# 基于内聚力模型的纸板分层损伤分析

## 宋钊

(兰州交通大学,兰州 730070)

**摘要:目的**研究纸板在模压过程中的形变和分层现象。方法 模压是用纸板生产纸盒的重要环节,模 压过程容易造成纸板分层。用正交各向异性弹塑性连续体模型描述各层纸板的力学特性,用内聚力 模型描述纸板层间的粘合和在模压过程中的分层,用有限元软件Abaqus模拟纸板模压,再现纸板变 形过程,预测模压对纸板分层的影响。结果 从仿真结果得到,模压造成纸板分层,这与真实实验一 致。结论 力学模型能描述纸板在模压过程中的形变和分层特性。

关键词:纸板;内聚力模型;分层;有限元仿真

中图分类号: TB484.1 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2016)07-0075-05

## **Delamination Damage of Cardboard Based on Cohesion Model**

SONG Zhao

(Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

**ABSTRACT**: This experiment aimed to study the deformation and the delamination of cardboard during the creasing process. The creasing process was an important link during production of paper box by cardboard, however, this process was likely to cause paperboard delamination. An orthotropic elastoplastic continuum model was used to describe the mechanical property of each layer of cardboard. A cohesion model was used to describe the bonding and the delamination during creasing. The finite element software Abaqus was used to simulate creasing and the cardboard' s distortion and to forecast influence of creasing on paperboard delamination. According to the simulation results, the creasing process can cause paperboard delamination, which was consistent with the real test. The mechanical model can describe the deformation and the delamination of the cardboard.

KEY WORDS: cardboard; cohesion model; lamination; finite element simulation

纸盒具有制造成本低、质量小、可回收等优点,因 此纸盒包装被广泛使用。通过对纸板进行模切、模 压、弯折、粘合等操作,可以生产出具有商业用途的纸 箱或纸盒<sup>11</sup>。在纸盒生产过程中的模压操作,经常造 成纸板分层。纸板分层会导致最终生产的纸盒强度 下降,并对包装展示效果产生不利影响。只有深入地 了解纸板的材料特性,了解纸板在模压过程中的应力 应变关系,建立纸板分层的模型,才能指导实际生产, 避免分层问题的出现,最终提高纸盒质量。国内学者 对不同类型纸板的力学特性进行了研究<sup>12–31</sup>,这里主要 利用有限元方法,模拟纸板模压过程,再现纸板分层 现象。

# 1 纸板的弹塑性模型

纸板的生产工艺造成纸板具有多层结构,通常 在纸板外侧选用化学浆,内侧选用机械浆。由于各 层纸浆的不同,因此纸板各层的力学性能差异很 大。纸板的每一层都呈现出正交各向异性的弹塑 性,通过一个连续体模型描述纸板在平面内的力学 特性,这需要对纸板的每一层都确定本构模型参数, 以描述该层的特性。 纸板具有明显的方向性。在纸板生产过程中,与 造纸机运转方向平行的为纸板的纵向(MD方向),与 造纸机运转方向垂直的为纸板的横向(CD方向),见 图 1。纸板不同方向的应力应变曲线见图 2,可以看 出,纸板平面内具有明显的各向异性。MD方向的刚 度通常是 CD方向的刚度的 1~5 倍<sup>[4]</sup>,根据 Stenberg 的 研究<sup>[5-6]</sup>,MD方向的刚度是垂直于纸板方向(ZD方向) 的刚度的 100 倍以上。引入坐标系统,x 轴与 MD 平 行;y 轴与 CD 平行;z 轴与 ZD 平行。



图 1 纸板结构与方向 Fig.1 Principal structure and direction in paper



图2 纸面内CD,MD,ZD方向应力应变曲线 Fig.2 In-plane stress-strain curves in CD,MD,ZD directions

Xia<sup>[4]</sup>提出了一个纸板模压、弯折的力学模型。该 模型较为复杂,其对分层特性的描述方面引入30余个 参数,给使用带来困难。这里使用Thakkerd等人提出 的模型<sup>[7–8]</sup>,该模型结构简单,在Abaqus中可以较为方 便地得到实现。由于纸板内各层材料性能存在差异, 因此对纸板的每一层材料模型给定不同的参数值。 从最终的仿真实验结果看出,模型可以描述纸板力学 性能。

由于纤维排列方向不同,导致纸板存在明显的各 向异性特性,同时每层纸板体现弹塑性特征。弹性行 为是线弹性和正交各向异性的,对纸板各层的弹性部 分,本构关系可以用以下公式描述。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{v_{yx}}{E_y} & -\frac{v_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{v_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_{xx}}{E_x} & -\frac{v_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}$$
(1)

式中: $\sigma_x$ , $\sigma_y$ , $\sigma_z$ 表示正应力分量; $\tau_y$ , $\tau_x$ , $\tau_y$ 表示切应力分量; $\varepsilon_x$ , $\varepsilon_y$ , $\varepsilon_z$ 表示正应变分量; $\gamma_y$ ,  $\gamma_x$ , $\gamma_y$ 表示切应变分量; $E_x$ , $E_y$ , $E_z$ 分别表示纸板x,y,z这3个方向上的杨氏模量。 $G_x$ , $G_x$ , $G_y$ 是剪切模量;  $v_x$ , $v_x$ , $v_y$ , $v_z$ , $v_z$ , $v_y$ , $v_y$ 是泊松比。 $E_x$ , $E_y$ 可以通过拉伸实 验得到,同时可以求出 $v_x$ ,根据的Smith<sup>69</sup>的研究,纸板 厚度方向(z向)与x方向的杨氏模量有如下关系:

$$E_z = \frac{E_x}{200} \tag{2}$$

纸板的剪切模量可以用以下公式求出:

$$G_{xy} = 0.39 \sqrt{E_x E_y} \tag{3}$$

$$G_{xz} = \frac{E_x}{55} \tag{4}$$

$$G_{yz} = \frac{E_y}{35} \tag{5}$$

纸板在ZD方向的弹性形变远远小于CD和MD方向<sup>[10]</sup>。纸板各方向的泊松比具有如下关系:

$$\frac{v_{xy}}{E_x} = \frac{v_{yx}}{E_y}; \frac{v_{xz}}{E_x} = \frac{v_{zx}}{E_z}; \frac{v_{yz}}{E_y} = \frac{v_{zy}}{E_z}$$
(6)

弹性阶段之后,纸板出现塑性形变。使用Hill 屈 服准则描述屈服特性。屈服面*f*是应力的函数<sup>[11]</sup>。

$$f(\sigma) = \left[F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^{2} + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^{2} + M(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^{2} + \frac{(\sigma_{xx}^{0})^{2}}{(\sigma_{yz}^{0})^{2}}\tau_{yz}^{2} + \frac{(\sigma_{xx}^{0})^{2}}{(\sigma_{yz}^{0})^{2}}\tau_{xz}^{2} + \frac{(\sigma_{xx}^{0})^{2}}{(\sigma_{yz}^{0})^{2}}\tau_{xy}^{2}\right]^{1/2}$$
(7)

式中:*F*,*G*,*M*为纸板的相互独立的各向异性特征参数。根据HUANG H的实验<sup>[11]</sup>,*F*,*G*,*M*应描述为:

$$F = \frac{(\sigma_{xx}^{0})^{2}}{2} \left( \frac{1}{(\sigma_{yy}^{0})^{2}} + \frac{1}{(\sigma_{zz}^{0})^{2}} - \frac{1}{(\sigma_{xx}^{0})^{2}} \right)$$
$$G = \frac{(\sigma_{xx}^{0})^{2}}{2} \left( \frac{1}{(\sigma_{zz}^{0})^{2}} + \frac{1}{(\sigma_{xx}^{0})^{2}} - \frac{1}{(\sigma_{yy}^{0})^{2}} \right)$$

$$M = \frac{(\sigma_{xx}^{0})^{2}}{2} \left( \frac{1}{(\sigma_{xx}^{0})^{2}} + \frac{1}{(\sigma_{yy}^{0})^{2}} - \frac{1}{(\sigma_{zz}^{0})^{2}} \right)$$
(8)

其中 $\sigma_{xx}^0$ , $\sigma_{yy}^0$ , $\sigma_{zz}^0$ , $\sigma_{yz}^0$ , $\sigma_{xz}^0$ , $\sigma_{xy}^0$ 表示纸板在不同 方向上的初始屈服应力。

## 2 内聚力模型

内聚力模型最初是描述原子或分子之间的相互 作用力[12]。自20世纪60年代内聚力模型被提出,经过 不断发展,它已成为求解和分析非线性断裂问题的强 有力工具。Needleman等学者提出将这一概念运用于 弹塑性材料[13]。模型基于弹塑性断裂力学,认为在裂 纹的尖端存在一个微小的内聚力区域。在内聚力模 型中,假设存在一个断裂区间,在该区间内材料分层 时的本构模型服从拉力--分离法则。内聚力模型的 核心就是建立适当的拉力一分离法则。该法则描述 界面上相邻两层在外力作用下出现分离,随着分离位 移的增大,界面上的内聚力也随着增大,直到界面萌 生裂纹。之后随着分离位移进一步增大,界面内聚力 减小,这时称为软化过程。在软化过程中,界面分裂 不断增长,粘结程度逐渐减弱,直到界面完全脱粘<sup>114</sup>。 对内聚力模型的研究产生量不同的拉力一分离法 则。一般认为纸板依靠纤维的分子间作用力结合。 在纸板生产过程中,可以在不同纤维层之间喷施淀 粉,以增加纤维间的结合强度。纸板的层间粘合力情 况较为复杂,内聚力模型是对纸板的层间粘合力的一 种简化,通过确定适当的参数,可以反映纸板层间的 结合情况。

这里使用Abaqus中的双线性拉力一分离法则,双 线性拉力一分离法则中拉力一分离的关系表示为:

$$T_{n} = \begin{cases} \frac{\sigma_{\max}}{\delta_{n}^{0}} \delta & \delta \leq \delta_{n}^{0} \\ \sigma_{\max} \frac{\delta_{n}^{f} - \delta}{\delta_{n}^{f} - \delta_{n}^{0}} & \delta > \delta_{n}^{0} \end{cases}$$
(9)

式中: $T_n$ 为法线方向的应力值, $\delta$ 为界面分离位移; $\sigma_{max}$ 为法向最大应力,与之对应的界面分离位移为 $\delta_n^0$ ; $\delta_n^o$ 为达到完全开裂时位移。

## 3 有限元仿真

#### 3.1 有限元模型建立

有限元模型模拟的目标是再现真实实验的结果, 并预测模压对纸板的变形、分层的影响。在有限元软 件 Abaqus<sup>1151</sup>中建模,使用连续体模型描述纸板行为, 同时利用内聚力模型描述纸板相邻层之间的分离行 为。弹塑性材料模型应能准确描述各层纸板的力学 行为。纸板模型由4层组成,分为顶层、底层和两个中 间层。顶层和底层材料相同,都选用化学浆,中间是 机械浆层。顶层和底层材料的 $E_x$ =4380 N/mm<sup>2</sup>, $E_y$ = 1800 N/mm<sup>2</sup>, $E_z$ =22 N/mm<sup>2</sup>, $G_{xy}$ =1080 N/mm<sup>2</sup>, $G_{xz}$ =80 N/ mm<sup>2</sup>, $G_{yz}$ =51 N/mm<sup>2</sup>, $v_{xy}$ =0.48, $v_{xz}$ =0.30, $v_{yz}$ =0.54。中间层 材料的 $E_x$ =2590 N/mm<sup>2</sup>, $E_y$ =830 N/mm<sup>2</sup>, $E_z$ =13 N/mm<sup>2</sup>,  $G_{xy}$ =570 N/mm<sup>2</sup>, $G_{xz}$ =47 N/mm<sup>2</sup>, $G_{yz}$ =23 N/mm<sup>2</sup>, $v_{xy}$ =0.52,  $v_{xz}$ =0.3, $v_{yz}$ =0.54。

分层模型应能准确描述纸板在模压过程中出现 分层现象。Abaqus在计算模拟分层时有两种方法,分 别是利用内聚力单元和将内聚力特性建立在界面参 数中。内聚力单元要求建立具有几何尺寸的单元格, 分层发生在预设的与单元格和相邻的其他材料的界 面上。内聚力单元有一定厚度,适合模拟本身具有粘 合层的复合材料。纸板主要是纤维自身依靠氢键结 合在一起,虽然在某些生产过程中,纸板层间喷施少 量的淀粉,但这不足以形成单独的粘合层。Abaqus提 供的另一种方法是将内聚力特性定义在相邻两种材 料的界面上,界面在厚度方向没有几何尺寸,这种方 法更适合模拟纸板的分层特性。

这里研究模压造成纸板变形和分层的过程。仿 真过程中,为节约计算成本,模压工具选用解析刚体, 使它在仿真实验中不发生形变。

#### 3.2 模压实验结果分析

模压是为了便于在纸板后续的弯折成形过程中, 纸板可以沿着既定的压痕线折叠。通过对纸板的模 压实验,可以了解纸板的形变和分层,同时为仿真实 验提供比较依据。纸板在ZD方向上具有明显的层状 结构。在模压实验过程中,纸板被阳模缓慢压入阴模 中,直到接触到阴模底部,然后阳模退回,见图3。从 实验结果可以看出,纸板在压痕位置出现了明显的塑 性形变。施加在纸板上的外力卸载后,纸板的弹性形 变恢复,但塑性形变仍然存在。同时在纸板层间产生 了明显的分层现象,见图4。

## 3.3 仿真结果分析

仿真模压过程分为3步。首先给阳模加载微小位 移,使纸板与阳模接触,这样可以避免后续分析步骤 出现计算不收敛的情况发生。然后让阳模向下移动, 使纸板发生形变,见图5。最后向上移动阳模,卸载纸



图 3 模压实验 Fig.3 Creasing test







图4 模压结果 Fig.4 Creasing results

板上的力,见图6。卸载后纸板出现分层,见图7。比 较图7与图4,模压使纸板产生塑性形变,仿真实验较 好地再现了纸板的形变情况。同时,仿真实验与真实 实验中都出现了相似的纸板分层现象。仿真实验结 果与真实试验结果较吻合。



图 5 阳模下压 Fig.5 The creasing of paperboard

阳模下压时,纸板层间由于不同的变形情况,产 生层间的相对滑动。这时已产生纸板分层的萌芽。 当阳模上移,纸板弹性形变恢复,纸板分层发生。模 压的深度对纸板变形影响较大。深度越大,层间滑动 越明显,这样更容易造成纸板的分层发生。分层处节 点位移和应力与时间的曲线见图8—9。可以看出位 移和应力满足内聚力模型的关系双线性拉力一分离



图7 纸板分层 Fig.7 The lamination of paperboard

法则。尽管对纸板选用了较为简单的力学模型,但是 纸板在模压过程中的形变仍较好地得到再现。



# 4 结语

作为各向异性的材料,纸板在模压过程中的形变 较复杂。纸板的力学特性用连续体模型描述,相邻纸 板层之间的分离特性用内聚力模型描述。这样建立 的有限元模型可以较好地模拟纸板在模压过程中的 形变和分层行为。利用有限元软件模拟模压过程。 仿真结果与真实实验结果较为吻合。通过有限元方 法,可以了解纸板分层的原因,可以用有限元仿真方 法再现模压过程,指导实际生产。

## 参考文献:

- 潘松年.包装工艺学[M].北京:印刷工业出版社,2007.
   PAN Song-nian. Packaging Technology[M]. Beijing: Printing Industry Press,2007.
- [2] 奚德昌,高德.缓冲包装材料的本构建模研究进展[J].包装 工程,2011,32(1):1—4.

XI De-chang, GAO De. The Review on Constitutive Modeling of Cushion Packaging Materials[J]. Packaging Engineering, 2011,32(1):1-4.

[3] 宋钊. 纸板厚度方向的力学模型建立[J]. 包装工程, 2014, 35(3):52—55.

SONG Zhao. Mechanical Model in the Thickness Direction of Paperboard Materials[J]. Packaging Engineering, 2014, 35 (3):52—55.

[4] XIA Q S. Mechanics of Inelastic Deformation and Delamination in Paperboard[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2002.

- [5] STENBERG N. Out-of-plane Shear of Paperboard under High Compressive Loads[J]. Journal of Pulp and Paper and Paper Science, 2002, 30(1):22-28.
- [6] STENBERG F, OSTLUND S. Plasticity in the Thickness Direction of Paperboard under Combined Shear and Normal Loading[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 2001(7):184—190.
- [7] THAKKAR B K, GOOREN L. Experimental and Numerical Investigation of Creasing in Corrugate Paperboard[J]. Philosophical Magazine, 2008, 88(28); 3299–3310.
- [8] LIU J X, CHEN Z T, LI K C. A 2-D Lattice Model for Simulating the Failure of Paper[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2010, 54(1):1—10.
- [9] SMITH C. Micromechanics of the Through–Thickness Deformation of Paperboard[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1995.
- [10] BEEX L, PEERLINGS R. An Experimental and Computational Study of Laminated Paperboard Creasing and Folding[J]. International Journal of Solids and Structures, 2009, 46 (24) : 4192-4207.
- [11] HUANG H, NYGARDS M. Numerical Investigation of Paperboard Forming[J]. Pulp and Paper Research Journal, 2012, 27 (2):211-225.
- [12] 周储伟,杨卫,房岱宇.内聚力界面单元与复合材料的界面 损伤分析[J].力学学报,1999,31(3),372—377.
  ZHOU Chu-wei, YANG Wei, FANG Dai-yu. Cohensive Interface Element And Interfacal Damage Analysis of Composites[J]. Acta Mechanica Sinica, 1999,31(3):372—377.
- [13] NEEDLEMAN A. An Analysis of Tensile Decohesion along an Interface[J]. Journal of the Mechanics & Physics of Solids, 1990,38(3):289-324.
- [14] BOSCH M, SCHREURS P. On the Development of a 3D Cohesive Zone Element in the Presence of Large Deformations[J]. Computational Mechanics, 2008, 42(2):171-180.
- [15] ABAQUS. ABAQUS User' s Manual[M]. Hibbitt: Karlsson & Sorensen Inc, 2012.