# 单色半色调墨点非规整 Clapper-Yule 分程模型

何晓敏, 王颖, 柯能, 张逸新 (江南大学, 无锡 214122)

摘要:目的 研究非规整的墨点(非二值理想墨点)形态对光谱反射率的影响,为预测模型的理论研究提供一个新的思路。方法 通过讨论墨点的非规整形态对网点大小、厚度及油墨透射率的影响,采用二维高斯函数模拟墨点表面的形态,由此建立一个Clapper-Yule扩展模型。结果 模型的数值模拟结果表明墨点的非规整性导致了网点的物理扩大,增加了油墨对光的吸收,降低了最终的光谱反射率。结论 采用Clapper-Yule分程模型对颜色进行预测时需考虑墨点的非规整所带来的物理网点扩大,该模型适用于单色半色调的颜色预测与控制。

关键词:印刷色彩学; Clapper-Yule 模型; 光谱反射率; 墨点非规整

中图分类号: TS801.3 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2015)23-0130-05

# Extended Clapper-Yule Spectral Reflectance Model of Monochrome Halftone Image with Irregular Ink Dot

HE Xiao-min, WANG Ying, KE Neng, ZHANG Yi-xin (Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**ABSTRACT:** This paper aimed to study the effect of irregular ink dot (non-bilevel halftone image) on the spectral reflections, in order to provide a new angle of thought for prediction model theory. The new extended Clapper-Yule model was established by introducing the two-dimensional Gaussian function to describe the surface of irregular ink dot and discussing the effect of the irregularity of ink dot on the dot size, dot thickness and the ink transmittances. The numerical simulation of our new model showed that the irregularity of ink dot caused the physical dot gain, which increased the absorption of light by the ink and consequently decreased the ultimate spectral reflections. Using the Clapper-Yule model to predict the reflections must take the physical dot gain caused by irregular ink dot into account, and the new extended model can be applied in the color prediction and control of monochrome halftone images.

KEY WORDS: science of printing color; extended Clapper-Yule model; spectral reflections; irregular ink dot

在彩色半色调印刷品中,照明光线在半色调图像中传播的复杂性和印刷压印过程中机械压力带来的墨点扩大等原因,使得用于检测色彩复制质量的反射光谱的测量准确性难以得到保证。为了能够准确地预测半色调印品的光谱反射率,国内外各研究团队分别建立了各种包含不同物理影响因素的数学模型<sup>11-31</sup>。考虑光在纸张内部的横向散射和空气—纸

张(或墨像)界面间的多重内反射作用,1953年Yule和Clapper建立了奠基性半色调图像的Clapper-Yule光谱反射率模型<sup>[4]</sup>。随后,H.Mathieu建立了印刷在粗糙纸面上的半色调印刷品Clapper-Yule模型<sup>[5]</sup>。考虑到荧光的增白作用,半色调荧光图像的光谱反射与透射模型相继建立<sup>[6]</sup>。然而,Hersch和Emmel总结大量实验后指出,经典Clapper-Yule模型所预测得出的反射

收稿日期: 2015-03-11

作者简介:何晓敏(1990—),女,福建邵武人,江南大学硕士生,主攻印刷色彩预测模型。

**通讯作者:** 张逸新(1956—),男,江苏无锡人,江南大学教授、博导,主要研究方向为空间量子光通信、太阳能系统和印刷质量控制数学建模。

光谱普遍比实验测得的光谱要暗,根据纸张的调制传递函数理论和实验,他们认为这是由于光线在纸张中的传输存在长距离和短距离之分,为此他们引入一个长短距离分程权重因子b来修正光在印刷品内的传播,从而建立了Clapper-Yule分程模型<sup>[7]</sup>。

在上述模型<sup>18—9</sup>建立过程中,通常都假设半色调图像的墨点是厚度均匀且边缘规整的柱体,然而在实际的印品中,油墨层的厚度往往是离开墨点中心而非线性减小(非规整性)。考虑到这种现象,Hersch和Brichon等人引入厚度因子 d修正了 Clapper—Yule模型<sup>110</sup>。Mathieu和 Hersch将经典的二值性(非纸即墨)半色调假设扩展到连续(墨点边缘连续变化)半色调近似,从而建立了更完善的光谱预测新模型<sup>111</sup>。考虑到荧光纸张的光学特性,王庆娟、张逸新等建立了反映荧光纸基墨层厚度变化的 Clapper—Yule模型<sup>112</sup>。

文中在包含多重内反射效应的Clapper-Yule光谱 预测模型基础上,通过考虑墨点在承印物上的非规整 性导致油墨厚度变化引起油墨透射率变化的现象,建 立一个更准确的色彩预测新模型。

## 1 非规整墨点模型

在实际印刷中因机械作用以及油墨的流变特性,油墨在纸张上铺展并造成网点机械扩大和墨层厚度随着离墨点中心而非线性减小的墨点非规整性[ $^{13-14}$ ]。文中采用高斯函数描述墨点的非规整性,从而构成墨点表面形态与墨层厚度的函数关系。在理想的二值半色调印刷品中,油墨的网点面积率用理论网点面积率 a 描述。假设加网线数为L,则网点大小 $S_{det}$ 与网点面积率 a 和加网线数L有公式(1)的数学关系。不同加网线数对应的网点大小见图1。

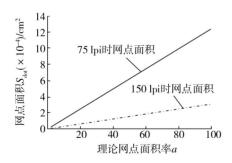


图1 理想情况下不同加网线数对应的网点面积

Fig.1 Dot sizes corresponding to different screen rulings under ideal conditions

$$S_{\text{dot}} = a(1/L)^2$$
 (1)  
那么墨点是一个半径 $r = \sqrt{S_{\text{dot}}/\pi}$ ,厚度为  $d = \sqrt{S_{\text{dot}}/\pi}$ 

 $V_0/S_{dat}$ 的圆柱体,可以用一个分段函数来表示理想的二值半色调墨点,见公式(2)。

$$f_0(x,y) = \begin{cases} d = V_0/S_{\text{dot}} & \text{if } \sqrt{x^2 + y^2} < \sqrt{S_{\text{dot}}/\pi} \\ 0 & 空白部分 \end{cases} (2)$$

考虑到表面连续变化的非规整性半色调网点,其 墨层厚度与空间位置的关系可以用二维高斯函数来 近似描述,见式(3)。

$$g_{\sigma}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$
 (3)

其中参数  $\sigma$ 取决于墨点边缘的平缓程度, $\sigma$ 越大则坡度越平缓。那么连续变化的半色调网点墨层厚度 $D_{\sigma}(x,y)$  为二值半色调墨点的固定厚度与连续半色调表面函数二者的乘积,见式(4)。

$$D_{\sigma}(x,y) = f_{0}(x,y)g_{\sigma}(x,y) =$$

$$\begin{cases} \frac{V_{0}}{S_{\text{dot}}} \frac{1}{2\pi\sigma^{2}} \exp\left(-\frac{x^{2}+y^{2}}{2\sigma^{2}}\right) & \text{if} \quad \sqrt{x^{2}+y^{2}} < \sqrt{S_{\text{dot}}/\pi} \\ 0 & \text{空白部分} \end{cases}$$
(4)

在理想二值半色调印品中,油墨的透射率 $t(\lambda)$ 是一个常数,在实地印刷处油墨的透射率可由式(5)计算得出:

$$t(\lambda) = \sqrt{\frac{R_{i} - Kr_{s}}{r_{s}r_{i}(R_{i} - Kr_{s}) + r_{s}(1 - r_{i})(1 - r_{s})}}$$
 (5)

根据朗伯比尔定律,知道墨层厚度会影响油墨的透射率,在连续变化的半色调模型中,由于墨点的边缘在发生变化,导致墨点内不同位置的墨层厚度不同,其透射率也相应改变。表面连续变化的半色调网点的透射率T(x,y)可由式(6)计算而得:

$$T(x,y) = t(\lambda)^{D_{\sigma}(x,y)}$$
 (6)

#### 2 Clapper-Yule 扩展模型

类似于Hersch和Emmel的讨论,假设有b部分光<sup>[15]</sup>从某个网点入射并从该网点出射(即短程部分),(1-b)部分的光按经典Clapper-Yule模型的扩散原理进行传播(即长程部分)。

#### 2.1 长程部分

假定扩大后的网点面积率为a',那么入射光则有a'部分达到透射率为T(x,y)的着墨区域,(1-a')部分达到纸张空白部分。由于空气-纸张界面会发生首面反射,且其反射率为 $r_*$ ,那么只有 $(1-r_*)$ 部分的光能够进入纸张。因此达到纸基部分的光衰减为 $(1-r_*)$ · [(1-a')+a' T(x,y)],这部分光在纸基处被反射向上

继续传播,且衰减因子为 $r_s$ 。向上传播的这部分光有a 部分穿过油墨层,(1-a) 部分到达无油墨区域,并且 $r_s$  部分被反射回来, $(1-r_s)$  部分光出射<sup>[16]</sup>。由此第1次出射的光量为:

$$R_{i} = (1 - r_{s}) r_{g} (1 - r_{i}) [(1 - a') + a' T(x, y)]^{2}$$
(7)

剩下的光继续向下传播,则第2次出射的光量为:

$$R_{2}=(1-r_{s}) r_{g} (1-r_{i}) [ (1-a') + a' T(x, y) ]^{2} r_{i} r_{g} \cdot [ (1-a') + a' T^{2}(x, y) ]$$
(8)

第 n 次出射的光量为:

$$R_{n}=(1-r_{s}) r_{g} (1-r_{i}) [ (1-a') + a' T(x, y) ]^{2} \{r_{i}r_{g} \cdot [ (1-a') + a' T^{2}(x, y) ]\}^{n-1}$$
(9)

利用等比数列求和公式可以得到长程部分的光谱反射率为:

$$R_{(1-b)}(\lambda) = Kr_{s} + \frac{(1-r_{s})r_{g}(1-r_{i})[(1-a') + a'T(x,y)]^{2}}{1-r_{i}r_{g}[(1-a') + a'T^{2}(x,y)]}$$
(10)

#### 2.2 短程部分

考虑到光在纸张内部传播光程的长短,短程传播的人射光从某一墨点入射并从该入射区域出射,则该部分的光入射并第1次出射的光量为:

$$R_i = (1 - r_s) r_g (1 - r_i) [(1 - a') + a' T^2(x, y)]$$
 (11)  
第2次出射的光量为:

$$R_{2}=(1-r_{s})r_{g}(1-r_{i})r_{i}r_{g}[(1-a')+a'T^{2}(x,y)T^{2}(x,y)]$$
(12)

第n次出射的光量为:

$$R_{n}=(1-r_{s})r_{g}(1-r_{i})(r_{i}r_{g})^{n-1}[(1-a')+a'T^{2}(x,y)\cdot T^{n-1}(x,y)]$$
(13)

那么短程部分的光谱反射率为

$$R_{b}(\lambda) = (1 - r_{s})(1 - r_{i}) \left[ \frac{(1 - a')r_{g}}{1 - r_{i}r_{g}} + \frac{a'r_{g}T^{2}(x, y)}{1 - r_{i}r_{g}T^{2}(x, y)} \right]$$
(14)

对于单色半色调图像,考虑墨点非规整的Clapper-Yule扩展模型见式(15)。

$$R(\lambda) = Kr_{s} + (1 - r_{s})r_{g}(1 - r_{i}) \cdot \left\{ b \left[ \frac{(1 - a')}{1 - r_{i}r_{g}} + \frac{a'T^{2}(x, y)}{1 - r_{i}r_{g}}T^{2}(x, y) \right] + (1 - b) \frac{\left[ (1 - a') + a'T(x, y) \right]^{2}}{1 - r_{i}r_{s}\left[ (1 - a') + a'T^{2}(x, y) \right]} \right\}$$
(15)

#### 3 物理网点扩大非规整效应

在理想的二值半色调情况下,圆柱体网点的半径

是 $\sqrt{S_{dot}/\pi}$ ,厚度为 $V_0/S_{dot}$ ,根据圆柱体体积公式可以很容易计算出理想情况下墨点的体积 $V_0=\pi r^2 d=S_{dot}d$ 。对于非规整体网点,由于存在物理网点扩大,所以其网点面积率为a',底面是半径为 $\sqrt{S_{dot}/\pi}$ 的圆面,利用多重积分可以计算出这种不规则体的体积,推导过程见式(16)。

$$V_{\sigma} = \iiint \varphi(x, y, D_{\sigma}(x, y)) \, \mathrm{d}V =$$

$$\int_{0}^{2\pi} \mathrm{d}\theta \int_{0}^{\sqrt{S_{\mathrm{ad}}/\pi}} \mathrm{d}r \int_{0}^{\frac{V}{2\mathrm{meS}_{\mathrm{a}}}\exp(-\frac{f^{\prime}}{2\sigma^{\prime}})} r \mathrm{d}z = \frac{V_{0}}{S_{\mathrm{dot}}} \left(1 - \exp\left(-\frac{S_{\mathrm{dot}}^{\prime}}{2\pi\sigma^{2}}\right)\right)$$
(16)

显然的,理想情况下墨点的体积和产生物理扩大后墨点的体积是相等的,即 $V_{\sigma} = V_{0}$ ,见式(17)。通过数学运算,由此可以推导出物理网点扩大后网点的面积率,见式(18)。

$$V_{\sigma} = \frac{V_0}{S_{\text{dot}}} \left( 1 - \exp\left( -\frac{S_{\text{dot}}^{'}}{2\pi\sigma^2} \right) \right) = V_0$$
 (17)

$$S'_{\text{dot}} = 2\pi\sigma^2 \ln \frac{1}{1 - S_{\text{dot}}}$$
 (18)

式中: $S'_{dot}$  为考虑物理网点扩大的非规整体网点面积大小; $S_{dot}$ 为理想状态下网点的面积大小,网点面积的大小见式(19)—(20)。

$$S'_{\text{dot}} = a'(1/L)^2 \tag{19}$$

$$S_{\text{dot}} = a(1/L)^2 \tag{20}$$

将式(19)和式(20)的网点面积大小代入式(18), 由此可以得到考虑了物理网点扩大的网点面积率和 理论网点面积率之间的关系,见式(21)。加网线数为 75 lpi时,不同情况下网点面积的大小见图 2。

$$a' = \frac{2\pi\sigma^2}{(1/L)^2} \ln \frac{1}{1 - a(1/L)^2}$$
 (21)

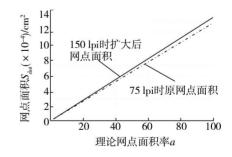


图 2 75 lpi 时网点面积的增量

Fig.2 Gain of dot size with a screen ruling of  $75~\mathrm{lpi}$ 

将式(21)和式(6)代入式(15)中,由此可计算得到考虑因墨点边非规整陷而产生的物理网点扩大时的单色半色调Clapper-Yule分程模型,见式(22)。

$$R(\lambda) = Kr_{s} + (1 - r_{s})r_{g}(1 - r_{i}) \left\{ b \left[ \frac{1 - \frac{2\pi\sigma^{2}}{(1/L)^{2}} \ln \frac{1}{1 - a(1/L)^{2}}}{1 - r_{i}r_{g}} + \frac{2\pi\sigma^{2}}{(1/L)^{2}} \ln \frac{1}{1 - a(1/L)^{2}} t(\lambda)^{2D_{\sigma}(x,y)} \right] + \frac{1}{1 - r_{i}r_{g}t(\lambda)^{2D_{\sigma}(x,y)}} \right] + \left[ \left( 1 - \frac{2\pi\sigma^{2}}{(1/L)^{2}} \ln \frac{1}{1 - a(1/L)^{2}} \right) + \frac{2\pi\sigma^{2}}{(1/L)^{2}} \ln \frac{1}{1 - a(1/L)^{2}} t(\lambda)^{2D_{\sigma}(x,y)} \right]^{2} - \frac{1}{1 - r_{i}r_{g}} \left[ \left( 1 - \frac{2\pi\sigma^{2}}{(1/L)^{2}} \ln \frac{1}{1 - a(1/L)^{2}} \right) + \frac{2\pi\sigma^{2}}{(1/L)^{2}} \ln \frac{1}{1 - a(1/L)^{2}} t(\lambda)^{2D_{\sigma}(x,y)} \right] \right\}$$

$$(22)$$

### 4 数值模拟

由于油墨的透射率是一个与墨点厚度有关的参数,见式(6)。考虑了墨点非规整情况下的墨点厚度 在前文中已有分析,式(4)是利用二维高斯函数来模拟非规整墨点的表面形态,考虑到计算的复杂度,文中将考虑墨点非规整后的墨点厚度近似为式(23)。

$$d' = d \frac{1}{2\pi\sigma^{2}} \exp\left(-\frac{S'_{\text{dot}}}{2\pi\sigma^{2}}\right) = d \frac{1}{2\pi\sigma^{2}} \exp\left(-\frac{2\pi\sigma^{2} \ln\frac{1}{1 - S'_{\text{dot}}}}{2\pi\sigma^{2}}\right) = d \frac{1}{2\pi\sigma^{2}} \exp\left(-\ln\frac{1}{1 - a(1/L)^{2}}\right)$$
(23)

其中 d 是理想的二值半色调网点的厚度,是表示墨点边缘坡度的实验参数,当坡度因为调整 0.41 时,墨点厚度随网点面积率的变化见图 3。相同网点面积率时,加网线数越大的墨点厚度越大,网点面积率越大的墨点厚度越小。

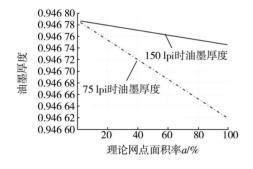


图 3 不同加网线数时墨点的厚度

Fig.3 Variation of ink thickness with different screen rulings

为了更好地研究由墨点非规整导致的物理网点扩大以及透射率的变化对模型光谱反射率的影响,通过数值模拟,计算不同加网线数时扩展模型的光谱反射率,并将其与经典Clapper-Yule模型和Clapper-Yule分程模型的预测值进行比较。从图4可知,由新模型计算出的反射率比Clapper-Yule模型低但高于Clapper-Yule模型的预测值。该结果与

Hébert和Hersch的研究结果<sup>111</sup>一致,事实上,由于墨点边缘扩散,产生的网点扩大增加了油墨对光的吸收,从而减少了从印品出射的光量。同时,加网线数为75 lpi的反射率高于加网线数为150 lpi的反射率;数值计算结果还表明,更大的坡度因子 σ将会降低半色调图像的光谱反射率值。

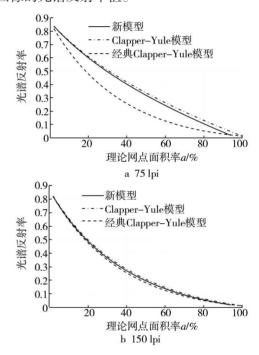


图 4 不同加网线数时不同模型间反射率的比较 Fig.4 Comparison of reflectance of different prediction models with different screen rulings

# 5 结语

文中通过讨论墨点的非规整形态对网点大小及厚度、油墨透射率的影响,采用二维高斯函数模拟墨点表面的形态,由此建立了一个Clapper-Yule扩展模型。数值计算结果表明,在单色半色调图像中,墨点的非规整性对光谱反射率有一定的影响,并且较大的坡度因子会降低光谱反射率。采用Clapper-Yule分程模型对印刷品的颜色进行预测时需考虑墨点边缘的非规整效应,文中在理论研究的基础上为检测颜色、管理色彩等领域提供了新的思路。

#### 参考文献:

- [1] ROGERS G. A Generalized Clapper-Yule Model of Halftone Reflectance[J]. Color Res Appl, 2000, 25:402—407.
- [2] 臧冬娟,张逸新,刘春林. Clapper-Yule 光谱预测模型[J]. 包装工程,2007,28(4):51—53.

  ZANG Dong-juan, ZHANG Yi-xin, LIU Chun-lin. Clapper-Yule Prediction Model[J]. Packaging Engineering, 2007, 28(4):51—53.
- [3] 王麒,张逸新. 商标印刷色彩预测 Clapper-Yule 模型[J]. 包装工程,2013,34(15):131—134.
  WANG Qi, ZHANG Yi-xin. Clapper-Yule Model for Color Prediction in Logo Printing[J]. Packaging Engineering, 2013, 34(15):131—134.
- [4] CLAPPER F R, YULE J A C. Effect of Multiple Internal Reflections on the Densities of Halftone Prints on Paper[J]. Opt Soc Am, 1953, 43:600—603.
- [5] HBERT M, HERSCH R D. Extending the Clapper-Yule Model to Rough Printing Supports[J]. Opt Soc Am, 2005, 22: 1952—1967.
- [6] HERSCH R D. Spectral Prediction Model for Color Prints on Paper with Fluorescent Additives[J]. Appl Opt, 2008, 47: 6711—6722.
- [7] HERSCH R D, EMMEL P, COLLAUD F. Spectral Reflection and Dot Surface Prediction Models for Color Halftone Prints[J]. Electron Imaging, 2005, 14:033001.
- [8] 杜艳君,张逸新. 经典色彩呈色模型[J]. 包装工程,2006,27 (2):99—101.

  DU Yan-jun, ZHANG Yi-xin. The Classical Prediction Model of Color Halftone Prints[J]. Packaging Engineering, 2006, 27 (2):99—101.
- [9] 田东文,张逸新,王庆娟. 双面半色调图像的光谱反射率色彩精确预测模型[J]. 光子学报,2010,39(11):1982—1987. TIAN Dong-wen, ZHANG Yi-xin, WANG Qing-juan. Color Precise Prediction Model of Spectral Reflectance for Recto-verso Halftone Images[J]. Acta Photonica Sinica, 2010, 39 (11):1982—1987.

- [10] HERSCH R D, BRICHON M, BUGNON T, et al. Riepenhoff, Deducing Ink Thickness Variations by a Spectral Prediction Model[J]. Color Res Appl, 2009(34):432—442.
- [11] HBERT M, HERSCH R D. Analyzing Halftone Dot Blurring by Extended Spectral Prediction Models[J]. J Opt Soc Am A, 2010, 27:6—12.
- [12] 王庆娟,张逸新,等. 基于荧光基 Clapper-Yule 光谱模型的 墨层厚度变化预测[J]. 包装工程,2011,32(5):90—93. WANG Qing-juan, ZHANG Yi-xin, et al. Prediction of Ink Thickness Variation Based on Fluorescent Clapper-Yule Spectral Model[J]. Packaging Engineering, 2011, 32(5):90—93.
- [13] 王琪,周小凡. 基于网点结构形态的印刷色彩再现研究[J]. 包装工程,2012,33(23):109—113. WANG Qi, ZHOU Xiao-fan. Research of Printing Color Reproduction Based on Dot Structure Form[J]. Packaging Engineering,2012,33(23):109—113.
- [14] 梁金星,李聪,陈聪梅,等. 基于颜色分割的印版网点面积率测量方法[J]. 包装学报,2015,7(1):61—65.

  LIANG Jin-xing, LI Chong, CHEN Chong-mei, et al. Dot Area Coverage Percentage Measurement Method for Plate Based on Color Segmentation[J]. Packaging Journal, 2015, 7 (1):61—65.
- [15] 徐咏驰,周世生,徐锦林. 分程 Clapper-Yule 模型中分程系数与波长的关系[J]. 机械科学与技术,2014,33(5):677—681.

  XU Yong-chi, ZHOU Shi-sheng, XU Jin-lin. The Relation-
  - XU Yong-chi, ZHOU Shi-sheng, XU Jin-lin. The Relation-ship between the Propagation Distance Coefficient and the Wavelength in the Long and Short Distance Clapper-Yule Model[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2014, 33(5):677—681.
- [16] 孟婕. 印刷中颜色预测模型的研究[D]. 武汉:武汉大学, 2005
  - MENG Jie. Prediction Model of Printing Color[D]. Wuhan: Wuhan University, 2005.

# (上接第120页)

WANG Yue. The Development of Rubber Material in Paper Feeding[J]. World Rubber industry, 2006, 33(12):24—28.

- [13] 王冰,王兆伍. 纸张在弹性胶辊夹持下接触区域的数值分析[J]. 包装工程,2012,33(9):13—17.
  WANG Bing, WANG Zhao-wu. Numerical Analysis of Paper Nipped in Rubber Rollers[J]. Packaging Engineering, 2012, 33(9):13—17.
- [14] 李航,袁英才,张阳. 裱纸机压合部纸张受力分析及辊子分布的优化设计[J]. 包装工程,2007,28(12):74—76.
  LI Hang, YUAN Ying-cai, ZHANG Yang. Force Analysis of

- Pressing Part Paper Laminator and Optimum Design of Roller [J]. Packaging Engineering, 2007, 28(12):74—76.
- [15] TIMOSHENKO S P, GOODIER N.Theory of Elasticity[M]. 北京:清华大学出版社,2004.

  TIMOSHENKO S P, N. Goodier N.Theory of Elasticity[M].
  Beijing: Tsinghua University Press,2004.
- [16] 宋钊. 纸板厚度方向的力学模型建立[J]. 包装工程,2014,35(3):52—55.
  - SONG Zhao. Establishment of Mechanical Model in the Thickness Direction of Paperboard Materials[J]. Packaging Engineering, 2014, 35(3):52—55.