

基于应力悬臂梁式易损件跌落破损评价方法

郝蒙¹, 陈安军^{1,2}

(1.江南大学, 无锡 214122; 2.国家轻工业包装制品质量监督检测中心, 无锡 214122)

摘要: **目的** 针对可简化为带悬臂梁式易损件模型的产品包装系统, 探究系统跌落破损评价方法。**方法** 建立带悬臂梁式易损件的产品包装系统的非线性跌落冲击动力学模型, 利用模态叠加法, 以易损件内部应力为评价指标, 系统参数和冲击速度变化量为变量, 构建杆式易损件包装系统跌落破损边界曲线。**结果** 实例分析表明, 随着集中质量和主体振动频率增加, 系统安全区域减小; 易损件材料许用应力越大, 系统安全性能越好。**结论** 对悬臂梁式易损件的非线性包装系统, 集中质量大小和主体振动频率对系统跌落破损安全区域影响显著。

关键词: 悬臂梁式易损件; 非线性; 应力; 破损边界曲线

中图分类号: TB485.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2016)15-0120-06

Stress-based Dropping Damage Evaluation Method for Cantilever Type Critical Parts

HAO Meng¹, CHEN An-jun^{1,2}

(1.Jiangnan University, Wuxi 214122, China;

2.China National Light Industry Packaging Quality Supervision & Inspection Center, Wuxi 214122, China)

ABSTRACT: To study the dropping damage evaluating method of product packaging system with a cantilever beam critical part and provide theoretical directions for the packaging design of similar products. A nonlinear dropping shock dynamics model was established for the packaging system. Dropping damage boundary curve for the cantilever beam critical part was created by the modal superposition method with inner stress as evaluation indicator and system parameter and speed variation as variables. Example showed that the safety area of the system decreased as the concentrated mass and the frequency of main component increased. And the system safety performance would be better if the allowable stress was higher. In conclusion, for the nonlinear packaging system with a cantilever beam critical part, concentrated mass and frequency of main component have a significant impact on the dropping safety area.

KEY WORDS: cantilever type critical part; nonlinear; stress; damage boundary curves

1945 年 Mindlin^[1]首次系统阐述包装动力学理论, 提出产品易损度(Fragility)的概念, 奠定包装动力学研究的基础。之后 Newton 在冲击谱和实验的基础上提出破损边界曲线理论^[2], Schell^[3], Goff 和 Pierce^[4]分别从加速度脉冲幅值和脉冲类型进行了完善。考虑产品破损机理和系统条件, Burgess^[5-6]构建了疲劳破损边界曲线。卢立新^[7-8]

提出损伤脆值概念, 并建立跌落损伤边界曲线。王振林^[9-10]提出位移易损度概念, 建立位移损坏边界曲线。王志伟^[11-12]以产品包装系统参数和无量纲冲击速度变化量为变量构建跌落破损边界曲线。王军^[13]则在传统破损边界曲线基础上, 增加系统参数作为变量, 提出了三维破损边界曲面的概念。

电子和机电类产品中常含有弹性易损零部件,

收稿日期: 2016-01-05

作者简介: 郝蒙 (1991—), 男, 安徽人, 江南大学硕士生, 主攻运输包装。

通讯作者: 陈安军 (1962—), 男, 河南潢川人, 江南大学教授, 主要从事包装动力学、机器人动力学及控制的研究。

研究此类产品包装系统的动力学模型及跌落条件下系统的动力学特性, 是该类产品缓冲包装设计的理论基础。Mindlin^[1]讨论了具有弹性竖直杆件的线性包装系统的响应规律。Suhir^[14]和 Wong^[15-17]针对具有不同类型弹性板易损件的产品包装系统, 分别利用拉格朗日法和模态叠加法分析弹性板的跌落冲击特性。Rezazadeh^[18]等人以两导电微板之间电驱动微型梁为研究对象, 采用变分迭代法求解系统稳态和非稳态解, 并与摄动法和直接积分法得到结果相比较证实了变分迭代法的有效性。奚德昌、彭南陵^[19-20]在考虑弹性部件与物块之间动力耦合作用基础上, 建立线性系统在简谐位移激励和半正弦脉冲激励下的动力学方程, 化简求得方程的近似解。高德、卢富德等^[21-23]对易损件为竖直杆和简支梁, 缓冲材料为发泡聚乙烯的非线性包装系统跌落冲击响应特点进行了分析。目前针对悬臂梁式易损件非线性系统, 尚未涉及跌落破损评价。

文中针对 3 次非线性包装系统, 易损件类型为带有集中质量的悬臂梁, 建立系统跌落冲击条件下系统动力学模型。利用模态叠加法, 分析具有杆式易损件的产品包装系统的损坏机理和判定方法, 建立弹性易损件的跌落破损边界曲线, 探讨其影响因素, 为此类产品缓冲包装设计提供一定的理论依据。

1 系统动力学模型

根据产品主体和悬臂梁式易损件的力学特点, 将易损件简化为等截面的弹性梁, 主体简化为刚体。跌落冲击条件下, 系统简化模型见图 1。记 m_0 为主体的质量; y 为主体的位移; r 和 L 分别为易损件截面半径和长度; F 为缓冲材料恢复力函数; H 为系统的跌落高度。取 3 次非线性包装材料作为缓冲材料, 恢复力 $F = k_0 y_1 + e y_1^3$ 。式中: e 为缓冲材料的非线性常数; k_0 为缓冲材料初始弹性常数。

以系统静平衡位置为原点, 竖直向下为正方向。假设悬臂梁为细长梁, 跌落冲击过程中, 主要发生横向振动和弯曲。不考虑产品主体和易损件之间的耦合作用, 易损件受主体传递激励的作用, 而主体响应可近似看作半正弦波^[24], 即易损件在系统跌落过程中, 受主体半正弦脉冲作用。由欧拉-伯努利梁理论得到具有杆式易损件的包装系统易损件的跌落冲击动力学方程为:

$$EI \frac{\partial^4 y_1}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

式中: E , I , ρ 和 A 分别为易损件弹性模量、横截面惯性矩、材料密度和截面面积。

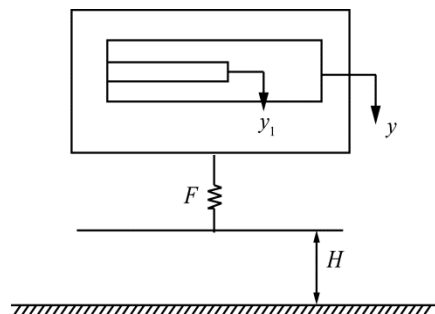


图 1 悬臂梁式易损件包装系统跌落冲击模型

Fig.1 Dropping shock model of packaging system with a cantilever beam critical part

则边界条件为:

$$\begin{cases} y_1(0, t) = y(t), \quad \frac{\partial y_1(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \\ \frac{\partial^2 y_1(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0 \\ EI \frac{\partial^3 y_1(x, t)}{\partial x^3} \Big|_{x=L} = m^* \frac{\partial^2 y_1(x, t)}{\partial t^2} \end{cases} \quad (2)$$

式中: m^* 为悬臂梁上集中的质量。

不考虑易损件对主体的影响, 此时主体的动力学方程可表示为:

$$M_0 \ddot{y} + F = 0 \quad (3)$$

初始条件为: $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = \sqrt{2gH}$, H 为系统跌落高度。

2 易损件破损评价

传统易损度评价理论以产品所能承受的最大加速度值(即“脆值”), 作为缓冲包装设计中表征产品质量的一项重要指标, 适用于不考虑产品形状和粘弹性。对于文中讨论的弹性杆易损件、加速度和内应力沿杆长方向变化, 且易损件最大响应加速度和最大内应力出现位置不同^[25], 以最大响应加速度是否超过产品易损度判定产品是否损坏有失准确性。文中将易损件的最大内应力 σ_m 是否超过许用值 σ_c , 作为判断产品是否失效的标准。

不同于传统的破损评价, 将产品破损的临界条件描述为:

$$\sigma_c = \sigma_m = \gamma * f(v) \quad (4)$$

式中: v 为临界速度变化; γ 为系统参数。前述能否成立, 证明如下。

假设系统中悬臂梁易损件相对位移 $w_1 = y_1 - y(t)$,

带入式(1)得: $EL \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} = -\rho A \ddot{y}$ (5)

根据梁受迫振动模态叠加法,易损件相对位移函数可以写成模态函数的线性叠加形式,即:

$$w_1(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) q_n(t) \quad (6)$$

式中: $q_n(t)$ 为第 n 个主坐标或模态坐标; φ_n 为振型函数。

根据模态叠加原理,并引入简单边界条件,式

(6)可化为: $\ddot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{F_n}{\alpha_n}$ (7)

其中: $F_n = -\int_0^L \ddot{y} \varphi_n dx$, $\alpha_n = \left[\int_0^L \varphi_n^2 dx \right]^2$ 。

利用常微分方程理论和 Duhamel 积分法得方程(7)的通解为:

$$q_n = B_{1n} \cos(\omega_n t) + B_{2n} \sin(\omega_n t) - \frac{1}{\omega_n \alpha_n} \int_0^t F_n(\tau) \sin[\omega_n(t-\tau)] d\tau \quad (8)$$

带入初始条件,通解的前两项为 0,则式(8)为:

$$q_n = -\frac{1}{\omega_n \alpha_n} \int_0^t F_n(\tau) \sin[\omega_n(t-\tau)] d\tau \quad (9)$$

易损件受主体半正弦脉冲激励可近似表示为:

$$\sigma = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Er A_m \lambda_n^2 \int_0^L \varphi_n dx}{\alpha_n (\omega^2 - \omega_n^2)} [\sin(\omega t) - (\omega / \omega_n) \sin(\omega_n t)] \ddot{\varphi}_n(x) & 0 \leq t \leq \tau_0 \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Er A_m \lambda_n^2 \int_0^L \varphi_n dx (\omega / \omega_n)}{\alpha_n (\omega_n^2 - \omega^2)} \cos \frac{\omega_n \tau_0}{2} \sin(\omega_n t - \frac{\omega_n \tau_0}{2}) \ddot{\varphi}_n(x) & t \geq \tau_0 \end{cases} \quad (14)$$

$$\ddot{\varphi}_n(x) = -\sin(\lambda_n x) - \sinh(\lambda_n x) + \frac{\sin(\lambda_n L) + \sinh(\lambda_n L)}{\cos(\lambda_n L) + \cosh(\lambda_n L)} [\cos(\lambda_n x) + \cosh(\lambda_n x)] \quad (15)$$

取一阶结果,式(14)变为:

$$\sigma = \begin{cases} \frac{Er A_m \lambda_1^2 \int_0^L \varphi_1 dx}{\alpha_1 (\omega^2 - \omega_1^2)} [\sin(\omega t) - (\omega / \omega_1) \sin(\omega_1 t)] \ddot{\varphi}_1(x), & 0 \leq t \leq \tau_0 \\ \frac{2Er A_m \lambda_1^2 \int_0^L \varphi_1 dx (\omega / \omega_1)}{\alpha_1 (\omega_1^2 - \omega^2)} \cos \frac{\omega_1 \tau_0}{2} \sin(\omega_1 t - \frac{\omega_1 \tau_0}{2}) \ddot{\varphi}_1(x), & t \geq \tau_0 \end{cases} \quad (16)$$

则易损件最大内应力响应为:

$$\sigma_m = \begin{cases} \frac{Er A_m \lambda_1^2 \ddot{\varphi}_1(x) \int_0^L \varphi_1 dx}{\alpha_1 (\omega - \omega_1) \omega_1} \sin \frac{2n\pi}{1 + (\omega_1 / \omega)}, & 0 \leq t \leq \tau_0 \\ \frac{2Er A_m \lambda_1^2 \ddot{\varphi}_1(x) \int_0^L \varphi_1 dx (\omega / \omega_1)}{\alpha_1 (\omega_1^2 - \omega^2)} \cos \frac{\omega_1 \tau_0}{2}, & t \geq \tau_0 \end{cases} \quad (17)$$

由式 $\omega = \pi / \tau_0$, 式(17)可化为:

$$\ddot{y} = \begin{cases} A_m \sin(\omega t) & 0 \leq t \leq \tau_0 \\ 0 & t \geq \tau_0 \end{cases} \quad (10)$$

式中: A_m 和 ω 分别为主体振动幅值和频率。

将 $\ddot{y}$ 带入式(9)得:

当 $0 \leq t \leq \tau_0$ 时, 设 $\omega = \pi / \tau_0$, 则:

$$q_n = -\frac{1}{\omega_n \alpha_n} \int_0^t F_n(\tau) \sin[\omega_n(t-\tau)] d\tau = \frac{A_m \int_0^L \varphi_n dx}{\alpha_n (\omega^2 - \omega_n^2)} [\sin(\omega t) - (\omega / \omega_n) \sin(\omega_n t)] \quad (11)$$

当 $t \geq \tau_0$ 时, 则:

$$q_n = -\frac{1}{\omega_n \alpha_n} \int_0^{\tau_0} F_n(\tau) \sin[\omega_n(t-\tau)] d\tau = \frac{2A_m \int_0^L \varphi_n dx (\omega / \omega_n)}{\alpha_n (\omega_n^2 - \omega^2)} \cos \frac{\omega_n \tau_0}{2} \sin(\omega_n t - \frac{\omega_n \tau_0}{2}) \quad (12)$$

悬臂梁式易损件内应力为:

$$\sigma = \pm Er \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \quad (13)$$

将模态解带入式(13)得:

$$\sigma_m = \begin{cases} \frac{Er \lambda_1^2 \ddot{\varphi}_1(x) \int_0^L \varphi_1 dx}{\alpha_1} \frac{A_m}{(\omega - \omega_1) \omega_1} \sin \frac{2n\pi}{1 + (\omega_1 / \omega)}, & 0 \leq t \leq \tau_0 \\ \frac{Er \lambda_1^2 \ddot{\varphi}_1(x) \int_0^L \varphi_1 dx}{\alpha_1} \frac{2(\omega / \omega_1) A_m}{(\omega_1^2 - \omega^2)} \cos \frac{\omega_1}{2\omega}, & t \geq \tau_0 \end{cases} \quad (18)$$

式中: A_m 为脉冲激励幅值和频率 ω 是 $v = \sqrt{2gH}$ 的隐函数, 具体求解过程参考文献[26],

则式(18)可表示为:

$$\sigma_c = \sigma_m = \begin{cases} \gamma * f_1(v) & 0 \leq t \leq \tau_0 \\ \gamma * f_2(v) & t \geq \tau_0 \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{其中: } \gamma = -\frac{Er\lambda_1^2 \ddot{\varphi}_1(x) \int_0^L \varphi_1 dx}{\alpha_1} \quad (20)$$

$$\begin{cases} f_1(v) = \frac{A_m}{(\omega - \omega_1)\omega_1} \sin \frac{2n\pi}{1 + (\omega_1/\omega)} & 0 \leq t \leq \tau_0 \\ f_2(v) = \frac{2(\omega/\omega_1)A_m}{(\omega_1^2 - \omega^2)} \cos \frac{\omega_1}{2\omega} & t \geq \tau_0 \end{cases} \quad (21)$$

式(21)证明系统跌落破损评价方程(4)的假设成立, 以系统参数 γ 和冲击速度变化量 v 为评价量, 建立杆式易损件包装系统跌落破损边界曲线, 曲线右上方为破损区域, 左下方为安全区域。

3 实例分析

考虑带悬臂梁式易损件产品, 主体质量 $m_0=10$ kg; 悬臂梁易损件, 长度 $L=0.1$ m, 截面半径 $r=0.003$ m, 材料密度 $\rho=7850$ kg/m³, 弹性模量 $E=200$ GPa, 缓冲材料恢复力 $F=k_0x+e_0x^3$, 初始弹性常数 $k_0=100$ N/cm, 非线性常数 $e_0=72$ N/cm³。

以系统参数 γ 和冲击速度变化量 v 作为产品

破损评价量, 取 $\sigma_c=110$ MPa, 集中质量 $m^*=0.02$ kg, 分别以上述模态叠加法和有限单元法^[27]求解, 系统跌落冲击破损曲线见图 2。结果显示, 模态叠加法和有限单元法求解易损件跌落破损边界区域具有很好的吻合度。下面基于模态叠加法对易损件跌落破损边界曲线的影响因素进行进一步探究。

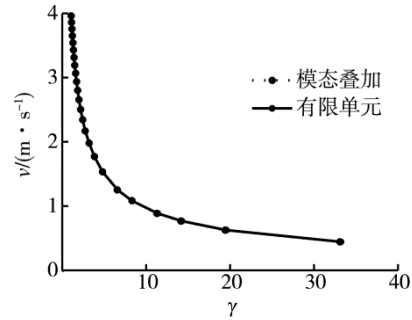


图 2 易损件跌落破损边界曲线

Fig.2 Dropping damage boundary curves of critical part

以系统参数 γ 和冲击速度变化量 v 作为产品破损评价量, 取 $\sigma_c=110, 130, 150$ MPa, 集中质量 $m^*=0.02, 0.04, 0.06$ kg, 系统跌落冲击破损曲线见图 3。曲线右上方为破损区域, 点 (γ, v) 落在右上方内, 产品将发生破损。由图 3 可知, 易损件上有集中质量, 产品安全区域迅速减小, 且随着集中质量增大, 产品安全区域减小。同时, 产品许用应力越大, 系统安全性能越好。

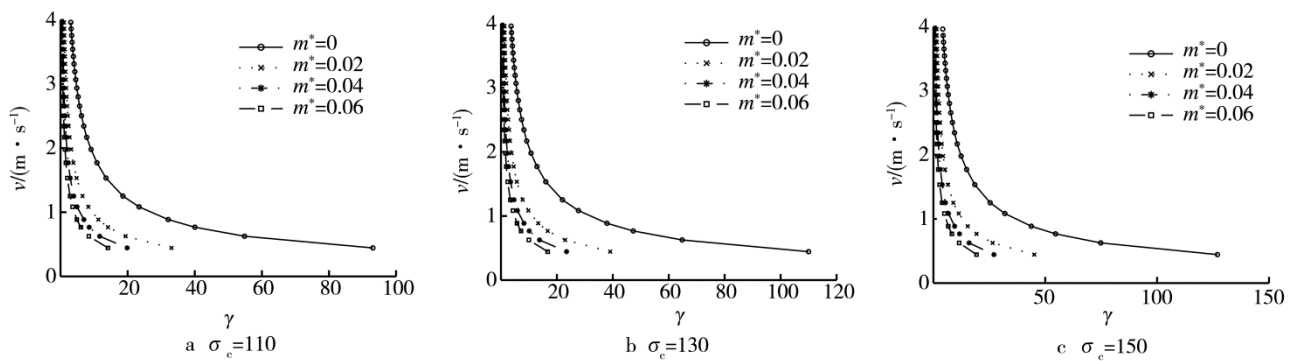


图 3 悬臂梁式易损件跌落破损边界曲线

Fig.3 Dropping damage boundary curves of cantilever beam critical part

选取不同的缓冲材料, 材料非线性常数分别为 72, 16, 500, 1000 N/cm³, 对应得主体振动频率分别为 14.32, 18.55, 22.72, 26.91 Hz^[27]。此时易损件的前 4 阶频率分别 195.63, 1967.7, 6144.4, 12689 Hz, 具有悬臂梁易损件包装系统跌落破损曲线见图 4。分析可得, 产品安全区域随着主体频率的增加(向易损件一阶频率逼近), 逐渐减小, 且减小趋势不

随许用应力的增加而改变。

对具有粘弹性特性的易损件, 有时局部内应力超过许用内应力 σ_c , 只是部分损坏, 并未失去原有功能, 或失去部分功能, 仍具有修复价值和必要性, 因此, 悬臂梁式易损件的破损率(悬臂梁内应力超过许用应力的点占杆长的百分率), 不同破损率下的产品跌落破损边界曲线具有实际意义。

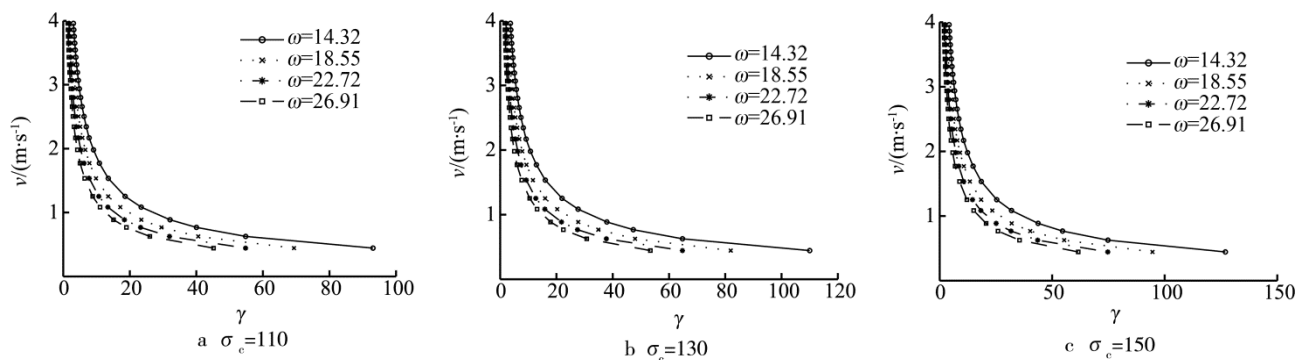


图4 悬臂梁式易损件跌落破损边界曲线

Fig.4 Dropping damage boundary curves of cantilever beam critical part

考虑具有悬臂梁易损件的包装系统,建立不同破损率下的破损边界条件见图5。分析可知,不同破损率产品安全区域大小不同;破损率相同情况下,许用应力越大,安全区域越大。

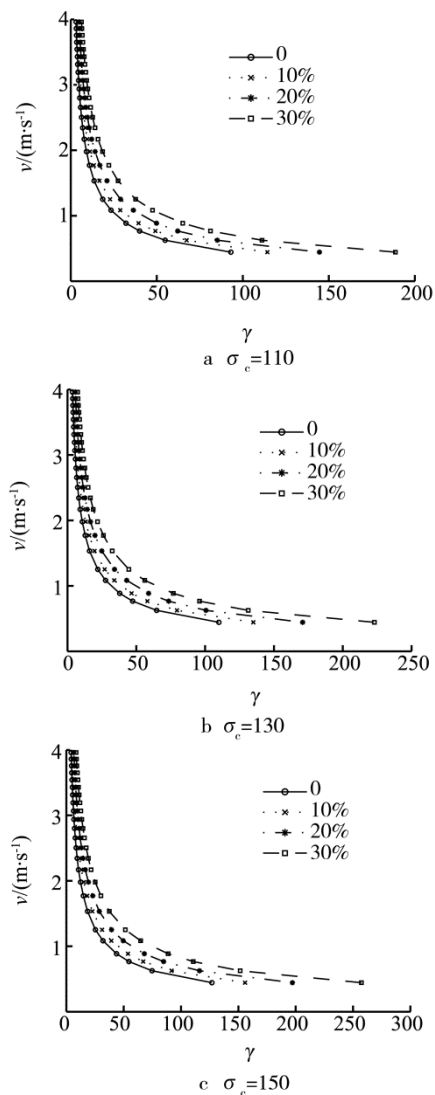


图5 悬臂梁式易损件跌落破损边界曲线

Fig.5 Dropping damage boundary curves of cantilever beam critical part

4 结语

文中在传统破损评价理论基础上,对杆式易损件的包装系统,回归破损评价的本真,以易损件许用应力作为弹性杆易损件破损评价指标,构建了跌落冲击速度、系统参数和许用应力三者之间关系的跌落破损评价方程。以系统参数和冲击速度为坐标,建立包装系统的跌落破损边界曲线。分别探讨了集中质量大小、主体频率和考虑不同破损率对跌落破损边界曲线的影响。

1) 易损件上集中质量和主体振动频率的增加,易损件破损安全区域缩小。这是由于集中质量和主体频率增加,导致易损件内应力响应幅值增加,因此,产品设计阶段考虑易损件及集中质量分布,缓冲包装设计尽可能降低主体振动频率,能有效增加产品抗冲击性能。

2) 不同破损率,随允许破损率增加,易损件破损安全区域增大;同时易损件许用应力越大,安全区域越大。

作为传统跌落冲击破损理论的延伸,文中研究的考虑易损件的非线性系统,跌落冲击破损机理和破损边界的方法,可为深入研究此类产品设计和缓冲包装设计提供一定的理论依据。

参考文献:

- [1] MINDLIN R D. Dynamics of Package Cushioning[J]. Bell System Technical Journal, 1945, 24(3/4): 353—461.
- [2] NEWTON R E. Fragility Assessment Theory and Test Procedure[M]. Monterey Research Laboratory, Inc, Monterey, California, 1968.
- [3] SCHELL E H. Evaluation of a Fragility Test Method and Some Proposals for Simplified Methods[J]. Shock

- and Vibration Bull, 1969, 40(6): 133—152
- [4] GOFF J W, PIERCE S R. A Procedure for Determining Damage Boundary[J]. Shock and Vibration Bull, 1969, 40(6): 127—131.
- [5] BURGESS G J. Product Fragility and Damage Boundary Theory[J]. Packaging Technology and Science, 1988, 1(1): 5—10.
- [6] BURGESS G J. Effects of Fatigue on Fragility Testing and the Damage Boundary Curve[J]. Journal of testing and evaluation, 1996, 24(6): 419—426.
- [7] LU Li-xin, WANG Zhi-wei. Dropping Bruise Fragility and Bruise Boundary of Apple Fruit[J]. Transactions of the ASABE, 2007, 50(4): 1323—1329.
- [8] 卢立新. 跌落损伤脆值及损伤边界[J]. 包装工程, 2006, 27(6): 1—4.
LU Li-xin. Dropping Bruise Fragility and Bruise Boundary[J]. Packaging Engineering, 2006, 27(6): 1—4.
- [9] 王振林, 吴长富. 物品包装系统位移损坏边界[J]. 振动工程学报, 1998, 11(4): 434—442.
WANG Zhen-lin, WU Chang-fu. The Displacement Damage Boundary of Packaging System[J]. Journal of Vibration Engineering, 1998, 11(4): 434—442.
- [10] WANG Zhen-lin, WU Chang-fu, XI De-chang. Damage Boundary of a Packaging System under Rectangular Pulse Excitation[J]. Packaging Technology and Science, 1998, 11(4): 189—202.
- [11] WANG Zhi-wei. On Evaluation of Product Dropping Damage[J]. Packaging Technology and Science, 2002, 15(3): 115—120.
- [12] WANG Zhi-wei. Dropping Damage Boundary Curves for Cubic and Tangent Package Cushioning Systems[J]. Packaging Technology and Science, 2002, 15(5): 263—266.
- [13] WANG Jun, WANG Zhi-wei, LU Li-xin, et al. Three-dimensional Shock Spectrum of Critical Component for Nonlinear Packaging System[J]. Shock and Vibration, 2011, 18(3): 437—445.
- [14] SUHIR E, BURKE R. Dynamic Response of a Rectangular Plate to a Shock Load, with Application to Portable Electronic Products[J]. Components, Packaging, and Manufacturing Technology, Part B: Advanced Packaging, IEEE Transactions on, 1994, 17(3): 449—460.
- [15] WONG E H. Dynamics of Board-level Drop Impact[J]. Journal of Electronic Packaging, 2005, 127(3): 200—207.
- [16] WONG E H, MAI Y W, SEAH S K. Board Level Drop Impact-fundamental and Parametric Analysis[J]. Journal of Electronic Packaging, 2005, 127(4): 496—502.
- [17] WONG E H, MAI Y W. New Insights into Board Level Drop Impact[J]. Microelectronics Reliability, 2006, 46(5): 930—938.
- [18] REZAZADEH G, MADINEI H, SHABANI R. Study of Parametric Oscillation of an Electrostatically Actuated Micro-beam Using Variational Iteration Method[J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(1): 430—443.
- [19] 奚德昌, 彭南陵. 具有简支梁弹性部件包装物品的防震[J]. 包装工程, 1989, 10(1): 42—47.
XI De-chang, PENG Nan-ling. Shock Proof of the Packaging for Elastic Parts with Simple Beam [J]. Packaging Engineering, 1989, 10(1): 42—47.
- [20] 彭南陵, 奚德昌. 具有简支梁弹性部件包装物品的缓冲[J]. 南昌大学学报, 1994, 16(1): 42—48.
PENG Nan-ling, XI De-chang. Cushioning of Packaged Articles with an Elastic Element of Simply Supported Beam[J]. Journal of Nanchang University, 1994, 16(1): 42—48.
- [21] 卢富德, 陶伟明, 高德. 具有简支梁式易损部件的产品包装系统跌落冲击研究[J]. 振动与冲击, 2012, 31(15): 79—81.
LU Fu-de, TAO Wei-ming, GAO De. Drop Impact Analysis on Item Packaging System with Beam Type Elastic Critical Component[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(15): 79—81.
- [22] 高德, 卢富德. 基于杆式弹性易损部件的非线性系统跌落冲击研究[J]. 振动与冲击, 2012, 31(15): 47—49.
GAO De, LU Fu-de. Drop Impact Analysis of Packaging System with Bar Type Elastic Critical Components[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(15): 47—49.
- [23] GAO De, LU Fu-de, CHEN S J. Drop Impact Analysis of Cushioning System with an Elastic Critical Component of Cantilever Beam Type[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2013(4): 1—5.
- [24] 宋宝丰. 产品脆值理论及应用[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2002.
SONG Bao-feng. Product Fragility Theory and Application[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2002.
- [25] 郝蒙, 陈安军. 非线性包装系统悬臂梁式易损件跌落冲击特性[J]. 包装工程, 2014, 35(15): 48—52.
HAO Meng, CHEN An-jun. Dropping Impact Characteristics Analysis of a Cubic Nonlinear Packaging System with a Cantilever Beam Type Elastic Critical Component[J]. Packaging Engineering, 2014, 35(15): 48—52.
- [26] 陈安军. 非线性包装系统跌落冲击问题变分迭代法[J]. 振动与冲击, 2013, 32(18): 105—107.
CHEN An-jun. Variational Iteration Method for Dropping Shock Problem of a Cubic Non-linear Packaging System[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(18): 105—140.
- [27] 郝蒙, 陈安军. 非线性系统带集中质量悬臂梁易损件跌落冲击特性[J]. 振动与冲击, 2015, 34(15): 162—167.
HAO Meng, CHEN An-jun. Dropping Impact Characteristics Analysis of a Cubic Nonlinear System with a Cantilever Beam Type Elastic Critical Component with Concentrated Tip Mass[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(15): 162—167.