印刷机偏心滚子轴承接触应力与变形仿真分析

章佳丽[1]，武吉梅[2]，高波[2]，武秋敏[2]
（1. 上海印刷出版高等专科学校，上海 200433；2. 西安理工大学，西安 710048）

摘要：目的 对偏心轴承接触应力与滚子静、动态变形进行研究，得到接触应力与变形和结构与工况因素的关系。**方法** 在Hertz线接触与弹流润滑理论下，建立滚子接触应力模型及静、动态滚子间接触变形的关系模型，利用有限元软件Ansys仿真计算。建立静、动（润滑与转速）态下滚子变形之间的关系公式，分析印刷机偏心双列圆柱滚子轴承的接触应力与变形及相互关系。**结果** 滚子与内外套圈的接触应力均随径向载荷的增大而增大，滚子与内套圈的接触应力大于滚子与外套圈的接触应力；滚子的总接触变形量与径向载荷呈正比关系，滚子的内外接触应力与滚子的总接触变形量也呈正比关系；滚子的边缘出现应力集中，须用设计凸度的方法降低，从而更好地提高偏心轴承的整体性能。**结论** 根据接触应力与变形的关系，可为偏心轴承的设计与优化提供理论依据。

关键词： 偏心双列圆柱滚子轴承；接触；变形；有限元
中图分类号： TB486+.01　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 1001-3563（2015）19-0097-06

Simulation Analysis of Contact Stress and Deformation for the Eccentric Roller Bearing in Printing Press

ZHANG Jia-li[1], *WU Ji-mei*[2], *GAO Bo*[2], *WU Qiu-min*[2]
（1. Shanghai Press and Printing College, Shanghai 200433, China;
2. Xi′ an University of Technology, Xi′ an 710048, China）

ABSTRACT: The contact stress of the eccentric roller bearing as well as static and dynamic deformation of the roller was studied, in order to obtain the relationship between the contact stress/deformation and structure/working condition factors. Based on the theories of Hertz elastic deformation and lubrication, the relationship model of the contacting stress and the static and dynamic contacting deformation of the roller was built. And then the finite element software Ansys was used for simulation and calculation. The relationship equation of the roller deformation under static and dynamic (lubrication and rotation speed) conditions was established, and the contact stress and deformation of the eccentric double-row cylindrical roller bearing of the printer as well as the relationship between them were analyzed. It was shown that the contact stress between the roller and the inner and outer rings increased along with the increase of radial load, and the contact stress between the inner ring and the roller was greater than that between the outer ring and the roller. The total contact deformation of the roller was in proportion to radial load, and the internal and external contact stress of the roller was in proportion to the total contact deformation of the roller. The stress concentration appeared at the edge of the roller, and it should be reduced by convexity design, in order to better improve the overall performance of the eccentric bearing. The relationship between the contact stress and the deformation provides theoretical basis for the design and optimization of eccentric bearing.

KEY WORDS: eccentric double-row cylindrical roller bearing; contact; deformation; finite element

收稿日期： 2015-01-20
基金项目： 国家自然科学基金（11272253，11202159）；陕西省自然科学基金（2014JM7290）；陕西省重点实验室资助项目（13JS801）
作者简介： 章佳丽（1964—），女，安徽人，上海印刷出版高等专科学校讲师，主要研究方向为印刷机械结构设计及动态仿真分析。

偏心轴承是一种应用极其广泛的转动机械支撑，广泛地应用于印刷机、减速机、石油化工、纺织、冶金、矿山、钢厂等轻重机械等领域。其滚子的接触应力与变形也是现今印刷行业研究的热点问题，合理承载能力的偏心轴承，不仅可以提高印刷机寿命，还可以很好地优化转速、刚度等其他特性[1—2]，直接影响着印刷机的工作性能与印品质量。

李伟建[3]等利用Ansys分析了3种不同结构滚子的接触变形和承载能力等特性，并将仿真结果进行对比 。魏延刚[4]等人利用有限元法，研究预负荷、空心度和过盈量对圆柱滚子轴承接触应力与等效应力的影响分布。蒋立冬[5]等利用有限元法研究了高速重载滚动轴承的三维整体接触应力与变形分析，并编制了参数化程序。冯宪章[6]等利用有限元法建立了轴承座二维受力模型，得到轴承内部摩擦力及对滚动体接触反力对轴承座静态特性的影响分布。Murthy等[7]将Hertz理论与当量弹性模量合并，研究空心滚子接触问题并得到相应的结论，同时，也突出了有限元数值法计算轴承接触问题的重要性[8]。通常对轴承接触问题主要都是针对接触应力，这里对偏心轴承接触应力与滚子静、动态变形进行分析，编制接触仿真流程图，并利用有限元软件Ansys进行仿真计算，得到接触应力与变形和结构与工况因素的关系。

1 接触应力分析

接触应力对偏心轴承的接触疲劳和磨损有重要的影响，在很大程度上决定着偏心轴承的寿命及其他特性[9—10]。滚子与内外套圈的接触线在没有载荷作用下是一条直线或曲线，随载荷的作用接触线扩展为接触半径为$2b$、长度为外圈长度l_e的矩形接触面，见图1。

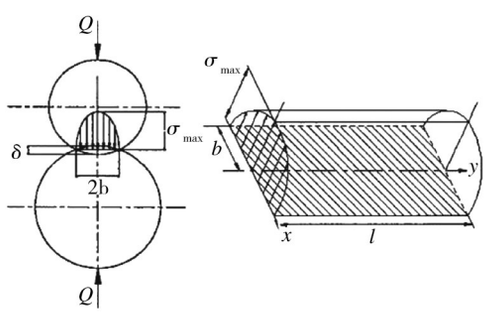


图1 滚子接触变形示意

Fig.1 The contact deformation of roller

接触半宽度b的表达式为：

$$b = \left(\frac{8Q}{\pi E l_e \sum \rho}\right)^{0.5} \tag{1}$$

式中：Q为接触载荷；E为当量弹性模量；$\sum \rho$为偏心轴承主曲率和；l_e为滚子有效长度。

在矩形接触区域，内滚子与套圈的接触应力按半椭圆柱体分布，接触区域内任一点的接触应力σ表达式为：

$$\sigma = \frac{2Q}{\pi l_e b}\sqrt{1-\left(\frac{x}{b}\right)^2} \tag{2}$$

由式(2)得最大接触应力应发生在接触的中心线上(x=0)，并有公式：

$$\sigma_{\max} = \frac{2Q}{\pi l_e b} \tag{3}$$

同时，接触应力会受到偏心轴承公转和滚子自转及偏心轴承元件在接触面上的差动滑动所引起的切向应力的影响，还受到滚子或套圈接触表面由于安装划痕和碰撞沟槽带来的“边缘应力”的影响。

2 接触变形分析

2.1 滚子变形分析

偏心轴承受载时滚子会发生变形，在刚性套圈控制理论[11]下可知，滚子接触变形有2部分：滚子与内套圈的变形δ_i，滚子与外套圈的变形δ_e，见图2。滚子接触法向总变形量为δ，并有：

$$\delta = \delta_e + \delta_i \tag{4}$$

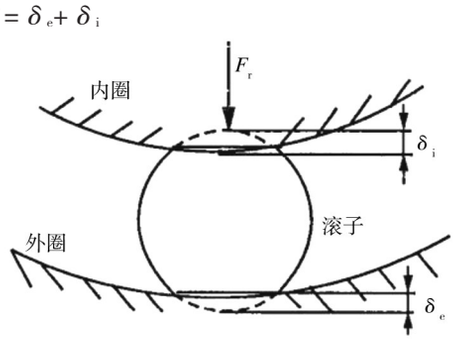


图2 滚子接触变形

Fig.2 The contact deformation of roller

对于钢制滚子变形的表达式为：

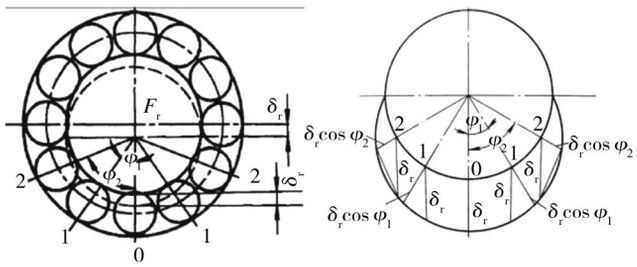
$$\delta = K_l Q^{0.9} \tag{5}$$

$$K_l = 3.84 \times 10^{-5}\left(\frac{1}{l_{ie}^{0.8}} + \frac{1}{l_{ee}^{0.8}}\right) \tag{6}$$

式中：K_l为载荷变形系数；l_{ie}为滚子与轴承内圈接触线长度；l_{ee}为滚子与轴承外圈接触线长度。

2.2 偏心轴承静变形分析

偏心轴承在印刷滚筒作用下的变形与位移见图3。



a 变形　　b 位移

图3　变形与位移示意

Fig.3 The deformation and the radial displacement

内圈会相对于外圈有位移 δ_r,内圈滚道与滚子的接触点也都径向移动了 δ_r距离,同时,偏心轴承还存在径向游隙为u_r,见图3a。在静态下忽略润滑和离心力的影响,距偏心轴承径向中心线φ_j 处滚子的变形与套圈相对位移 δ_r的关系可以组成了直角三角形(图3b)。在径向中心线处有:

$$\delta_r = \delta_{max} + u_r/2 \tag{7}$$

其他位置角处滚子变形量与中心线处滚子变形量有:

$$\delta_j = (\delta_{max} + \frac{u_r}{2})\cos\varphi_j - \frac{u_r}{2} \tag{8}$$

式中:δ_{max}为滚子的最大变形量;j为滚子序号;φ_j 为第j个滚子中心与最大受载滚子之间的夹角,$\varphi = \frac{360°}{Z}$;$\varphi_j = j \times \frac{360°}{Z}$,Z为滚子个数。

2.3　偏心轴承动变形分析

偏心轴承在工作时的变形分析要考虑载荷(径向载荷、离心力)对轴承元件弹性变形的影响,同时,滚子与套圈间的润滑油膜也会对接触变形量有所影响[12—13]。分析偏心轴承动态下滚子的变形,应先计算出动态游隙和油膜厚度,再代入静变形公式分析。

1)离心力影响。偏心轴承工作时,内圈和滚子转动产生的离心力作用在外圈的表面上,产生弹性变形$\delta'_{F_e e}$ [14]。

$$\delta'_{F_e e} = \frac{F_c \omega_m r_1 (1+v)}{E(r_2 - r_1)}[(1-2v)r_1^2 + r_2^2] \tag{9}$$

式中:r_1,r_2分别为外圈内、外半径;F_c为离心力;ω_m为偏心轴承公转速度;v为平均速度;E为当量弹性模量。

2)径向载荷影响。径向载荷会对内外套圈的钢制弹性材料产生一定的变形$\delta'_{F_i i}$ 和$\delta'_{F_e e}$ [14]。对于内圈的变形$\delta'_{F_i i}$:

$$\delta'_{F_i i} = 28 \times 10^{-6} \frac{F_r}{Zl}\lg\left(\frac{6.3 \times 10^6 D_b l_e}{F_r}\right) \tag{10}$$

式中:F_r为径向载荷。

对外圈的变形$\delta'_{F_e e}$:

$$\delta'_{F_e e} = 28 \times 10^{-6} \frac{F_r}{Zl}\lg\left(\frac{9.1 \times 10^6 D_b l_e}{F_r}\right) \tag{11}$$

动态游隙u'_r 表达式为:

$$u'_r = u_r + (\delta'_{F_e e} + \delta'_{F_e e} + \delta'_{F_i i}) \tag{12}$$

滚子j的油膜厚度h_j为:

$$h_j = 3.533 \times 10^{-3} \alpha^{0.54}(\eta_0 v^{0.7}) R^{0.43} l_e^{0.35} E^{-0.03} Q^{-0.13} \tag{13}$$

式中:α为润滑剂粘压系数;η_0为油膜黏度。

联立式(8)—(12)得滚子动态下变形关系式:

$$\delta_j = (\delta_{max} + \frac{u'_r}{2})\cos\varphi_j - \frac{u'_r}{2} - h_j \tag{14}$$

3　偏心轴承Ansys仿真分析

为了分析偏心轴承接触应力与变形的分布情况,同时摆脱Hertz经典计算的局限性,根据偏心轴承滚子的接触相似特性,这里只取偏心轴承径向中心线处的滚子为研究对象,以降低计算量。接触仿真计算流程见图4[15]。

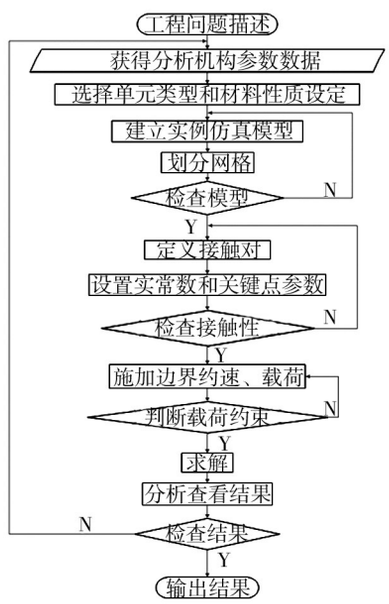


图4　Ansys接触仿真计算流程

Fig.4 The calculation flow chart of contact simulation using Ansys

3.1　接触仿真设置

偏心轴承具体参数为:外圈滚道直径D_e=141 mm,内圈滚道为D_i=133 mm,滚动体直径D_b=4 mm,滚子个数Z=100个,游隙U_r=0.05 mm,单滚动体长度l=20

mm；滚子与内外套圈的材料为钢材，其弹性模量 $E=2.07\times10^5$ MPa，泊松比为 $v=0.3$。

建立单滚子模型，再建立1/4滚子模型。

采用自由划分网格方式，为了得到精确计算结果，必须得到质量更好的网格，调节SmartSizing网格粗细，并在接触部位将网格局部细化，再进行网格优化得到有限元模型，见图5。

采用面-面接触类型，使用的接触单元为Targe170和Conta174。接触对设置滚子表面为接触面，内、外套圈表面为目标面，同时调节迭代次数为实常数。

滚动轴承工作时，可以是外圈固定、内圈转动，也可以是内圈固定、外圈转动。由于轴承所受的轴向载荷较小，主要考虑径向载荷对轴承内外圈的影响。当轴承工作的某一瞬间，滚动体处于相应的位置，径向载荷通过轴颈作用于内圈，其中的半圈滚动体不会受力，而另一半圈的滚动体将此载荷传到外圈上。不同位置接触点处的变形量不同，反映了在各接触点上的接触载荷不同。在静止条件下模拟偏心轴承实际运动情况（内圈转动、外圈静止），必须对上述建立的不完全模型施加适当的载荷与约束。

1）约束。外圈静止，因而外圈表面 x,y,z 方向全约束；内圈转动但不能轴向移动，约束其 z 方向；在柱坐标下，约束滚子与内外套圈接触线上的所有节点的 x 轴（径向）与 z 轴（轴向）位移，模拟保持架的作用；考虑到模型的规模不宜过大，将轴承沿截面分开，对模型剖面处施加对称约束。

2）载荷。根据印刷的实际工况，对偏心轴承内圈上表面施加面载荷，仿真印刷滚筒的压力，其径向载荷取30～70 kN，见图6。

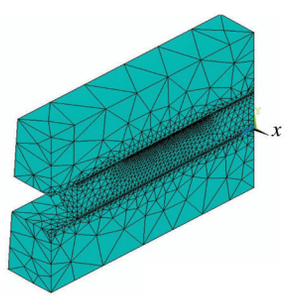


图5 滚子模型网格

Fig.5 The grid of roller model

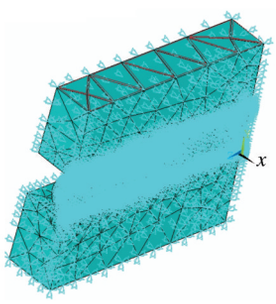


图6 滚子约束模型

Fig.6 The model of roller restraint

3.2 特性结果分析

用Ansys有限元软件仿真出在不同条件下滚子接触应力与变形量的变化规律。其中，二维坐标图是导出Ansys计算数据，再用MATLAB编写而得。

滚子接触应力模型见图7，滚子轴向应力分布见图8。

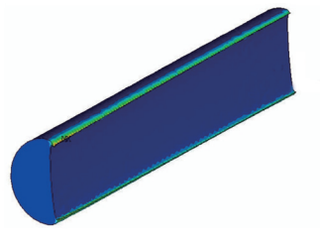


图7 滚子接触应力模型

Fig.7 The contact stress model of roller

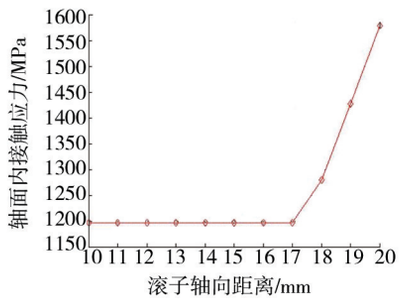


图8 滚子轴向应力分布

Fig.8 The distribution of axially stress of roller

由图7—8可以得到，在受到印刷滚筒压力时，滚子与内、外套圈在接触部位周边很小的一部分存在接触应力，其余部分没有。从主视角度看，接触应力在中心处最大，再由中心线轴线向一侧递减。从右视角度看，滚子接触应力上端最大，并向下渗透小部分区域。滚子边缘处应力大于接触线上其余位置的应力，这是由于滚子端部接触的滚道部分压缩滚子端部以外的滚道而受到张力的作用，使接触端部的应力高于接触中部的应力。

在滚筒压力作用下偏心轴承滚子与内外套圈发生接触而变形，同时，偏心轴承内圈相对于外圈有一个下沉量，压力越大滚子变形与套圈间的相对位移量越大，见图9。

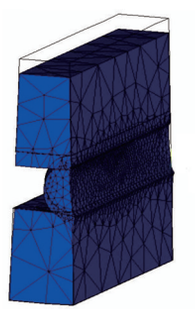
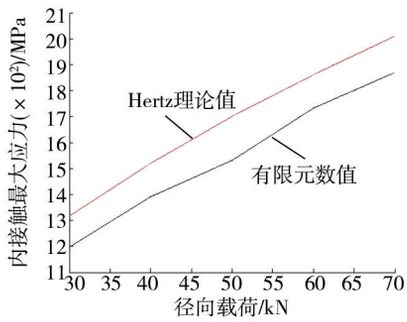


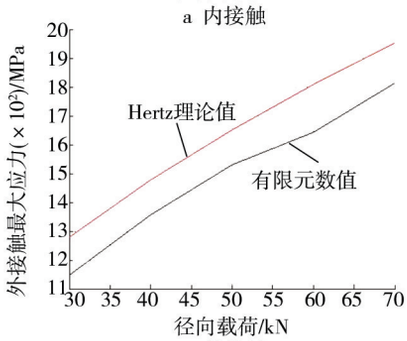
图9 滚子接触变形

Fig.9 The contact deformation of roller

径向载荷与内接触最大应力及径向载荷与外接触最大应力之间的关系见图10,可以得到,对于相同滚子,利用Ansys有限元数值分析软件计算的接触应力值小于Hertz公式计算的接触应力值。不同的单元网格划分有不同的精度,两者的区别有所不同;滚子与内、外套圈的接触应力在径向载荷变化下有相同的分布规律,都随其值的增大而增大;滚子与内套圈的接触应力大于滚子与外套圈的接触应力,这是由于滚子与内、外套圈接触的曲率半径,以及在不同转速下滚子的内、外接触载荷的不同所致。



a 内接触



b 外接触

图10　径向载荷与内、外接触最大应力关系

Fig.10 Relationship between radial load and the maximum inner and outer contact stress

径向载荷与总接触变形量的关系见图11,可以得到:Ansys有限元计算出的滚子总接触变形小于Hertz理论计算出的滚子总接触变形,并且,不同的单元精度下两者的值不同;滚子的总接触变形量随径向载荷的变化而变化并正相关,随其增大而增大。

由径向游隙与内接触最大应力的关系及径向游隙与总接触变形量关系可知,滚子的内接触应力与滚子的总接触变形量随径向游隙的变化而变化并正相关,随其增大而增大,这是由于径向游隙的变化改变了滚子的接触载荷,从而影响接触应力大小。

由转速与外接触最大应力关系及转速与总接触变形量关系可知,滚子的外接触应力与滚子的总接触变形量随转速的变化而变化并正相关,随其增大而增大。这是由于转速使得滚子产生离心力改变了滚子与套圈的接触载荷所致。

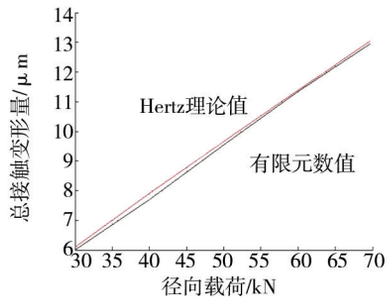


图11　径向载荷与总接触变形量关系

Fig.11 Relationship between the radial load and the total contact deformation

4　结语

1)滚子与内、外套圈的接触应力均随径向载荷的增大而增大,滚子与内套圈的接触应力大于滚子与外套圈的接触应力。

2)滚子的总接触变形量与径向载荷正相关,滚子的内、外接触应力与滚子的总接触变形量也正相关。

3)滚子的边缘出现应力集中现象,必须用设计凸度的方法减低,从而更好地提高偏心轴承的整体性能。

参考文献:

[1] BHATEJA C P, BOWEN W L. The Hollow Roller Bearing[J]. Journal of Lubrication Technology, Transaction of ASME, 1980, 102(4): 222—234.

[2] PIKOVOKII V A. Study of the Working Capacity of High Velocity Radial Bearing with Hollow Rollers[J]. Strength of Materials, 1982(10): 1178—1185.

[3] 李伟建,潘存云,王荣吉. 3种滚子接触的有限元分析[J]. 中国铁道科学, 2009(3): 109—114.
LI Wei-jian, PAN Cun-yun, WANG Rong-ji. Finite Element Analysis of Three Types of Roller Contact[J]. China Railway Science, 2009(3): 109—114.

[4] 魏延刚,魏云玲. 预负荷与无预负荷空心圆柱滚子轴承应力比较与研究[J]. 机械设计, 2009(3): 23—26.
WEI Yan-gang, WEI Yun-ling. Research on Stress Comparison of Bearings of Hollowed Cylindrical Rollers with or without Pre-loading[J]. Journal of Machine Design, 2009(3): 23—26.

[5] 蒋立冬,应丽霞. 高速重载滚动轴承接触应力和变形的有限元分析[J]. 机械设计与制造, 2008(10): 62—64.
JIANG Li-dong, YING Li-xia. Contact Stress and Deformation Analysis of High-speed and Heavy- duty Rolling Bearing

by FEM[J]. Machinery Design & Manufacture, 2008(10): 62—64.

[6] 魏延刚. 圆柱滚子轴承滚动体新的修形曲线[J]. 机械设计与制造,2003(2):81—83.
WEI Yan-gang. A New Crowned Roller of Cylindrical Roller Bearings[J]. Machinery Design & Manufacture,2003(2):81—83.

[7] MURTHYCSC, RAO A R. Mechanics and Behaviour of Hollow Cylindrical Members in Rolling Contact[J]. Wear, 1983, 87:287—296.

[8] WU Ji-mei, LEI Wen-jiao. Transverse Vibration Characteristics and Stabilization of a Moving Membrane with Elastic Supports[J]. Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control,2014,33(1):65—77.

[9] WU Ji-mei, WANG Zhong-min, WU Qiu-min, et al. Transverse Vibration Characteristics of a Paper Web with Multi-Roller Supports[J]. Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control,2009,28(2):133—144.

[10] 李忠杰,王树宗,练用庆. 发动机圆柱滚子轴承载荷分析及刚度计算[J]. 轴承,2007(1):1—3.
LI Zhong-jie, WANG Shu-zong, LIAN Yong-qing. Load Analysis and Rigidity Calculation of Cylindrical Roller Bearings[J].Roller,2007(1):1—3.

[11] 刘静,邵毅敏. 基于非理想Hertz线接触特性的圆柱滚子轴承局部故障动力学建模[J]. 机械工程学报,2013,50(1):91—97.
LIU Jing,SHAO Yi-min. Dynamic Modeling on Localized Defect of Cylindrical Roller Bearing Based on Non-Hertz Line Contact Characteristics[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013,50(1):91—97.

[12] 岳进,王自勤. 凸轮滚子轴承疲劳寿命及滚子接触应力计算[J]. 制造业自动化,2014,36(9):71—74.
YUE Jin, WANG Zi-qin. The Calculation of Roller Fatigue Life and Contact Stress of Cam Roller Bearing[J]. Manufacturing Automation,2014,36(9):71—74.

[13] 毛文武,邬国军. 基于SolidWorks的滚动轴承三维参数化图库开发[J]. 包装工程,2008,29(12):143—145.
MAO Wen-wu,WU Guo-jun. Development of 3D-Parameterized Drawing Library of Rolling Bearings Based on SolidWorks [J]. Packing Engineering,2008,29(12):143—145.

[14] 杨金华. 食品包装机中组合机构的优化设计[J]. 机械设计与制造,2005(12):172—174.
YANG Jin-hua. Optimization Design of The Combined Mechanism in Fodd Packages[J]. Machinery Design and Manufacture,2005(12):172—174.

[15] 马成习. 基于Pro/E的包机槽轮机构建模及运动仿真[J]. 包装工程,2008,29(2):36—37.
MA Cheng-xi. Charter Flight Slot Wheel Mechanism Modeling and Movement Simulation Based on Pro/E[J]. Packing Engineering,2008,29(2):36—37.

(上接第44页)

ods for Rated Capacity Design of Hopper in Ton Bag Packing Machine[J]. Packaging Engineering,2014,35(7):95—100.

[14] GB 50077—2003钢筋混凝土筒仓设计规范[S].
GB 50077—2003 Reinforced Concrete Silo Design Specifications[S].

[15] 原方,张松松. 大直径浅圆仓偏心卸料的颗粒流模拟[C]// 河南省力学学会. 力学与工程应用(第13卷). 2010:69—73.
YUAN Fang, ZHANG Song-song.Large-diameter Eccentric Unloading Squat Silos Particle Flow Simulation[C]// Mechanics Institute of Henan Province. Mechanics and Engineering Applications (Vol 13),2010:69—73.

[16] 田晓红,李光涛. 粮食孔隙率测定方法探讨[J]. 粮食加工,2009,34(5):35—37.
TIAN Xiao-hong, LI Guang-tao. The Method of Measuring the Porosity of Grain[J]. Food Processing, 2009, 34(5): 35—37.

[17] 苏俊明,李振亮,李亚,等. 称重式包装机系统延时和空中料柱的预测补偿方法[J] 包装工程. 2014,35(13):85—92.
SU Jun-ming, LI Zhen-liang, LI Ya, et al. Predictive Compensation Method of System Delay and Materials Stayed in the Air of Weighing Packaging Machine [J]. Packaging Engineering,2014,35(13):85—92.

[18] YU Y W, SAXEN H. Discrete Element Method Simulation of Properties of a 3D Conical Hopper with Mono-sized Spheres [J]. Advanced Powder Technology,2011(22):324—331.