

# 考虑易损件的斜支承包装系统振动特性的研究

许佩霞

(江南大学, 无锡 214122)

**摘要:** 以考虑易损件的斜支承包装系统为研究对象, 建立了系统无量纲非线性动力学方程, 利用龙格-库塔法对易损件振动响应特性进行了数值分析。讨论了系统支承角、系统频率比以及系统质量比等对易损件加速度及位移响应的影响规律。研究结果表明: 系统支撑角、系统频率比等对易损件加速度及位移响应影响显著; 随系统支承角的减小, 易损件加速度及位移响应幅值减小; 增加系统频率比可使易损件加速度及位移响应幅值明显降低; 低频率比条件下, 增大质量比可抑制易损件加速度及位移响应幅值。研究结论可为斜支撑减振系统的设计提供理论依据。

**关键词:** 易损件; 斜支承系统; 非线性; 振动特性

中图分类号: TB485.1; TB487 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2011)19-0005-03

## Study of Vibration Characteristics of Tilted Support Packaging System Considering Vulnerable Parts

XU Pei-xia

(Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** The nonlinear dimensionless dynamical equations of tilted support packaging system considering vulnerable part were established, and the numerical analysis of vibration response of vulnerable part was carried out using Runge-Kutta method. The effects of the angle of the tilted support, the frequency ratio and mass ratio of the system on the response of acceleration and displacement were discussed. It was shown that the effects of the angle of tilted support and the frequency ratio of the system are particularly noticeable; increasing frequency ratio of the system can obviously decrease the maximum response acceleration and displacement of vulnerable parts; the peak of vibration response of vulnerable parts can decreased at low frequency ratio by increasing mass ratio. The purpose was to provide academic foundation for design of shock absorber with tilted support.

**Key words:** vulnerable parts; tilted support system; nonlinear; vibration characteristic

产品流通过程中的振动和冲击是导致其损坏的2个主要的动力学因素, 系统振动与冲击特性分析对产品的保护意义重大。针对缓冲材料自身非线性的包装系统振动与冲击特性的研究已比较成熟<sup>[1-4]</sup>, 由于结构变化而引起的几何非线性系统振动特性分析尚需进一步的研究。

斜支承系统是一种典型的几何非线性系统, 减振效果优于线性系统<sup>[5]</sup>, 已成功应用于汽车工业中发动机的减振保护<sup>[6]</sup>, 20世纪60年代开始用于产品运输过程中对低脆值精密设备的减振保护, 包括圆柱状产品的运输过程。文献[6-8]以斜支承弹簧系统为研

究对象, 在系统非线性振动方程的基础上, 讨论了系统的竖向非线性自振问题; 文献[9]建立了斜支承系统在矩形脉冲激励下的非线性动力学方程, 探讨了系统的冲击特性。现有斜支承系统的研究主要是针对系统几何的非线性, 探讨了自振特性、冲击特性及其影响因素, 而对考虑易损件的斜支承系统的研究未见报道。

笔者以考虑易损件的斜支承系统为研究对象, 建立系统无量纲非线性自由振动动力学方程。在数值分析的基础上, 研究易损件无量纲加速度及位移响应的变化规律, 探讨系统支承角、系统频率比、系统质量

收稿日期: 2011-07-08

作者简介: 许佩霞(1965—), 女, 江苏人, 工学硕士, 江南大学讲师, 主要从事工程力学、有限元模态分析的教学与研究。

比等对易损件振动响应的影响规律。

## 1 系统动力学方程及无量纲化

考虑易损件的斜支承系统见图 1, 易损件及主体

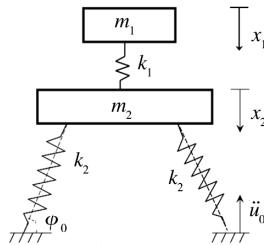


图 1 斜支承系统的力学模型

Fig. 1 The mechanical model of tilted support system

质量分别为  $m_1, m_2$ ; 易损件与主体连接刚度为  $k_1$ ; 系统斜支承弹簧刚度为  $k_2$ , 原长  $l_0$ ; 设弹簧未变形时的支承角为  $\varphi_0$ 。

取系统静平衡位置为坐标原点, 竖直向下为正方向, 垂直方向自振近似动力学方程为:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = k_1(x_2 - x_1) \\ m_2 \ddot{x}_2 = -2k_2(a_0 x_2 + \frac{b_0}{l_0} x_2^2 + \frac{c_0}{l_0^2} x_2^3) - k_1(x_2 - x_1) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $a_0 = \sin^2 \varphi_0$ ,  $b_0 = -\frac{3}{2} \sin \varphi_0 \cos^2 \varphi_0$ ,  $c_0 = \frac{1}{2}(1 - 6 \sin^2 \varphi_0 + 5 \sin^4 \varphi_0)$ 。

引入无量纲参数:

$$\begin{cases} y_1 = (x_2 - x_1)/l_0 \\ y_2 = x_2/l_0 \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $y_1$  为易损件相对主体无量纲位移;  $y_2$  为主体无量纲位移。  $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{\frac{2k_2}{m_2}}$  为系统频率参数,  $T = \frac{1}{\omega_2}$  为周期参数,  $\tau = \frac{t}{T}$  为无量纲时间,  $\lambda_1 = \frac{\omega_1}{\omega_2}$  为系统频率比,  $\lambda_2 = \frac{m_1}{m_2}$  为系统质量比。系统垂直方向自由振动无量纲动力学方程为:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y_1}{d\tau^2} + (a_0 y_2 + b_0 y_2^2 + c_0 y_2^3) + \lambda_1^2 \lambda_2 y_1 + \lambda_1^2 y_1 = 0 \\ \frac{d^2 y_2}{d\tau^2} + (a_0 y_2 + b_0 y_2^2 + c_0 y_2^3) + \lambda_1^2 \lambda_2 y_1 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

方程的解与系统支撑角(表现为几何非线性)、质

量比以及频率比等因素有关。

## 2 易损件无量纲加速度响应

由系统无量纲动力学方程结合式(2), 推导得易损件及主体无量纲加速度为:

$$\begin{cases} x_1'' = \frac{d^2 x_1}{l_0 d\tau^2} = \lambda_1^2 y_1 \\ x_2'' = \frac{d^2 x_2}{l_0 d\tau^2} = -(a_0 y_2 + b_0 y_2^2 + c_0 y_2^3) - \lambda_1^2 \lambda_2 y_1 \end{cases} \quad (4)$$

利用龙格-库塔法求解无量纲冲击动力学方程(3)。初始条件:  $t=0$  时, 当易损件及主体无量纲位移  $\frac{x_1}{l_0} = a$ ,  $\frac{x_2}{l_0} = b$ , 根据式(2), 求解方程(3)的初始条件变为:  $\tau=0$ ,  $y_1=b-a$ ,  $y_2=b$ 。

系统频率比  $\lambda_1=5$ , 系统质量比  $\lambda_2=0.01$ ,  $a=b=0.1$  时, 易损件无量纲加速度随支承角( $\varphi_0=60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ )的变化见图 2a;  $\varphi_0=60^\circ$ ,  $\lambda_2=0.01$  时, 易损件无量纲加速度随频率比( $\lambda_1=10, 5, 1$ )的变化见图 2b; 当  $\varphi_0=60^\circ$ ,  $\lambda_1=5$ ,  $\lambda_2=0.01$  时, 易损件无量纲加速度随主体无量纲位移( $a=b=0.05, 0.1, 0.15$ )的变化见图 2c;  $\varphi_0=60^\circ$ ,  $\lambda_1=1$  时, 易损件无量纲加速度随质量比( $\lambda_1=0.01, 0.05, 0.1$ )的变化见图 2d。

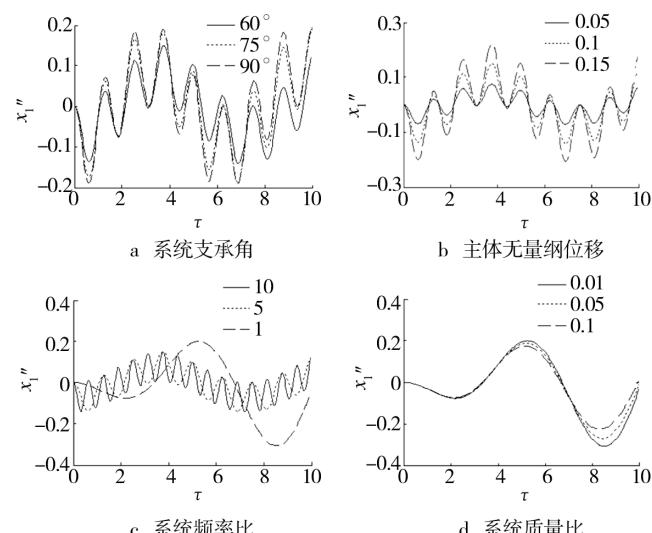


图 2 斜支撑系统各参数对易损件无量纲加速度的影响

Fig. 2 Effect of mass ratio on dimensionless acceleration

## 3 易损件无量纲位移响应

由式(2), 经分析易损件无量纲位移为:

$$X_1 = \frac{x_1}{l_0} = y_2 - y_1 \quad (5)$$

通过求解系统无量纲动力学方程,当系统频率比 $\lambda_1=5$ ,系统质量比 $\lambda_2=0.01,a=b=0.1$ 时,易损件无量纲位移随支承角( $\varphi_0=60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ )的变化见图3a;当 $\varphi_0=60^\circ,\lambda_2=0.01$ 时,易损件无量纲位移随频率比( $\lambda_1=10,5,1$ )变化见图3b;当 $\varphi_0=60^\circ,\lambda_1=5,\lambda_2=0.01$ 时,易损件无量纲位移随主体无量纲位移( $a=b=0.05,0.1,0.15$ )的变化见图3c;当 $\varphi_0=60^\circ,\lambda_1=1$ 时,易损件无量纲位移随质量比( $\lambda_1=0.01,0.05,0.1$ )的变化见图3d。

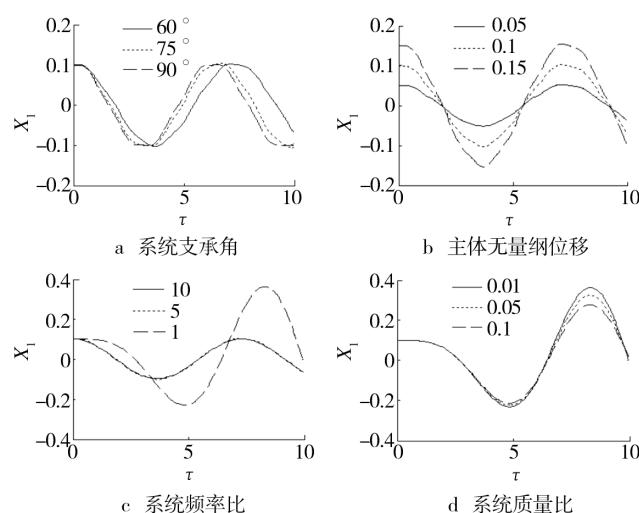


图3 斜支撑系统各参数对易损件无量纲位移的影响

Fig. 3 Effect of mass ratio on dimensionless displacement

#### 4 易损件相对主体的位移和加速度响应

由式(2)和(3),易损件相对主体无量纲加速度响应为:

$$y_1'' = \frac{d^2 y_1}{dt^2} = -(a_0 y_2 + b_0 y_2^2 + c_0 y_2^3) - \lambda_1^2 \lambda_2 y_1 - \lambda_1^2 y_1 \quad (6)$$

易损件相对主体无量纲位移响应:

$$y_1 = X_2 - X_1 \quad (7)$$

式中: $X_1,X_2$  分别为易损件及主体无量纲位移响应。当 $\lambda_1=5,\lambda_2=0.01$ 时,易损件相对主体无量纲加速度随支承角( $\varphi_0=60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ )的变化见图4;易损件相对主体无量纲位移随支承角的变化见图5。

#### 5 易损件加速度和位移响应的影响因素分析

1) 支承角的影响。由图2a和3a知,随系统支承

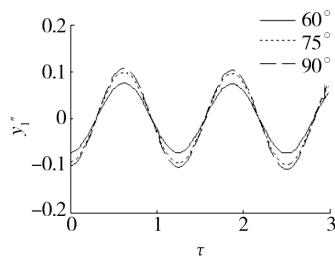


图4 系统支承角对易损件相对主体的无量纲加速度的影响

Fig. 4 Effect of tilted support angle on dimensionless acceleration of vulnerable parts relative to the main body

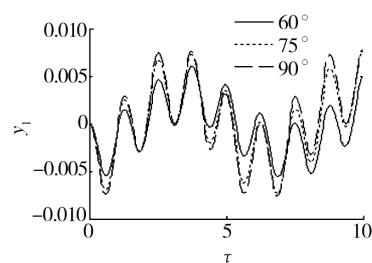


图5 系统支承角对易损件相对主体的无量纲位移的影响

Fig. 5 Effect of tilted support angle on dimensionless displacement of vulnerable parts relative to the main body  
角的减小易损件加速度响应幅值减小,位移响应幅值减小且周期延长,易损件相对主体的位移及加速度响应幅值减小(图4和5);与线性系统相比(支承角90°),斜支承系统对易损件具有更好的减振效果。

2) 频率比的影响。由图2b和3b知,高频区域( $\lambda_1 \geq 4$ )频率比对易损件加速度、位移响应幅值影响有限;低频率比( $\lambda_1 = 1$ )区域的影响显著。实际斜支承包装系统设计必须避开低频比区域。

3) 质量比的影响。高频率比区域,质量比影响较小,而低频率比(由图2d和3d知)条件下,增加质量比可抑制加速度及位移响应幅值。

4) 无量纲位移幅值(初始条件)的影响。由图2c和3c知,给定支承角、频率比、质量比条件下,随主体无量纲位移的增加,易损件加速度及位移响应幅值增加。

#### 参考文献:

- [1] WANG Zhi-wei, HU Chang-ying. Shock Spectra and Damage Boundary Curves for Nonlinear Package Cushioning System[J]. Packaging Technology and Science, 1999, 12(5): 207–217.

结论:(1) 食品包装用 PET 容器中二甘醇以链间醚键和游离单体 2 种形态存在, 并以醚键形式为主;(2) 在最苛刻条件下, PET 容器中的二甘醇在水、4% 乙酸、15% 乙醇、95% 乙醇 4 种食品模拟液中, 二甘醇在 4% 乙酸模拟液中的迁移量最大, 并且迁移量随浸泡时间的延长和温度的升高而增加;(3) 分别建立了食品包装用 PET 容器中二甘醇总量和单体含量的快速准确的外标检测方法, 线性相关系数分别为  $R = 0.999\ 92$  和  $R = 0.999\ 48$ , 方法回收率分别为 101% 和 109%。

## 参考文献:

- [1] 张忠安, 王金堂. PET 酯化反应过程中的二甘醇生成[J]. 合成树脂及塑料, 2004, 21(5): 44—46.
- [2] 何仁文, 严枫, 何进章, 等. 聚酯合成中二甘醇生成动力学及其在反应器设计和运转中的控制[J]. 合成纤维工业, 1982(2): 4—10.
- [3] 王朝生, 李建武, 韩庆祥, 等. 二甘醇对涤纶染色性能的影响[J]. 合成纤维工业, 2009, 32(5): 33—35.
- [4] 刘方, 于宝辉. 聚酯中二甘醇的影响因素及控制方法[J]. 聚酯工业, 2004, 17(3): 41—43.
- [5] 王怀功, 兰晓丽. 聚酯切片中二甘醇的气相色谱分析[J]. 分析化学, 2000, 28(5): 658—658.
- [6] 王怀功, 张富刚. 气相色谱法分析 PET 中 DEG[J]. 聚酯工业, 2000, 13(4): 24—26.
- [7] 上海合成纤维研究所. 气相色谱法测定聚对苯二甲酸乙二醇酯中二甘醇含量[J]. 合成纤维, 1977(1): 48—55.
- [8] GB/T 14190—2008, 纤维级聚酯切片(PET)试验方法[S].
- [9] FREIRE M T D, DAMANT A P, CASTLE L, et al. Thermal Stability of Polyethylene Terephthalate(PET): Oligomer Distribution and Formation of Volatiles[J]. Packaging Technology and Science, 1999, 12: 29—36.
- [10] BENTAYEB K, BATLLE R, ROMERO J, et al. UPLC-MS as a Powerful Technique for Screening the Nonvolatile Contaminants in Recycled PET[J]. Analytical and Bioanalytical Chemistry, 2007, 388: 1031—1038.
- [11] EN 13130—7: 2004, Materials and Articles in Contact with Foodstuffs-plastics Substances Subject to Limitation—Part 7: Determination of Monoethylene Glycol and Diethylene Glycol in Food Simulants[S].
- [12] 孙彬青, 王志伟, 刘志刚. 用气相色谱分析 PET 瓶中化合物的迁移[J]. 包装工程, 2006, 27(5): 79—81.
- [13] GB/T 23296.18—2009, 食品接触材料 高分子材料 食品模拟物中乙二醇与二甘醇的测定 气相色谱法[S].
- [14] GB/T 23296.1—2009, 食品接触材料塑料中受限物质塑料中物质向食品及食品模拟物特定迁移试验和含量测定方法以及食品模拟物暴露条件选择的指南[S].
- [15] Food and Drug Administration. Guidance for Industry: Preparation of Premarket Submissions for Food Contact Substances: Chemistry Recommendations. (余不详)
- [16] Council Directive 82/711/EEC, Laying Down the Basic Rules Necessary for Testing Migration of the Constituents of Plastic Materials and Articles Intended to Come into Contact with Foodstuffs[S].
- [17] Council Directive 93/8/EEC, Amending Council Directive 82/711/EEC, Laying Down the Basic Rules Necessary for Testing Migration of Constituents of Plastic Materials and Articles Intended to Come Into Contact with Foodstuffs[S].
- [18] Council Directive 97/48/EC, Amending Annex II (Technical Regulations Standards Testing and Certification) to the EEA Agreement[S].
- [19] GB 5009.60—2003, 食品包装用聚乙烯、聚苯乙烯、聚丙烯成型品卫生标准的分析方法[S].
- [20] HOLLAND B J, HAY J N. Analysis of Comonomer Content and Cyclic Oligomers of Poly(ethylene terephthalate)[J]. Polymer, 2002, 43: 1797—1804.

(上接第 7 页)

- [2] 王军, 王志伟. 半正弦波激励下考虑易损件的正切型包装系统冲击特性研究[J]. 振动与冲击, 2008, 27(1): 167—168.
- [3] 王军, 王志伟. 考虑易损件的正切型包装系统冲击破损边界曲面研究[J]. 振动与冲击, 2008, 27(2): 166—167.
- [4] 王振林, 吴长富, 奚德昌. 物品包装系统位移损坏边界[J]. 振动工程学报, 1998, 11(4): 434—441.
- [5] 张英世. 斜支承弹簧系统的振动[J]. 机械强度, 1992, 14(2): 54—59.

- [6] 吴晓, 罗佑新, 吴扬. 斜支承弹簧减振系统竖向非线性自振研究[J]. 振动与冲击, 2008, 27(8): 85—87.
- [7] 吴晓, 杨立军. 斜支承弹簧减振系统的固有振动[J]. 空间结构, 2008, 14(4): 50—52.
- [8] 陈安军. 斜支承弹簧包装系统非线性振动特性分析[J]. 包装工程, 2009, 30(11): 20—22.
- [9] 陈安军. 矩形脉冲激励下斜支承弹簧系统冲击特性的研究[J]. 振动与冲击, 2010, 29(10): 225—227.