后生热率，结合有限元应力应变计算结果，计算得到滞后所致的橡胶辊的温度场分布；同时对不同损耗因子、载荷、转速和厚度这 4 个因素条件下的橡胶辊滞后温升进行了模拟计算，模拟结果表明，橡胶材料损耗因子、载荷、辊的转速以及辊自身的几何因素都对滞后温升有影响，转速和损耗因子与最高温度呈线性关系，而载荷对最高温度的影响最大。橡胶辊最高温度随损耗因子、载荷及转速的增加而升高，随其厚度的增加而降低。在橡胶辊的实际使用中，橡胶辊材料尺寸、载荷及转速的合理设计及选择，可以避免生热以及因热造成的疲劳损坏，进而延长辊的使用寿命。

感谢北京化工大学云计算平台的支持与帮助。

参考文献：

[1]　君轩. 橡胶的热传递和热滞后[J]. 世界橡胶工业, 2007(2): 38—39.
JUN Xuan. Heat Transfer and Thermal Hysteresis of Rubber[J]. World Rubber Industry, 2007(2): 38—39.

[2]　智杰颖. 橡胶在动态载荷下的能量耗损分析[J]. 高分子学报, 2017(4): 1—8.
ZHI Jie-ying. Analysis of Energy Consumption of Rubber under Dynamic Load[J]. Journal of Polymer Science, 2017(4): 1—8.

[3]　君轩. 滞后损失[J]. 世界橡胶工业, 2008(2): 47—48.
JUN Xuan. Hysteresis Loss[J]. World Rubber Industry, 2008(2): 47—48.

[4]　晋琦. 轮胎滚动阻力及稳态滚动温度场的研究[D].

广州: 华南理工大学, 2010.
JIN Qi. Research on Tire Rolling Resistance and Steady State Rolling Temperature Field[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2010.

[5] SHIDA Z, KOISHI M, KOGURE T. A Rolling Resistance Simulation of Tire Using Static Finite Element Analysis[J]. Tire Science and Technology, 1999, 27(2): 84—105.

[6] 丁剑平. 子午线轮胎滚动状态下结构与性能若干问题的研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2005.
DING Jian-ping. Study on Several Problems of Structure and Performance of Radial Tire Rolling[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2005.

[7] YEOH O H. Some Forms of the Strain Energy for Rubber[J]. Rubber Chemistry and Technology, 1993, 66(5): 7757—2009.

[8] MOONEY M J. A Theory of Large Elastic Deformation[J]. Journal of Applied Physics, 1940, 11(6): 582—592.

[9] OGDEN R W, ROXBURGH D G. A Pseudo-elastic Model for the Mullins Effect in Filled Rubber[J]. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, 1988(5): 2861—2877.

[10] YEOH O H. Characterization of Elastic Properties of Carbon Black Filled Rubber Vulcanization[J]. Rubber Chemistry and Technology, 1990, 63(5): 792—805.

[11] 庄茁. 基于 ABAQUS 的有限元分析和应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
ZHUANG Zhuo. Finite Element Analysis and Application Based on ABAQUS[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007.

[12] 成玲. 基于脚本语言的 ABAQUS 二次开发[J]. 现代机械, 2009(2): 32—33.
CHENG Ling. ABAQUS Secondary Development Based on Scripting Language[J]. Modern Machinery, 2009(2): 32—33.

[13] 杨世铭, 陶文铨. 传热学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.
YANG Shi-ming, TAO Wen-quan. Heat Transfer[M]. Beijing: Higher Education Press, 1998.

[14] 张平. 橡胶辊及其使用橡胶材料的选择[J]. 天津橡胶, 1998(3): 19—25.
ZHANG Ping. Rubber Roller and its Choice of Rubber Material[J]. Tianjin Rubber, 1998(3): 19—25.

[15] 杨秀萍. 单螺杆泵定子橡胶温度场分析[J]. 润滑与密封, 2008(7): 53—55.
YANG Xiu-ping. Analysis of Temperature Field of Stator Rubber of Single Screw Pump[J]. Lubrication and Sealing, 2008(7): 53—55.

[16] 陈琼. 橡胶的动态性能和生热的研究[J]. 辽宁化工, 2013(7): 767—769.
CHEN Qiong. Rubber Dynamic Performance and Heat Generation Research[J]. Liaoning Chemical Industry, 2013(7): 767—769.