

# 一种结合小波变换和维纳滤波的图像去噪算法

汪祖辉，孙刘杰，邵雪，姜中敏  
(上海理工大学，上海 200093)

**摘要：**目的 为了有效消除噪声图像中的椒盐噪声、高斯噪声甚至混合噪声，结合维纳滤波的优势和小波分解各分量的特点，提出一种新的图像去噪算法。**方法** 该算法先将含噪声图像进行小波变换，分离出1个低频分量和3个中高频分量，然后对低频分量进行自适应维纳滤波，对3个中高频分量用Canny算子提取边缘，最后将处理后的4个分量进行重构得到去噪后的图像。**结果** 仿真结果表明，该算法对扫描仪引入的常见噪声均表现出较好的去噪效果，PSNR值均大于20 dB。尤其是对于高斯噪声和混合噪声，新算法去噪后的PSNR结果高于维纳滤波、软阈值小波滤波和文献[9]算法1~8 dB，效果较好。**结论** 结合小波变换和维纳滤波的图像去噪算法，能够较好去除噪声图像的多种类型噪声，是一种较为优秀的去噪算法。

**关键词：**小波变换；维纳滤波；Canny算子；图像去噪

中图分类号：TS805.4 文献标识码：A 文章编号：1001-3563(2016)13-0173-06

## An Image Denoising Algorithm Combined with Wavelet Transform and Wiener Filtering

WANG Zu-hui, SUN Liu-jie, SHAO Xue, JIANG Zhong-min  
(University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**ABSTRACT:** In order to effectively eliminate salt & pepper noise, Gaussian noise and even mixed noise in a noise image, a new image denoising algorithm was put forward based on the advantages of Wiener filtering and the features of all components of wavelet decomposition. This algorithm firstly conducted wavelet transform and separated 1 low frequency component and 3 medium & high frequency components, and then carried out self-adaptive wiener filtering for the low frequency component. It then extracted edges of the 3 medium & high frequency components by Canny operator, and finally reconstructed the 4 processed components and formed the de-noised image. Simulation results showed that the proposed algorithm had better performance in denoising common noise introduced by the scanner, with PSNR value more than 20 dB. Especially for Gaussian noise and mixed noise, it got relatively better PSNR value, 1~8 dB higher than Wiener filtering, soft threshold wavelet filtering and [9] algorithm. Combined with the wavelet transform and the Wiener filtering, this outstanding image denoising algorithm can better denoise various kinds of noise in noise images.

**KEY WORDS:** wavelet transform; wiener filter; canny operator; image denoising

图像采集是图像数字化过程的基础，也是研究数字图像的前提<sup>[1~3]</sup>。采集环境的影响或者感光元件自身的限制，都会使得图像采集过程不可避免地引入随机噪声，进而不同程度地影响图像的质量和

后续的评价分析。当硬件设备的改进受到限制时，提出一种对多种类型噪声甚至混合噪声普遍适用的去噪方法，显得十分重要和富有意义。图像去噪方法通常分为空域法和频域法<sup>[4~7]</sup>。空域算法常见

收稿日期：2015-12-06

基金项目：上海理工大学科技发展项目（16KJFZ017）；上海市教委科研创新重点资助项目（13ZZ111）

作者简介：汪祖辉（1991—），男，安徽人，上海理工大学硕士生，主攻图像处理和数字水印。

通讯作者：孙刘杰（1965—），男，安徽人，上海理工大学教授，主要研究方向为图像处理、数字印刷和数字水印。

有均值滤波、顺序统计滤波等，空间域滤波是利用卷积模板与图像进行卷积实现去噪，但是卷积运算会使图像的纹理、边缘等细节信息不同程度上受到损失，造成图像的模糊。频率域算法有傅里叶变换法、小波变换法等，频率域滤波算法实质是对噪声的频谱分布规律进行统计，设定一定的阈值进行滤波，实现图像去噪。由于噪声的频谱分布与图像的频谱分布并不能完全分离，因此频率域算法的去噪效果也不太理想。

维纳滤波<sup>[8-11]</sup>是经典的具有较强去噪能力的空间域滤波方法，但维纳滤波算法只能对某个单一噪声适用，而采集得到的噪声图像会随机含有高斯噪声、椒盐噪声，甚至两噪声的混合噪声<sup>[12]</sup>。文中对维纳滤波进行优化，提出一种对多种类型噪声适用的图像去噪算法。该算法先将噪声图像进行小波变换，分离出1个低频分量和3个中高频分量，然后对低频分量进行自适应维纳滤波，对3个中高频分量用Canny算子提取边缘，最后将处理后的4个分量进行重构得到去噪后的图像，完成图像去噪。

## 1 维纳滤波

维纳滤波基于最小均方误差(MMSE)理论。信号系统中，假设  $h(n)$  为单位样本响应，输入含噪声信号为  $x(n)$ ，输出信号为  $y(n)$ ，若输入信号含有噪声，即：

$$x(n) = s(n) + v(n) \quad (1)$$

此时  $s(n)$  为信号的真实值， $v(n)$  表示噪声，则输出信号为：

$$y(n) = \sum_m h(m)x(n-m) \quad (2)$$

其中： $n$  为连续函数  $h(n)$  和  $x(n)$  的连续变量； $m$  是积分假变量。滤波结果的目标是使输出信号  $y(n)$  尽可能接近  $s(n)$ ，因此，称  $y(n)$  为  $s(n)$  的估计值，用  $\hat{s}(n)$  表示，即：

$$y(n) = \hat{s}(n) \quad (3)$$

用  $e(n)$  量化信号估计值  $\hat{s}(n)$  和真实值  $s(n)$  之间的误差：

$$e(n) = s(n) - \hat{s}(n) \quad (4)$$

此时，均方误差用  $\xi(n)$  表示：

$$\xi(n) = E[e^2(n)] \quad (5)$$

当均方误差  $\xi(n)$  最小时，滤波去噪效果最好。

图像处理中，维纳滤波根据图像每个像素估计出局部均值  $\mu$  和方差  $\sigma^2$ ，如式(6)所示。将噪声方差  $v^2$  从原图像中去除，实现含噪声图像的去噪。

$$b(n_1, n_2) = \mu + \frac{\sigma^2 - v^2}{\sigma^2} [a(n_1, n_2) - \mu] \quad (6)$$

其中， $u$  和  $v$  的表达式为：

$$\mu = \frac{1}{NM} \sum_{n_1, n_2 \in \eta} a(n_1, n_2) \quad (7)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{NM} \sum_{n_1, n_2 \in \eta} a^2(n_1, n_2) - \mu^2 \quad (8)$$

## 2 小波分解

小波变换<sup>[13-15]</sup>在函数上面的解释是，如果函数  $f(t)$  能表示为一个线性分解：

$$f(t) = \sum_l a_l \psi_l(t) \quad (9)$$

其中： $l$  是有限和或无限和的整数指标； $a_l$  是实值展开系数； $\psi_l(t)$  是参数  $t$  的实值函数的集合，并称  $\psi_l(t)$  为展开集合。如果展开式(9)是唯一的，那么这个集就能称为所能展开的函数类的一组基。如果基是正交的，即：

$$\langle \psi_k(t), \psi_l(t) \rangle = \int \psi_k(t) \psi_l(t) dt = 0 \quad (k \neq l) \quad (10)$$

那么，系数可以用内积计算：

$$a_k = \langle f(t), \psi_k(t) \rangle = \int f(t) \psi_k(t) dt \quad (11)$$

对于傅里叶级数，正交基函数  $\psi_l(t)$  是带有  $k\omega_0$  的  $\sin(k\omega_0 t)$  和  $\cos(k\omega_0 t)$ ，对于小波展开，构造了一个两参数系统，使得式(9)变成  $f(t) = \sum_k \sum_j a_{j,k} \psi_{j,k}(t)$ ，其中  $j, k$  是整数指标，并且  $\psi_{j,k}(t)$  通常形成正交基的小波展开函数。

展开系数的集  $a_{j,k}$  称为  $f(t)$  的离散小波变换(DWT)。

数字图像中的小波即为小区域的波，该波的特点是波形长度有限，并且平均值刚好为0。在图像分析时，当把图像进行一级小波分解后，会得到4个方向的细节子图，分别是低频分量 LL1、垂直方向 LH1、水平方向 HL1 和对角线方向 HH1。图像小波分解示意见图1。

从图1b可以看到，小波系数的低频部分即 LL1 分量，占据图像的大部分信息，因此视觉上它也最

接近原始图像。数字图像的小波分解理论证明：低频分量即 LL1 包含了大量原图像逼近信息，信息鲁棒性好；而高频子带即 HL1, LH1 和 HH1，主要是图像的边缘和纹理信息，信息稳定性差。



图 1 图像小波分解

Fig.1 Wavelet decomposition of image

### 3 结合小波变换的维纳滤波

前文已经提到，低频分量包含了大量原图像逼近信息，信息鲁棒性好，而 3 个中高频分量主要是图像的边缘和纹理信息，信息稳定性差，因此，在低频分量进行维纳滤波既能很好去除噪声，并且不会降低低频图像本身的质量，而其他 3 个分量直接进行维纳滤波会很明显改变图像的纹理，丢失大量图像边缘信息。Canny 算子在边缘提取上具有效果好、受噪声影响小、对噪声具有平滑作用等特点<sup>[16-17]</sup>，所以对 3 个中高频分量进行 Canny 算子提取边缘，对噪声进行平滑处理。最后将 4 个处理后的分量进行重构，得到去噪后的图像，完成图像去噪，去噪流程见图 2。

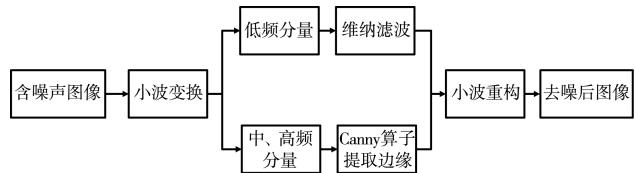


图 2 算法流程

Fig.2 Algorithm flow chart

### 4 实验验证

实验通过 Matlab2009a 软件进行仿真，选用像素大小为  $512 \times 512$  的 Lena 图像作为实验图像，图像格式为 jpg；选用 PSNR<sup>[18]</sup>（峰值信噪比）作为去噪结果的客观评价指标。根据噪声图像会随机含有高斯噪声、椒盐噪声、混合噪声的事实，对实验图像分别添加方差大小分别为 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001 的椒盐噪声、高斯噪声和两者混合噪声进行仿真，利用本算法对噪声图像进行去噪，实验图像见图 3，得到的去噪结果见图 4—6。同时用维纳滤波、软阈值小波滤波和文献[9]去噪算法对噪声图像进行去噪，与本算法进行客观评价对比，结果见表 1—3。



图 3 实验图像

Fig.3 Test image

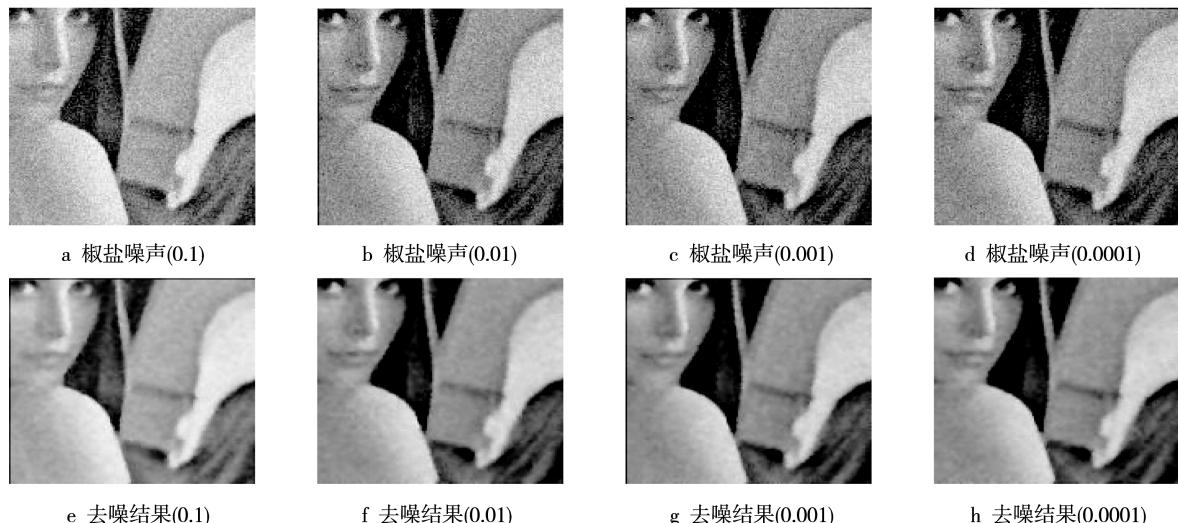


图 4 不同方差大小椒盐噪声图像去噪结果（局部图）

Fig.4 Local graphs of noise image denoising results with different variance of salt &amp; pepper noise



图 5 不同方差大小高斯噪声图像去噪结果(局部图)

Fig.5 Local graphs of noise image denoising results with different variance of Gaussian noise



图 6 不同方差大小混合噪声图像去噪结果(局部图)

Fig.6 Local graphs of noise image denoising results with different variance of mixed noise

表 1 不同算法椒盐噪声去噪结果对比

Tab.1 Comparison of different algorithms for salt &amp; pepper noise denoising results

算法	方差 0.1	方差 0.01	方差 0.001	方差 0.0001
维纳滤波	19.2463	25.8402	35.0312	41.6971
软阈值小波滤波	17.0334	26.2593	35.3303	41.7797
文献[9]	18.8200	26.5006	34.8648	43.9216
文中算法	26.4722	32.8345	34.2495	34.4027

表 2 不同算法高斯噪声去噪结果对比

Tab.2 Comparison of different algorithms for Gaussian noise denoising results

算法	方差 0.1	方差 0.01	方差 0.001	方差 0.0001
维纳滤波	19.4410	27.6568	27.9056	27.9026
软阈值小波滤波	19.6917	29.8420	30.3126	30.3093
文献[9]	18.6053	23.8749	24.0207	23.9918
文中算法	20.7752	30.6295	31.2083	31.1956

表3 不同算法混合噪声去噪结果对比  
Tab.3 Comparison of different algorithms for mixed noise denoising results

算法	方差 0.1	方差 0.01	方差 0.001	方差 0.0001
维纳滤波	17.1036	24.7753	27.4771	27.8747
软阈值小波滤波	19.2773	29.3009	30.2481	30.2622
文献[9]	16.3104	22.5915	23.8310	23.9331
文中算法	20.4231	29.9795	31.0326	31.1013

从实验结果可知,文中算法对含有不同方差大小的椒盐噪声、高斯噪声和混合噪声 Lena 图像进行去噪,去噪结果 PSNR 值均大于 20 dB,满足视觉质量要求。并且对比维纳滤波算法、软阈值小波滤波算法、文献[9]算法,本算法对不同方差的高斯噪声、混合噪声以及方差为 0.1 和 0.01 的椒盐噪声,去噪 PSNR 值大 1~8 dB,效果更为优秀。尤其对于方差 0.1 和 0.01 的椒盐噪声,本算法去噪 PSNR 值分别为 26.4722 和 32.8345,远高于其他算法 PSNR 值。本文算法对方差为 0.001 和 0.0001 的椒盐噪声的去噪 PSNR 分别为 34.2495 和 34.4027,均小于其他算法 PSNR 值,效果稍差。分析可知,这是由于 Canny 算法子提取边缘时会对图像细节进行平滑作用的结果。在椒盐噪声方差较小时,这种平滑作用对图像质量的作用比噪声对图像质量的作用要大,因此,在椒盐噪声方差较小时,使用常规去噪方法比较好。

## 5 结语

针对噪声图像随机含有椒盐噪声、高斯噪声甚至两者的混合噪声的特性,结合维纳滤波的优势和小波分解各分量的特点,提出一种新的图像去噪算法。实验结果表明,该算法对扫描仪引入的常见噪声均表现出较好的去噪效果,PSNR 值均大于 20 dB。尤其是高斯噪声和混合噪声,该算法去噪后的 PSNR 结果高于维纳滤波、软阈值小波滤波和文献[9]算法 1~8 dB,效果较好。

## 参考文献:

- [1] SHI Rui-zhi, FAN Kai-bo, ZHOU Xiao, et al. Study on the Model of Chromaticity Closed-loop Control for Print Online Detection[J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 262:291—296.
- [2] 徐敏, 郑元林. 基于 SSIM 的印刷图像质量评价研究 [J]. 包装工程, 2012, 33(5):98—101.
- XU Min, ZHENG Yuan-lin. Research of Printed Image Quality Based on SSIM[J]. Packaging Engineering, 2012, 33(5):98—101.
- [3] 马赛, 曹春平, 孙宇. 基于 CCD 的金属薄板印刷墨层厚度在线检测研究[J]. 包装工程, 2014, 35(23):120—125.  
MA Sai, CAO Chun-ping, SUN Yu. Online Detection of the Ink Film Thickness of Metal Sheet Printing Based on CCD Method[J]. Packaging Engineering, 2014, 35(23):120—125.
- [4] 肖杨波. 基于 LIFTINGScheme 小波的图像自适应去噪研究[D]. 南昌:南昌大学, 2007.  
XIAO Yang-bo. Adaptive Image Denoising Based on Lifting Scheme Wavelet[D]. Nanchang:Nanchang University, 2007.
- [5] 刘祝华. 图像去噪方法的研究[D]. 南昌:江西师范大学, 2005.  
LIU Zhu-hua. Research on Image De-noising Methods[D]. Nanchang:Jiangxi Normal University, 2005.
- [6] 黄果, 蒲亦非, 陈庆利. 基于分数阶积分的图像去噪 [J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(4):925—932.  
HUANG Guo, PU Yi-fei, CHEN Qing-li, et al. Research on Image Denoising Based on Fractional Order Integral[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(4):925—932.
- [7] ERCELEBI E, KOC S. Lifting-based Wavelet Domain Adaptive Wiener filter for image enhancement[J]. IEEE Proceedings on Vision, Image and Signal Processing(S1350-245X), 2006, 153(1):31—36.
- [8] 冈萨雷斯. 数字图像处理[M]. 北京:电子工业出版社, 2003.  
GONZALEZ R C. Digital Image Processing[M]. Beijing:Electronics Industry Press, 2003.
- [9] 赵艳明, 全子一. 一种有效的小波-Wiener 滤波去噪算法[J]. 北京邮电大学学报, 2004, 27(4):41—45.  
ZHAO Yan-ming, QUAN Zi-yi. An Efficient Wavelet-Wiener Denoising Algorithm[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2004, 27(4):41—45.
- [10] 杨友良, 王新宇, 马翠红. 自适应维纳滤波在钢水红外图像去噪中的应用[J]. 红外技术, 2015, 37(9):733—735.  
YANG You-liang, WANG Xin-yu, MA Cui-hong. Adaptive Wiener Filtering Noise Reduction in the Molten Steel Infrared Image[J]. Infrared Technology, 2015, 37(9):733—735.
- [11] 张正文, 周航麒. 基于多窗谱估计的维纳滤波语音

- 增强算法[J]. 河南理工大学学报(自然科学版), 2015, 34(5):686—690.
- ZHANG Zheng-wen, ZHOU Hang-qi. A Wiener Filter Speech Enhancement Method Based on Multi-window Spectrume Stimator[J]. Journal of Henan Polytechnic University(Natural Science), 2015, 34(5):686—690.
- [12] 刘苏阳, 唐万有. 图像去噪在印刷品质量检测上的应用[J]. 包装工程, 2014, 35(15):83—86.
- LIU Su-yang, TANG Wan-you. Application of Image Denoising in Print Quality Detection[J]. Packaging Engineering, 2014, 35(15):83—86.
- [13] ROHIT A, LAL S M, NIDHIKA B. An Algorithm for Image Compression Using 2D Wavelet Transform[J]. International Journal of Engineering Science & Technology, 2011, 3(4):2758—2764.
- [14] KALE V U, KHALSA N N. Performance Evaluation of Various Wavelets for Image Compression of Natural and Artificial Images[J]. International Journal of Computer Science & Communication, 2010, 1(1): 179—184.
- [15] 张雷洪, 唐波, 李碧程, 等. 基于 DWT-SVD 的强鲁棒全息水印算法研究[J]. 包装工程, 2013, 34(21): 105—109.
- ZHANG Lei-hong, TANG Bo, LI Bi-cheng, et al.
- Strong Robustness Holographic Watermarking Algorithm Based on DWT-SVD[J]. Packaging Engineering, 2013, 34(21):105—109.
- [16] 王小俊, 刘旭敏, 关永. 基于改进 Canny 算子的图像边缘检测算法[J]. 计算机工程, 2012, 38(14): 196—198.
- WANG Xiao-jun, LIU Xu-min, GUAN Yong. Image Edge Detection Algorithm Based on Improved Canny Operator[J]. Computer Engineering, 2012, 38(14): 196—198.
- [17] MIAO Jia-qing. Based on Canny Operator with Regional Growth Combined Research on Accurate Image Segmentation Algorithm[J]. Materials Science, Computer and Information Technology, 2014(6):2088—2092.
- [18] 熊顺清, 王玉红, 周卫红. 一种基于尺度不变特征变换 SIFT 的图像水印算法[J]. 云南民族大学学报, 2012, 21(5):361—364.
- XIONG Shun-qing, WANG Yu-hong, ZHOU Wei-hong. A New Anti-geometric Attack Digital Watermarking Algorithm Based on SIFT Transform[J]. Journal of Yunnan University of Nationalities(Natural Sciences Edition), 2012, 21(5):361—364.